

经济研究

数学方法论

刘慧勇 张玉平 编著

上 册



中国基本建设优化研究会

前 言

数学是一种抽象而又具体的认识工具。说抽象，是指数学研究各种数量关系的规律性，而将这些数量关系寓于其中的具体事物和特点舍弃了；正因为如此，数学才具有普遍适用性。说具体，是指利用数学研究的各个数量之间的联系及该种联系存在的前提条件必须明确具体，得出的结论才能鲜明准确；正因为如此，要运用数学揭示具体事物中的客观规律性，就必须对所研究的对象有着深入的透彻的了解。数学作为一种认识工具，其主要作用是帮助人们由此而及彼，从具体达到抽象，通过现象揭示本质。

经济学是揭示经济关系和经济规律的科学。在社会经济领域，存在错综复杂的数量关系，因而数学在其中大有用武之地。

数学在经济领域中主要有两方面的用场。其一是运用数学解决经济工作中的具体问题，譬如选择投资方案，确定最优仓储量，编制合理的作业计划，设计有效率的组织管理系统等等。其二是运用数学进行经济理论研究，从数量方面揭示经济规律，譬如马克思的简单再生产及扩大再生产实现的必要条件，马克思列宁的生产资料优先增长规律，恩格斯的折旧基金扩大再生产表格等等，都是运用数学工具揭示重大经济规律的光辉典范。

从数量方面揭示经济规律，并非必须运用高深复杂的数

学方法，简单的数学方法往往能够揭示更重大的经济规律。迄今为止，在借助数学揭示的重大经济规律当中，绝大多数是利用初等数学和大学低年级的数学方法取得的。这种现象，在其他学科中同样存在。万有引力定律的数学表达形式是：

$$F = \lambda \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

式中：

F = 万有引力；

λ = 万有引力系数；

m_1 = 甲物质量；

m_2 = 乙物质量；

r = 甲乙物之间的距离。

即使从当时已经达到的数学水平看，上述公式的数学表达形式也几乎再简单不过了；然而就人类对自然界的认识来说，上述公式的意义却无论怎样估计都不过份。

当代著名的哈罗德——多玛经济增长模型的数学表达式形式更简单：

$$g = i/k$$

式中：

g — 国民总产值年增长率；

i — 投资率；

k — 资本系数。

可见，经济规律本身的重要性，并不与揭示它们所运用的数学方法的艰深程度成正比。

近几年，我国介绍运筹学，投入产出法等较为复杂或需要浩繁计算的经济应用数学的书籍逐渐增多。这对于提高经济

管理水平，作用将是很大的。但是，仅有这类书籍还不够，对于广大从事经济理论和经济政策研究的人员来说，迫切需要的是系统地总结在经济研究工作中运用数学（特别是初等数学）的方法，以便使绝大多数经济理论工作者的潜在数学能力得到充分发挥，提高我国经济理论队伍的理论研究水平，为丰富我国的社会主义经济理论，加速四个现代化的进程服务。

真正妨碍一些经济理论工作者运用数学的，不是他们不懂得数学，而是不很了解应该怎样把自己已有的数学知识用到日常的经济研究工作中去。正是出于这样的估计，本书从最简单的数学——比例、平均数、数学模拟计算等等开始，通过经济学说史上运用数学方法的著名实例，力图较为系统地介绍进行经济理论研究的适用数学方法以及运用这些数学方法研究经济理论时需要注意的特殊问题。质言之，本书不是经济管理数学，而是经济研究方法论的一个侧面——经济研究数学方法论。

对于我们来说，写作这样的题目是个尝试。限于水平，缺点错误在所难免，恳请读者批评指正。

作 者

1985年1月

前言..... (1)

第一章 算术方法

第一节 比例..... (1)

- § 1 · 1 · 1 比例在经济研究中的作用…………… (1)
§ 1 · 1 · 2 怎样概括新的经济比例…………… (3)
§ 1 · 1 · 3 如何揭示经济比例的本质与规律
…………… (12)

第二节 平均數..... (23)

- §1·2·1 平均数在经济研究中的作用……(23)
- §1·2·2 怎样利用平均数揭示经济量的长期趋势……(24)
- §1·2·3 怎样利用平均数揭示经济量的具体运动形式……(28)
- §1·2·4 怎样利用平均数方法研究经济政策……(30)

第二章 数字模拟方法

第一节 数字模拟表格..... (31)

- § 2 · 1 · 1 两个实例..... (33)
- § 2 · 1 · 2 怎样设计数字模拟表..... (38)

§2 · 1 · 3	怎样根据数字模拟表格计算结果 概括经济规律.....	(44)
第二节	数字模拟图式.....	(47)
§2 · 2 · 1	数字模拟图式在经济研究中的作 用.....	(47)
§2 · 2 · 2	运用数字模拟图式揭示客观经济 联系的两个实例.....	(47)
§2 · 2 · 3	怎样利用数字模拟图式揭示客观 经济联系.....	(54)

第三章 代数方法

第一节	分式.....	(60)
§3 · 1 · 1	怎样建立经济分式.....	(61)
§3 · 1 · 2	怎样整理经济分式.....	(65)
§3 · 1 · 3	怎样观察经济比例的数量规律...	(71)
第二节	函数式.....	(73)
§3 · 2 · 1	什么是函数式.....	(73)
§3 · 2 · 2	函数式在经济研究中的作用.....	(76)
§3 · 2 · 3	怎样利用函数式进行经济研究...	(78)
第三节	幂级数.....	(85)
§3 · 3 · 1	什么是幂级数.....	(85)
§3 · 3 · 2	幂级数在经济研究中的作用.....	(89)
§3 · 3 · 3	幂级数应用举例.....	(89)
§3 · 3 · 4	怎样用幂级数研究经济问题.....	(97)
第四节	代数方程和代数不等式.....	(101)
§3 · 4 · 1	代数方程和代数不等式在经济研	

	究中的作用.....	(101)
§ 3 · 4 · 2	代数方程和代数不等式应用举例	(102)
§ 3 · 4 · 3	怎样运用代数方程和代数不等式 研究经济问题.....	(110)
第五节	矩阵方程和矩阵不等式.....	(112)
§ 3 · 5 · 1	什么是矩阵方程和矩阵不等式...	(112)
§ 3 · 5 · 2	矩阵方程和矩阵不等式在经济研 究中的作用.....	(118)
§ 3 · 5 · 3	矩阵方程和矩阵不等式应用举例	(120)
§ 3 · 5 · 4	怎样运用矩阵方程和矩阵不等式 研究经济问题.....	(127)

第四章 数理统计方法

第一节	统计图表.....	(128)
§ 4 · 1 · 1	统计图表在经济研究中的作用...	(128)
§ 4 · 1 · 2	经济统计图表绘制方法.....	(129)
§ 4 · 1 · 3	经济统计图表应用举例.....	(146)
§ 4 · 1 · 4	运用统计图表应当注意的问题...	(161)
第二节	回归分析.....	(164)
§ 4 · 2 · 1	回归分析在经济研究中的作用...	(164)
§ 4 · 2 · 2	怎样进行回归分析.....	(165)
§ 4 · 2 · 3	回归分析应用举例.....	(185)
§ 4 · 2 · 4	进行回归分析应当注意的几个问 题.....	(188)

第一章 算术方法

第一节 比 例

§1·1·1 比例在经济研究中的作用

比例在数学上是很简单的。然而，比例在经济学中的应用却极为广泛。每一个经济量，从动态的发展的观点看，都有一个本期数额与上期数额或本期净增加数额与上期数额的对比问题，即增长指数或增长率问题；增长指数和增长率都是特殊的经济比例。而且，一个经济量往往又可以和同期的其他几个相关的经济量分别进行对比。因此，可以说，经济比例比以绝对数额形式表示的经济量多得多。

特别值得注意的是，很多经济比例都是极为重要的经济概念。譬如，剩余价值率 $m' = \frac{m}{V}$ ，利润率 $P' = \frac{m}{C+V}$ ，资本有机构成 $\frac{C}{V}$ ，资本积累率 $K' = \frac{m_2}{m}$ ，净积累率（国民收入积累率） $a = \frac{A}{G} = \frac{m_2 + V_2}{V + m}$ ，建设周期 $T = \frac{K}{F}$ （ $\frac{\text{在建总规模}}{\text{年建设规模}}$ ）等等。没有这类经济比例概念，要建立完整的政治经济学或部门经济学体系，简直是不可设想的。

经济比例的重要性，从根本上说是由社会化大生产客观上要求国民经济按比例地发展，以及在社会经济不断发展的

过程中，以相对数形式表示的经济量往往比以绝对数表示的经济量更便于进行对比等原因产生的。

经济比例既重要又广泛，而且随着经济过程本身的发展，还将不断地出现新的重要的经济比例关系，需要经济理论工作者和实际经济工作者去发现它、研究它。现有的经济比例，都是在经济科学发展的历史上逐步提出来的。然而，它们并未穷尽全部经济比例。从经济实践中抽象、概括出新的经济比例，并揭示其决定因素和变化规律，是丰富和发展经济科学的一个重要方面，也是经济理论工作者的职责。

譬如，目前在金融方面，就似乎有必要研究我国城乡居民储蓄年度净增额占当年国民收入使用额的比重（似可简称“居民储蓄率”）的决定因素、合理水平和变化规律。在财政方面，似乎有必要提出并研究公债年度发放额占当年财政收入的比重（似可简称“公债率”）以及公债年末累计发放额占当年财政收入的比重（似可简称“累计公债率”）的决定因素与合理水平。在基本建设方面，似有必要研究基本建设投资率（指年度基本建设投资完成额占当年国民收入使用额的比重）的合理水平和变化规律。在物资流通方面，似有必要研究库存储备率（指物资库存储备年度净增额占当年国民收入使用额的比重）的合理水平和变化规律。……事实上，当前我国需要进一步揭示并深入研究的新的经济比例多得很。

比例在经济研究当中的作用，主要可以归结为以下两点：

一、有助于提出新的经济概念。

概念与现象不同，它反映客观事物的本质联系。严谨的

经济概念,是经济科学体系建立的基础。从错综复杂的现实经济过程中抽象出新的经济概念,是科学首创性的表现。善于运用比例,有助于提出新的重要的经济比例,丰富经济概念。

二、有助于揭示新的经济规律。

揭示经济规律,是经济科学的主要任务。研究新的经济比例,就能够揭示出更多的经济规律,为经济科学增添新内容。

这样,在运用比例研究经济问题时,首先要考虑所提出的经济比例在概念上的科学性;其次要进一步深入挖掘所提经济比例的客观变化规律,而不能仅仅满足于提出概念。

§1·1·2 怎样概括新的经济比例

尽管比例关系在经济领域里广泛存在,而且比例在数学上又极其简单,研究新的经济比例也不是一件轻而易举的事。任意拿来两个经济量,未必就能够构成有意义的经济比例。一般地说,概括新的经济比例,需要注意以下几个问题:

一、概括新的经济比例,最根本的是要从实际出发,为指导经济实践和完善经济理论服务。

在同一时期里,如果把各个经济量一一进行对比,就可构成经济量总数取2的组合个经济比例。譬如有1,000个经济量,就可以形成1,000取2的组合,即

$$\frac{1000 \times 999}{2 \times 1} = 500 \times 999 = 499500$$

个经济比例。在如此众多的经济比例之中,绝大多数意义不大,有相当一部分甚至毫无经济意义,真正具有现实意义和理

论意义的只占少数。这是新的经济比例不能通过经济量的简单组合提出,而应当从实际经济生活中抽象的一个原因。

更重要的是,经济比例的实际意义与理论意义,是由一定时期的经济过程和经济理论研究中客观存在的主要矛盾决定的。随着时间的推移,随着实践和理论活动的发展,旧的矛盾解决了,新的矛盾又出现。正是客观经济过程及反映这一过程的经济理论活动中的矛盾运动,推动着经济概念,包括经济比例概念的丰富和发展。离开生动活泼的经济实践,离开反映这一实践的经济理论活动,是不可能提出具有强烈现实意义和理论意义的经济比例概念的。退一步说,即使碰到了这样的经济比例,也不可能正确地、充分地阐发其意义。经济学说发展的历史证明,没有一个重要的经济比例不是适应当时的实践和理论需要而产生的。

因此,揭示新经济比例的关键,是要以勇于创造的精神,理论联系实际的学风,积极从事经济研究活动;否则,再好的、再简单的方法,也派不上用场,得不出好的结果。

二、概括新的经济比例,要以马克思主义的科学经济理论为指导,使所提经济比例,反映经济量之间的本质联系。

不仅在马克思剩余价值理论创立以前,就是在马克思剩余价值理论创立并广为传播之后的很长时期里,在资产阶级经济学中,始终不承认剩余价值率 $m' = \frac{m}{V}$ 。这是由资产阶级经济学的剥削阶级属性决定的。在经济学说史上,利润率 $P' = \frac{P}{K}$ ($\frac{\text{利润额}}{\text{资本额}}$), 提出较早。资产阶级经济学把利润看成

为资本一般的产物，而对资本中的可变资本与不变资本不加区分。根据马克思主义的商品价值理论，垫支于厂房、机器设备和原材料等生产资料上的资本价值，在生产过程中只是通过工人的具体劳动转移到产品中去，并不增加其价值，因而，从价值量方面看，这部分资本是不变资本。而垫支于购买劳动力的资本价值，经过生产和流通过程，不仅会收回来，还将带回新的剩余价值——利润；因而，从价值量方面看，这部分资本是可变资本。马克思把资本划分为不变资本和可变资本，明确指出剩余价值是由可变资本带来的，并把剩余价值M与带来它的可变资本V相比，提出新的经济比例——剩余价值率 m' ，这样就丰富了他的剩余价值理论，进一步揭示出资本主义剥削的实质。

当然，象马克思那样，通过深入的经济理论分析，在提出剩余价值、不变资本、可变资本等一系列新的经济概念的基础上，以剩余价值与可变资本相对比，提出具有重大理论意义的新的经济比例——剩余价值率，在理论研究工作中不是经常可以做到的事。但是，并不意味着在一般的经济研究工作中对所提经济比例的含义可以不作深入的审慎的研究。

不运用马克思主义经济理论作缜密的分析，即使是简单的经济比例关系，也容易弄错含义。譬如，目前国内外流行着两种意义的投资回收期，一种是分母中不包括折旧额，另一种是分母中包括折旧。以固定资产投资回收期为例，前者计算公式为：

$$\text{固定资产投资回收期} = \frac{\text{固定资产投资额}}{\text{年利润额}}$$

后者的计算公式为：

$$\text{固定资产投资回收期} = \frac{\text{固定资产投资额}}{\text{年折旧额} + \text{年利润额}}$$

这里不谈在比较固定资产投资经济效益时二者各自的适用范围，因为这属于另一层次的问题。这里只谈二者当中究竟何者称为投资回收期更为确切。

建设项目投产之后，每年的资金净归流量，除了利润之外，折旧基金也是不可忽视的一部分，特别是对于那些折旧年限短，年折旧率高的固定资产，仅仅通过提取折旧，就可以在较短的时间里收回其全部投资。因此，把年折旧额与年利润额加在一起作为分母的第二种意义的固定资产投资回收期，能够真正表现全部收回固定资产投资需要经历的时间。

前一种固定资产投资回收期的分母只包括年利润额，不是资金的全部净归流数量，因此并不反映固定资产投资的回收时间。在固定资产折旧年限短，折旧率高的情况下，譬如折旧年限5年，折旧率20%，项目建成后的年利润率很可能低于折旧率，譬如15%，这会出现第一种固定资产投资回收期长于固定资产折旧年限的情况，即固定资产已经更新重置了，可是投资回收期还未到达。

严格地说，第一种定义的“固定资产投资回收期”，不能称为固定资产投资回收期，因为它并不真正代表固定资产投资归流所经历的时间，如果把它改名为“固定资产投资再生期”，意指通过盈利再累积出同额的一份固定资产投资所需要经历的时间，则名实较为相符。

可见，以科学的马克思主义的经济理论为指导，是正确运用比例的前提。

三、概括新的经济比例，要特别注意经济量之间的可比性。

如果两个经济量之间不适宜进行对比，那么用它们构成经济比例就没有经济意义，甚至引起混乱。

经济量之间缺少可比性，有可能由两类原因产生。一类由经济量本身的性质决定，另一类由价格变动因素造成。

如果两个经济量之间根本不存在直接或间接的数量联系，那么它们就缺少可比性，就不能用它们构成经济比例。这类情况很多。譬如国内民族个数或国土面积就和财政赤字、居民储蓄额关系不大，不能构成有意义的经济比例。

对于可比的经济量，如果它们受价格变动影响的程度各不一致，那么，按当年价格计算，它们之间就缺少可比性，不能构成经济比例。在这种情况下，对它们必须使用可比价格进行对比。譬如，国民收入增加额与同期固定资产投资额有一定的联系，可以对比。二者的比例为固定资产投资效果系数，即：

$$\text{固定资产投资效果系数} = \frac{\text{国民收入增加额}}{\text{同期固定资产投资额}}$$

价格变动因素对固定资产投资效果系数的分子和分母的影响程度大不相同。即使全部社会净产品（国民收入额）与固定资产投资品的价格变动幅度完全一致，国民收入增加额受价格影响而发生变动的幅度也会远远大于同期固定资产投资额的变化幅度。这是因为国民收入受价格变动影响而形成的额度变化，会集中地由按当年价格计算的国民收入增加额表现出来，从而“放大”了价格变动影响的幅度。假设基年的国民收入为100，固定资产投资额为20，按不变价格计算的二者的年增长率都为10%，价格上涨率都为5%，那么，如果

按不变价格计算，本年的固定资产投资效果系数就为

$$\frac{100 \times 10\%}{20 \times (1 + 10\%)} = \frac{10}{22} \approx 0.45; \text{ 如果按当年价格计算, 则为}$$

$$\frac{100 \times (1 + 10\%) (1 + 5\%) - 100}{20 (1 + 10\%) (1 + 5\%)} = \frac{15.5}{23.1} \approx 0.67, \text{ 比按不变价}$$

格计算的结果高了很多。这是由于其中国民收入增加额受价格变动影响而上升的幅度不是5%，而是

$$\frac{15.5 - 10}{10} = \frac{5.5}{10} = 55\%.$$

被放大11倍。

因此，一般地说，只要经济比例的分母与分子受价格水平变动影响的程度相差较大，就不能采用当年价格进行对比；如果经济比例的分子与分母受价格水平变动影响的程度基本接近，不形成价格变动幅度“放大”作用，则既可用可比价格，又可用当年价格进行对比。

四、概括新的经济比例，还要熟悉经济比例的基本类型。

按照经济量对比的结构特点来划分，经济比例主要有以下四种基本类型：

（一）增长率型

增长率型经济比例指经济量与其在一定时期里的增量的比值。例如国民收入年增长率 $g = \frac{\Delta G}{G} = \frac{G_1 - G_0}{G_0}$ ，就是本年国民收入增长额 ΔG 与上年国民收入 G_0 的比值。各种经济增长率及利息率等，都可以归入这一类。

这一类型的经济比例，比较容易提出。只要概括出新的经济量，及其增量或产出量，就可以同时提出该种经济量的增长率型经济比例。

增长率型经济比例大多需要注意所用价格问题。

(二) 比重型

比重型经济比例指某一经济总量之中各个经济分量所占的份额。其特点是各经济分量与总量的比例（比重）之和等于1。例如，国民收入积累率 $a = \frac{A}{G}$ ，即国民收入积累额（净积累额）与同期国民收入使用额的比值，它与消费率之和为1。在社会总产品价值 $W = C + V + M$ 中，反映物质消耗水平的生产资料转移价值比重 $(\frac{C}{W})$ 、反映百元产值工资含量的必要劳动补偿价值比重 $(\frac{V}{W})$ 、反映百元产值盈利率的剩余产品价值比重 $(\frac{M}{W})$ ，三者之和也为1。

这一类型的经济比例，也比较容易提出，其关键在于对经济总量作出正确的有客观依据的分解。对同一经济总量的分解方法不一定是唯一的。为了从多方面考察问题，有时可以对某一经济总量进行两种甚至两种以上的分解。譬如上面提到的社会总产品价值 $W = C + V + M$ ，除了从价值构成角度分解外，还可以从最终使用构成角度分解为： $W = B + X + J$ ，即生产资料消耗的实物补偿额（B），个人、集体和社会消费额（X），实物积累额（J）；相应地，可以提出生产资料实物补偿比重 $(\frac{B}{W})$ 、消费比重 $(\frac{X}{W})$ 、总产品积累比重 $(\frac{J}{W})$ 。后面这一种划分，有助于考核社会总产品的使用情况，是极其重大的国民经济比例关系。目前，我国对这几

个比例的统计和研究还不很充分，有必要下大力气进一步加以研究。另外，众所周知，马克思早就提出社会总产品还可以按生产资料 and 消费资料两大部类进行划分；相应地，可以构成生产资料比重和消费资料比重。

（三）倍比型

倍比型经济比例指两个相关经济量之间的倍数关系，其数值可能大于、等于或小于1。例如，建设周期 $T = \frac{K}{F}$ ，就是在建总规模为年度建设规模倍数。资本有机构成 $\frac{C}{V}$ ，表示不变资本C与可变资本V的倍比关系。有机构成高的部门，这一比例大于1；有机构成低、劳动密集型企业，这一比例有可能小于1。

概括倍比型经济比例，关键是要解决好经济量之间的可比性问题。

以上三类经济比例，都是简单的比例。

（四）复合型

复合型经济比例指参加对比的两个经济量中有一个或者两个都是复合经济量，经变化可以化成由一个或数个简单比例组合的一类经济比例。复合型经济比例还可以进一步细分为分子复合型、分母复合型、完全复合型（分子、分母都是复合经济量）三种。

分子复合型经济比例，如固定资产投资率 $f = \frac{F}{G} = \frac{D+N}{G} = \frac{D}{G} + \frac{N}{G}$ ，即固定资产投资率f的分子F由折旧再投资额D与固