报考研究生丛书之五

大学物理复习纲要

（上　册）

顾梅玲　主编

合肥工业大学学报编辑部

目　　录

第一章　质点运动学……………………………………………（1）
一、目的要求……………………………………………（1）
二、基本概念和基本规律…………………………………（5）
三、解题示例……………………………………………（5）
四、习题……………………………………………（12）
第二章　质点动力学……………………………………………（15）
一、目的要求……………………………………………（15）
二、基本概念和基本规律…………………………………（15）
三、解题示例……………………………………………（23）
四、习题……………………………………………（45）
第三章　刚体的转动……………………………………………（55）
一、目的要求……………………………………………（55）
二、基本概念和基本规律…………………………………（55）
三、解题示例……………………………………………（62）
四、习题……………………………………………（86）
第四章　机械振动和机械波…………………………………（92）
一、目的要求……………………………………………（92）
二、基础概念和基本规律…………………………………（92）
三、解题示例……………………………………………（105）
四、习题……………………………………………（123）
第五章　流体力学……………………………………………（128）
一、目的要求……………………………………………（128）

二、基本概念和基本规律……………………………（128）
三、解题示例…………………………………………（130）
四、习题………………………………………………（141）
第六章 气体分子运动论……………………………（145）
一、目的要求…………………………………………（145）
二、基本概念和基本规律……………………………（145）
三、解题示例…………………………………………（153）
四、习题………………………………………………（160）
第七章 热力学基础…………………………………（165）
一、目的要求…………………………………………（165）
二、基本概念和基本规律……………………………（165）
三、解题示例…………………………………………（173）
四、习题………………………………………………（186）
第八章 静电场………………………………………（194）
一、目的要求…………………………………………（194）
二、基本概念和基本规律……………………………（194）
三、解题示例…………………………………………（205）
四、习题………………………………………………（225）

第一章　质点运动学

一、目的要求

1．掌握描述质点运动的基本物理量的概念及其具有相对性、瞬时性、矢量性和迭加性等特性；

2．明确运动方程和轨迹方程的意义，掌握质点运动的规律．

二、基本概念和基本规律

1．运动与静止

(1) 相对于参考坐标系而言，若质点的坐标是时间t的函数，则质点处于运动状态；若质点的坐标为常数，则质点静止．

(2) 运动方程

(a) 矢量形式

$$\vec{r}=\vec{r}(t) \tag{1}$$

(b) 坐标形式

直角坐标系

$$\left.\begin{aligned} x&=x(t),\\ y&=y(t),\\ z&=z(t). \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

平面极坐标系

$$\left.\begin{aligned} r &= r(t), \\ \theta &= \theta(t). \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

式中$\vec{r}(t)$叫做位置矢量，它是时间t的函数，如果用$\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$表示沿直角坐标轴上的单位矢量，则位置矢量可写成

$$\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}. \quad (4)$$

(3) 轨道　运动的质点在空间占据一连串的点所形成的连续曲线，称为轨道，由运动方程组中消去参变量t，就可得到轨迹方程。

2. **速度与加速度**

(1) 矢量式

$$\vec{v} = \frac{d[\vec{r}(t)]}{dt}, \quad (5)$$

$$\vec{a} = \frac{d^2[\vec{r}(t)]}{dt^2}. \quad (6)$$

(2) 分量式

轴向：

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \dot{x}, \\ v_y &= \dot{y}, \\ v_z &= \dot{z}, \end{aligned}\right.$$

以及

$$\left. v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}, \right\} \quad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \ddot{x}, \\ a_y &= \ddot{y}, \\ a_z &= \ddot{z}, \end{aligned}\right.$$

以及

$$\left. a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}. \right\} \quad (8)$$

径向：

$$v_r = \dot{r},\tag{9}$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2,\tag{10}$$

横向：

$$v_\theta = r\dot{\theta},\tag{11}$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}.\tag{12}$$

或切向：

$$v = \dot{s},\tag{13}$$

$$a_\tau = \ddot{s} = v\cdot\frac{dv}{ds}.\tag{14}$$

法向：

$$v_n = 0,\tag{15}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}.\tag{16}$$

采用切向、法向分量的方法的好处是完全取决于轨道本身的形状，而与所选用的坐标系无关。如果要把轨道的切线和法线也作为坐标系来看，则称之为自然坐标系。

(3) 解题步骤

(a) 弄清题意，明确已知条件和所求的问题；

(b) 选好坐标系；

(c) 根据已知条件，列出运动方程，运用微分法，计算 $\vec{v}$ 和 $\vec{a}$；若已知 $\vec{v}$ 和 $\vec{a}$，则运用积分法，求运动方程；

(d) 用已知初始条件和边界条件，确定积分常数或讨论计算结果的正确性，注意各物理量的单位。

3. **相对运动** 用运动坐标系来研究质点的运动。设静止

坐标系（绝对坐标系）为S，其坐标为x、y、z；运动坐标系为S′，其坐标为x′、y′、z′。通常把运动物体相对静止坐标系的运动称为“绝对”运动，把物体相对于运动坐标系的运动称为相对运动，而把S′坐标系相对S坐标系的运动称为牵连运动。

（1）匀速直线运动坐标系

（a）直角坐标变换

$$\left.\begin{aligned} x &= x' + x_0, \\ y &= y' + y_0, \\ z &= z' + z_0. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

（b）速度矢量式

$$\vec{v} = \vec{v'} + \vec{v_0}, \tag{18}$$

即绝对速度＝相对速度＋牵连速度。

（c）加速度矢量式

$$\vec{a} = \vec{a'}, \tag{19}$$

即绝对加速度＝相对加速度。

（2）匀加速直线运动的坐标系

$$\vec{v} = \vec{v'} + \vec{v_0},$$

意义同前。

$$\vec{a} = \vec{a'} + \vec{a_0}, \tag{20}$$

即绝对加速度＝相对加速度＋牵连加速度。

（3）平面旋转运动坐标系（假定旋转角速度$\vec{\omega}$为一恒矢量）

$$\vec{v} = \vec{v'} + \vec{\omega} \times \vec{r}, \tag{21}$$

即绝对速度＝相对速度＋牵连速度。

$$\vec{a} = \vec{a'} - \vec{r}\vec{\omega}^2 + 2\vec{\omega} \times \vec{v}', \tag{22}$$

即绝对加加速度=相对加速度+牵连加速度(即向心加速度)十科里奥利加速度。

(4) 解题步骤(一般多采用矢量分析法)

(a) 分析题意，判断该题是属于何种类型，因为类型不同，方程式就不一样；

(b) 根据所属类型列出矢量方程式；

(c) 选好坐标系，找出各量之间的关系；

(d) 解方程，对计算结果进行讨论，并注意给出各物理量的单位。

三、解题示例

例1 如图1—1所示，跨过滑轮C的绳子，一端挂有重物B，另一端A被人拉着沿水平方向匀速运动，其速度为 $v_0=1$ 米／秒；A点离地面的距离保持着 $h=1.5$ 米。运动开始时，重物在地面上的 B_0 处，绳AC在铅直位置，滑轮离地面的高度为 $H=10$ 米，其半径忽略不计。求：(1) 重物B上升的运动方程；(2) 在t时刻的速度和加速度以及到达滑轮处所需的时间。

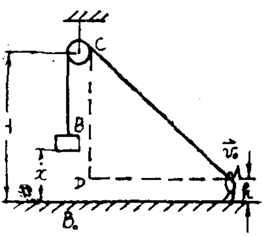

图 1-1

解 (1) 由题意知，$t=0$ 时，$\overline{AC}=H-h$，设物体在某一时刻t，离地面的高度的 x，则在t时刻 $\overline{AC}=H-h+x$。

由 ΔADC 可得

$$(H-h)^2+(v_0t)^2=(H-h+x)^2.$$

$$\therefore \quad x=\sqrt{(H-h)^2+(v_0t)^2}-(H-h),$$

即 $$x=\sqrt{t^2+8.5^2}-8.5$$

（2）t时刻V重物的速度和加速度为：

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{t}{\sqrt{t^2+8.5^2}},$$

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dv}{dt}=\frac{1}{\sqrt{t^2+8.5^2}}-\frac{t^2}{\sqrt{(t^2+8.5^2)^2}}.$$

重物B从地面到达滑轮处经过的路程为H（忽略滑轮半径），则代入(1)中：$x=H=\sqrt{t^2+8.5^2}-8.5$，

$$\because \quad H=10米, \qquad \therefore \quad 10=\sqrt{t^2+8.5^2}-8.5 .$$

于是得重物到达滑轮所需的时间为

$$t=\sqrt{(10+8.5)^2-8.5^2}\doteq 16.4（秒）.$$

例2 一球从离水平面高h处自由下落，与平面碰撞后上升到高度h_1处，如果将恢复系数（碰撞后与碰撞前的速率之比）看作常数，问球在n次碰撞后能升到多高？

解 由自由落体运动和竖直上抛物体的运动的分析可知：

$$h=\frac{v^2}{2g},\ h_1=\frac{v_1^2}{2g},\ h_2=\frac{v_2^2}{2g},\ \cdots\cdots,\ h_n=\frac{v_n^2}{2g}.$$

各式中v_1、v_2、……、v_n分别为第一次、第二次、……、第n次碰撞后的速度，即每次上升时的初速度，h_1、h_2、……、h_n分别为每次碰撞后的上升高度。

按恢复系数（记作k）的定义，可以写出

$$k=\frac{v_1}{v}=\frac{v_2}{v_1}=\cdots\cdots=\frac{v_n}{v_{n-1}}.$$

于是得：

$$\frac{h_1}{v}=\frac{v_1^2}{v^2}=k^2,\ \frac{h_2}{h_1}=\frac{v_2^2}{v_1^2}=k^2,\ \cdots,\ \frac{h_n}{h_{n-1}}=\frac{v_n^2}{v_{n-1}^2}=k^2.$$

将这些等式连乘，便得

$$\frac{h_n}{h}=k^{2n},$$

即 $$h_n=hk^{2n}.$$

将 $k^2=\frac{h_1}{h}$ 代入上式，得 n 次碰撞后升到的高度 h_n 为，

$$h_n=h\cdot\left(\frac{h_1}{h}\right)^n=\frac{h_1^n}{h^{n-1}}$$

例3 弹性球自高h的地方铅直下落至坚硬冰地上，每次回跃的速率为撞击速率的e倍（e<1），试证在 $\frac{1+e}{1-e}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 秒后，此球将停止回跃，所共行的距离为 $h\frac{1+e^2}{1-e^2}$ 米。

证 按题意，从下落至第一次碰撞前所需时间 t_1 为：

$$t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}},$$

第二次和第一次碰撞之间所需时间为 t_2。

$$t_2=2\frac{v_2}{g}=\frac{2ev_1}{g}=2e\sqrt{\frac{2h}{g}},$$

同理，第三次和第二次之间所需时间为 t_3，

$$t_3=2\frac{v_3}{g}=2e\frac{v_2}{g}=2e^2\sqrt{\frac{2h}{g}},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots.$$

第n+1次和第n次之间所需时间为 t_{n+1}，即

$$t_{n+1}=2e^n\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

当 $n\to\infty$ 时，$V_n\to 0$，因此所经历的总时间 τ 为：

$$\tau=t_1+t_2+\cdots+t_{n+1}+\cdots$$

$$=\sqrt{\frac{2h}{g}}+2e\sqrt{\frac{2h}{g}}+\cdots+2e^n\sqrt{\frac{2h}{g}}+\cdots \qquad (1)$$

(1) 式由第二项开始，可组成一无穷递减等比级数，其公比 $b=e$，因此其和为

$$S=\frac{a_1}{1-q}=\frac{2e\sqrt{\frac{2h}{g}}}{1-e}. \qquad (2)$$

(2) 式代入(1)式可得：

$$\tau=\sqrt{\frac{2h}{g}}+\frac{2e\sqrt{\frac{2h}{g}}}{1-e}=\left(1+\frac{2e}{1-e}\right)\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$=\frac{1+e}{1-e}\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

此外，球第一次碰撞后升高为 h_1 则

$$h_1=\frac{v_2^2}{2g}=\frac{e^2v_1^2}{2g}=e^2h,$$

同理，第二次碰撞后球升高为 h_2，即

$$h_2=\frac{v_3^2}{2g}=\frac{e^2v_2^2}{2g}=e^4h,$$

……………………………………

第 n 次碰撞后球升高为 h_n，即

$$h_n=\frac{v_{n+1}^2}{2g}=e^{2n}h$$

由此可见，球的总行程l为：

$$l = h + 2h_1 + 2h_2 + \cdots + 2h_n + \cdots$$
$$= h + 2e^2h + 2e^4h + \cdots + 2e^{2n}h + \cdots$$
$$= h + \frac{2eh}{1-e^2} = \frac{1+e^2}{1-e^2}h.$$

例 4 如图1—2所示，椭圆规尺AB，以其端点A与B沿直线导槽Ox与Oy滑动，而B以匀速C运动。求规尺上M点的速度与加速度（尺寸如图1—2所示）。

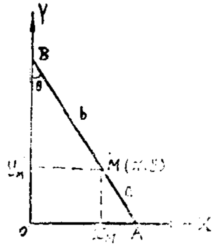

图 1-2

解 设平面坐标系OXY如图所示，M点的坐标为

$$\left.\begin{aligned} x_M &= b\sin\theta, \\ y_M &= a\cos\theta. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

由此可见，M点的速度应为

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_M &= b\dot{\theta}\cos\theta, \\ \dot{y}_M &= -a\dot{\theta}\sin\theta. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

因 $x_B = 0,$

$y_B = (a+b)\cos\theta.$

所以

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_B &= 0, \\ \dot{y}_B &= -(a+b)\dot{\theta}\sin\theta = c, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

因而

$$\dot{\theta} = -\frac{c}{(a+b)\sin\theta}. \tag{4}$$

(4) 式代入(2)式得：

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_M &= b\cos\theta\frac{-c}{(a+b)\sin\theta} = -\frac{bc}{(a+b)}\mathrm{ctg}\,\theta,\\ \dot{y}_M &= -a\sin\theta\frac{-c}{(a+b)\sin\theta} = \frac{ac}{a+b}.\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

故M点的速度为：

$$v_M = \sqrt{\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2} = \frac{c}{a+b}\sqrt{a^2 + b^2\mathrm{ctg}^2\theta}. \tag{6}$$

对(2)式求时间的导数为

$$\left.\begin{aligned}\ddot{x} &= b\ddot{\theta}\cos\theta - b\dot{\theta}^2\sin\theta,\\ \ddot{y}_M &= -a\ddot{\theta}\sin\theta - a\dot{\theta}\cos\theta.\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

而(3)式对时间的导数为

$$\ddot{y} = -(a+b)\ddot{\theta}\sin\theta - (a+b)\dot{\theta}^2\cos\theta = 0$$

$$\therefore\quad \ddot{\theta} = -\dot{\theta}\,\mathrm{ctg}\,\theta. \tag{8}$$

将(8)式、(4)式的值代入(7)式得：

$$\begin{aligned}\ddot{x}_M &= -b\dot{\theta}^2\mathrm{ctg}\,\theta\cos\theta - b\dot{\theta}^2\sin\theta\\ &= -b\cdot\frac{c^2}{(a+b)^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\cdot\cos\theta\\ &\quad - b\frac{c^2}{(a+b)^2\sin^2\theta}\cdot\sin\theta\\ &= -\frac{bc^2}{(a+b)^2\sin^3\theta} = -\frac{b^4c^2}{(a+b)^2x_M^3},\end{aligned}$$

$$\ddot{y}_M = a\dot{\theta}^2\,\mathrm{ctg}\,\theta\cdot\sin\theta - a\dot{\theta}^2\cos\theta = 0.$$

所以M点的加速度为

$$a_M = \ddot{x}_M = -\frac{b^4c^2}{(a+b)^2x_M^3}. \qquad \text{(方向水平)}$$

例5 M点在一半径为R的球上以速度v′沿球的径线作匀速运动，球则以匀角速度ω绕其竖直直径转动，求M点的绝对加速度。

解 以O为原点，如图1-3建立OXYZ坐标，设M点沿图示径线圈作匀速圆周运动，取$\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$为动坐标轴的单位矢量，$\vec{i}$垂直径线圈面，$\vec{j}$、$\vec{k}$在径线圈平面内，则M点的绝对加速度$\vec{a}$为：

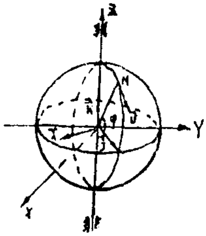

图 1-3

$$\vec{a}=\vec{a}'+\vec{a}_e+\vec{a}_c. \tag{1}$$

式中a′为相对加速度，$\vec{a}_0$为牵连加速度，$\vec{a}$为科里奥利加速度，即

$$\because \quad |\vec{a}'|=\frac{v'^2}{R},$$

$$\therefore \quad \vec{a}'=a'\cos\varphi\,(-\vec{j})+a'\sin\varphi\,(-\vec{k})$$

$$=-\frac{v'^2}{R}\cos\varphi\,(\vec{j})-\frac{v'^2}{R}\sin\varphi\,(\vec{k}) \tag{2}$$

$$\vec{a}_e=-\omega^2\vec{r}=-\omega^2R\cos\varphi\,\vec{j}, \tag{3}$$

$$\vec{a}_c=2\vec{\omega}\times\vec{v}'=2\omega v'\sin\varphi\,\vec{i}. \tag{4}$$

将(2)、(3)、(4)式代入(1)式得：

$$\vec{a}=\left(-\frac{v'^2}{R}\cos\varphi\,\vec{j}-\frac{v'^2}{R}\sin\varphi\,\vec{k}\right)$$

$$+(-\omega^2R\cos\varphi\,\vec{j})+2\omega v'\sin\varphi\,\vec{i},$$

$$= 2\omega v' \sin\varphi \vec{i} + \left(-\frac{v'^2}{R} - \omega^2 R\right)\cos\varphi \vec{j}$$

$$+ \left(-\frac{v'^2}{R}\sin\varphi\right)\vec{k},$$

即

$$a = \sqrt{(2\omega v' \sin\varphi)^2 + \left(-\frac{v'^2}{R} - \omega^2 R\right)^2 \cos^2\varphi + \left(-\frac{v'^2}{R}\sin\varphi\right)^2}$$

$$= \frac{1}{R}\sqrt{v'^4 + 2R^2\omega^2(1+\sin^2\varphi)v'^2 + R^4\omega^4\cos^2\varphi}.$$

四、习　　题

1．一物体作匀加速直线运动，已知出发后第 k 秒通过的距离为 S_1，第 l 秒通过的距离为 S_2，第 m 秒通过的距离为 S_3 求证：

$S_1(l-m) + S_2(m-k) + S_3(k-l) = 0$。

2．已知一质点在 t 秒钟走过路程 S 米，而其速度增加为 n 倍．设加速度恒定不变，求加速度 a．

3．如图1—4所示，从原点以初速度 v_0 斜向上抛出一物体。求：(1)命中空中已知点 $P(x_0, y_0)$ 的投射角；(2)命中P点的条件；(3)证明命中P点的两个投射角 α_1 和 α_2 满足关系式：$\alpha_1 + \alpha_2 = \beta + \frac{\pi}{2}$，式中 β 为OP与水平方向的夹角(忽略空气阻力)。

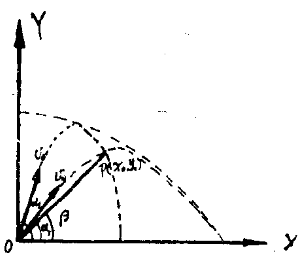

图 1-4

4. 求证：从原点在竖直平面内以相同的初速度 v_0 向各个方向投射出的物体，它们的最高点位于同一椭圆上（忽略空气阻力）。

5. 一辆汽车以速度 v_1 在雨中行驶，雨滴落下的速度 v_2 与竖直方向偏前 θ 角，求车后行李不被淋湿的条件（设行李在车后的位置为：行李上底到车顶的距离为 h，行李伸出车外的距离为 L）。

6. 有一列车以一定的加速度沿直线轨道前进（如图1—5所示）。当列车的前端通过点 0 时，列车的速度为 u_1，当列车的尾端通过点 0 时，列车速度为 u_2，试求列车中部通过点 0 时的速度。

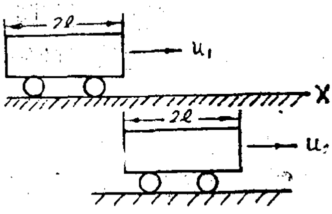

图 1-5

7. 河宽为 d，靠岸处水流速度为零，中流的速度最快为 $\vec{v}_0$（如图 1—6 所示）。从岸边到中流，流速按正比增大。某人以不变的划速 $\vec{u}$ 垂直于流水方向离岸划去。求：(1)船的运动方程；(2) 船的运动轨道方程 (3) 任一时刻船的切向和法向的加速度量值。

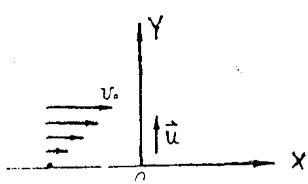

图 1-6

8. 一球自一高度为h的塔顶自由下落，同时另一等重的球以速度 $v_0=\sqrt{2gh}$ 自塔底向上投掷，并与下落的球正碰。若恢复系数为 e，试证明下落的球将回跃到比塔顶低

$\frac{h}{4}$ $(1-e^2)$ 高度的地方。

9. 两条直线公路正交于C点，两辆车子从A、B两点各以匀速 v_1、v_2，各沿一条公路向C点行驶。开始时，两车的距离为 l_0，且 $\overline{AC}=a$，$\overline{BC}=b$，试求两车距 l 为最小的瞬时 t_1 及两车距离又为 l_0 的瞬时 t_2。

10. 半径为R的圆盘以匀角速度 ω 绕其中心转动，盘上有一半径为 r 的圆槽（与圆盘共轴），一质点在此槽内以匀速 v_0 沿槽运动，求此质点的绝对速度与绝对加速度。

11. 如图1—7所示，一水平直管以等角速度 ω 绕铅直轴转动，此管内有一小球按 $r=\frac{b}{2}\times(e^{\omega t}-e^{-\omega t})$ 的规律运动，其中 r 为小球到转轴的距离，求小球的绝对速度和绝对加速度。

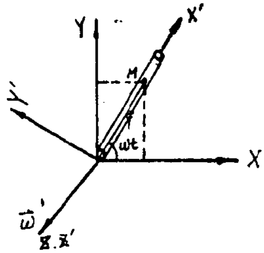

图 1—7

提示：在直管上选活动坐标系OX′Y′Z′