萬有文庫

第一集一千種

王雲五主編

自然哲學之數學原理

(九)

牛頓著

鄭太朴譯

商務印書館發行

自然哲學之數學原理

（九）

牛　頓　著

鄭太朴譯

漢譯世界名著

萬有文庫

第一集一千種

總編纂者

王雲五

商務印書館發行

目　次

原序

第二版序言

第三版序言

第一册

說明……………………………………………1

運動之基本定理或定律…………………………21

第一編　第一章　論首末比之方法用此可證明以後之理者………45

第二章　論向心力之求法………64

第二册

第三章　論圓錐曲線上物體之運動…………………………1

第四章　論一個焦點已知時求圓錐曲線的軌道之法……23

第五章　論焦點均未知時求軌道之法……………………39

第三册

第六章　求已知軌道內運動之法…………………… 1
第七章　論物體之直線的上昇及下墜…………………15
第八章　論物體受向心力之推動而運行時求其軌道之法…………………………34
第九章　論動的軌道內物體之運動以及回歸點之運動…44
第十章　論物體在已知面上之運動及擺錘運動…………70

第四册

第十一章　論球形物體之運動其間有向心力互相吸引…… 1

第十二章　論球形物體之吸引力…46
第十三章　論非球形物體之吸引力………………………84

第五册

第十四章　論傾向大物體的向心力所推動的小物體之運動……………………… 1
第二編　第一章　論某項物體之運動此項物體受一種與速度相比的抵抗力者……………17
第二章　論某項物體之運動此項物體所受之抵抗力與速度之平方相比…………35
第三章　論物體在抵抗力下之運動此抵抗力之一部分與速度相比一部分則與其平方相比………………92

第六册

第四章　論物體在中介物內之循環運動……………………1
第五章　論流體之密度及壓榨以及流體靜力學…………14
第六章　論擺錘之運動及抵抗…39

第七册

第七章　論流體之運動及拋出的物體之抵抗力………… 1
第八章　論流體內之傳達運動…68

第八册

第九章　論流體之圓形運動…… 1
第三編　論宇宙系統……………………………21
研究自然之規律……………………22
現象………………………………………26
第一章　論宇宙系統之原因……36

第九册

第二章　論月球差失之大小…… 1
第三章　論海潮之大小…………65
第四章　論歲差………………80

第十册

第五章　論彗星………………… 1

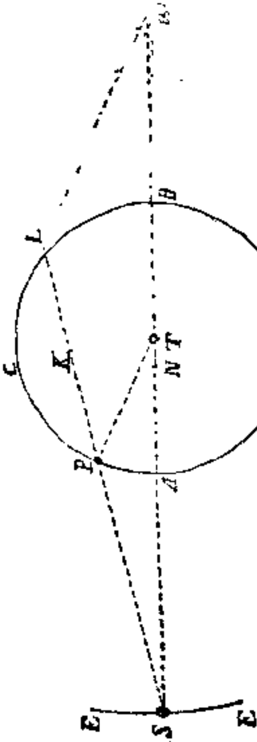
第 二 章

論月球差失之大小

<u>§29. 問題.</u>

試求太陽對於月球之運動上能發生失調作用的力.

今設S爲太陽, T爲地球, P爲月球, $CADB$爲後者之軌道. 又設 $SK=ST$, $SL:SK=SK^2:SP^2$; LM則與PT相平行. 倘地



圖○九一號

球對於太陽之加速的重力用 ST 或 SK 表之,則 SL 爲月球對於太陽之加速的重力,而且由 SM 及 ML 所合成,其中之 LM 及 SM 之部分 TM 能對於月球之運動發生失調的作用,此則於第一編之 § 107 中已知之。

地球與月球均繞其共同的重心運動,故前者之運動亦爲同樣的力所影響而失調.不過此項力及運動之和可就月球而言,前者可用相似的線 TM 及 LM 表之。

LM 力之平均的量與能使月球在其軌道內繞太陽運動的向心力相比,等於月球繞地球的時間與後者繞太陽的時間相比之平方(按第一編 § 107 系 17).

因此,其比爲

$$(27^d 7^h 43^m)^2 : (365^d 6^h 9^m)^2$$

$$= 1000 : 178725$$

$$= 1 : 178\tfrac{29}{40}.$$

在本編 § 4 內,我們已知道,倘地球與月球繞

其共同重心運動，則其平均的距離約等於 $60\frac{1}{3}$ 地球半徑．此外，使月球在其軌道內繞地球於 $PT=60\frac{1}{3}$ 地球半徑之距離內運行的力，與使月球在同時間內於 60 半徑的距離內運行的力相比，如

$$61\frac{1}{3} : 60.$$

又，此力與地球上之重力相比，差不多如 $1:60^2$. 所以 ML 平均力與地面上之重力相比，如

$$1\cdot 60\frac{1}{3} : 60^3\cdot 178\frac{29}{40}$$

$$=1 : 638092{,}6.$$

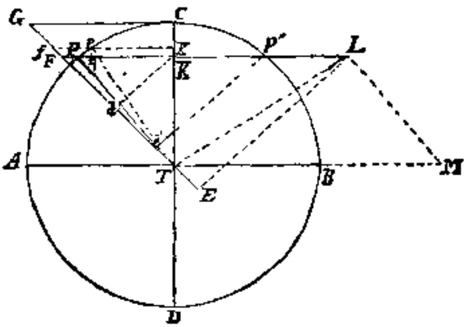
由此，及由 TM 與 ML 之比，可求得 TM 之值，而此即爲太陽對於月球發生失調影響的力．

§ 30. 問題． 試求月球繞地所作的面積之每時的增加；且假定，軌道爲圓形的．

以前已知道，月球之半徑繞地所作的面積係與時間相比．但須月球之運動不爲太陽之影響致失調．我們現在試研究，受太陽之影響而發生差率或每時的增加時，其狀況如何．爲求計算之簡單，且假定其軌道爲圓形的，暫將其他的一切差失均

不計.

因其離太陽之遠,可暫假定 SP 及 ST 爲平行的.如是,平均的力 LM 可以平均的值 TP, TM 則可以 $3\cdot PK$ 代之.按定律之系 2,此項力可組合



第　一　九　一　圖

成爲一力 TL,而如作 LE 與 TP 相垂直,則又可將其析成爲 TE 及 EL 二力.此中之 TE 力恆沿半徑 TP 發生作用,故對於後者之作成面積 TPC 既不能使其加速,亦不能使其遲緩.至於第二力 EL,則其影響沿着與半徑相垂直的線,故對於該項面積之作成,能使其加速或遲緩,其度與其使月球運動之加速或遲緩相同.當月球由直角距離 C

至會合點 A 時,其加速與 EL 力相比,卽,與

$$\frac{3PK\cdot TK}{TP}$$

相比.其時間可用平均的運動,或 CTP 角或 CP 弧以表之.試作 CG 與 CT 相垂直,使 $CG=CT$,並設想將 AC 象限分割成為相等的段 Pp, 等等,表等多的相等的時間段.又作 pk 與 CT 相垂直,使 TG 線與 KP, kp 之引長相交於 F及 f.如是,則 $FK=TK$, $Kk:PK=Pp:TP$, 卽, Kk 有一定的比.因而 $FK\cdot Kk$ 或卽 $FkKf$ 面與 $\frac{3PK\cdot TK}{TP}$ 相比,卽與 EL 相比,而全個的面 $GCKF$ 與一切力 EL 之和相比. 從可知該面與速度相比,此項面卽係該項力所發生者,亦卽是與產生 CTP 面的加速相比.

使月球繞地球在 TP 距離內於 $ADBC=27^d\ 7^h43^m$ 時間內完成其環繞的力,其影響能使一下墜的物體在 CT 時間內經過 $\frac{1}{2}CT$ 道路,於同時間內達到一速度,與月球在其軌道內運行的速度

相等.此可由第一編 § 18 之系 9 以知之.因爲垂直於 TP 上之線 $Kd=\frac{1}{3}EL$, 在八分點處$=\frac{1}{2}TP$ 或$=\frac{1}{2}ML$, 故 EL 在八分點爲最大.超過 ML 力之比率爲 3 : 2. 因之, 此力與使月球繞地球在其環繞時間內運動的力相比, 如

$$100:\tfrac{2}{3}\cdot 17872,5$$

$$=100:11915.$$

在 CT 時間內, 其所發生的速度等於月球速度之 $\frac{100}{11915}$, 而在 CPA 時間內所發生之速度, 則較大, 其比爲 $CA:CT$ 或 $CA:TP$.

在八分點中最大的力 EL, 可用 $FK\cdot Kk=\frac{1}{2}TP\cdot Pp$ 以表之.最大的力在 CP 時間內所可產生的速度, 與最小的全部力 EL 所產生者相比, 如 $\frac{1}{2}TP\cdot CP:KCGF$, 而在全時間 CPA 內所產生之速度相比, 則如 $\frac{1}{2}TP\cdot CA:TCG=CA:TP$.

如是, 全時間末之速度, 等於月球速度之 $\frac{100}{11915}$, 今由後者加上及減去該項速度之半, 並用 11915 以表該項平均差率, 則 $11915+50=11965$

爲面積在朔望點方面之最大差率，而 11915−50 =11865 爲其在直角距離點方面之最小差率．所以在同時間內於朔望點及直角點方面所作之面相比，如 11965 : 11865. 今於最小的差率 11865 上，加一其他數，此數與 100 相比等於 $FKCG:TCG$，或 $PK^2:PT^2=Pd:PT$，則其所得之和所表者爲月球在任何一中間處 P 時面積所發生之差率．

這些統是在一個假定下，即，太陽與地球靜止着，月球之環繞時間爲 $27^d7^h43^m$. 但眞正的交會環繞時間爲 $29^d12^h44^m$，故必將差率之增加按照環繞時間之比例放大，即，按照 1080853 : 1000000 之比．如是，原來的 $\frac{100}{11915}$，當增加之應爲 $\frac{100}{11023}$. 所以朔望點方面的面積之差率與直角距離點方面相當的差率相比，等於 11023 + 50 : 11023 − 50 =11073 : 10973，而當月球在任何一中間的處所時，直角距離點之差率與該處之差率相比，等於 10973 : 10973+Pd，但我們假定 $TP=100$.

所以月球環地球在每個相等的時間段內所作

之面積，差不多與一和數相比，此和數由 219, 6, 及月球與其次的直角距離點間之距離之倍的矢（其圓半徑為 1）所成.在這裏，我們係假定八分點方面之變差，其大小為中平的.倘此變差較大或較小，則此矢亦必以此比放大或減小之.

§ 31. 問題. 試由月球之每時的運動內，求其與地球之距離.

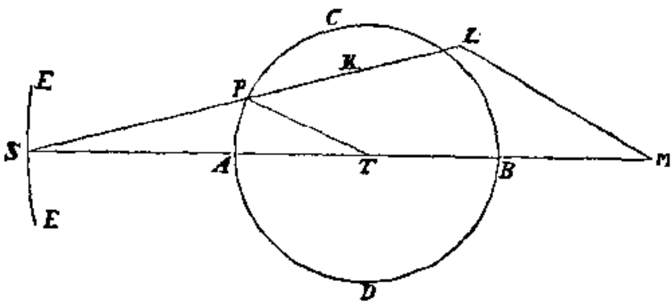
月球於環繞地球運動時，每刻所作的面積，與其每時的運動及離地球的距離之平方相比. 所以此項距離與面積之平方根之正及每時的運動之平平根之反相比.

系 1. 用此項方法，可求得月球之外觀的徑，因此徑與其距地球的距離成反比. 天文學者很可以研究，此規律與現象相合之正確性至於何種程度.

系 2. 根據所得現象，我們可由此以求月球之軌道，較以前所得者，必更能正確.

§ 32. 問題. 試求月球在其內運動的軌道之徑；但假定，此軌道無有偏心率.

一運動的物體在曲線上運行時，倘有一力恆向與前者相垂直的線上將其吸引，則曲線之曲率與吸引力之正，與速度之平方之反相比．我假定曲線曲率相互間之比，等於切角之切線或正弦之最後比，當角小至無限時，其半徑可相等。



第一九二圖

月球對於地球在朔望點之吸引，爲其對於地球之重力超過太陽之力$=2PK$之餘，而後者則爲月球及地球對於太陽的重力之差．在直角距離點時，該項吸引力等於月球對地球及向地球的太陽力之和，今設

$$\frac{AC+CT}{2}=N,$$