

全国光学设计技术交流会资料

# 光学设计文集

第一机械工业部情报所

## 前 言

近年来，由于电子计算机的使用和最优化数学方法的进步，使光学设计技术有了很大发展。古老的手工设计方法，正在被高速的自动透镜设计技术所取代，它大大提高了设计效率。

无产阶级文化大革命以来，在毛主席的革命路线指引下，我国光学工业战线上的广大工人和革命的科技人员，狠批了林彪一类骗子的反革命修正主义路线，提高了阶级斗争和路线斗争觉悟，焕发出伟大的革命热情。通过三大革命的实践，在光学设计技术方面创造出不少先进经验。

目前，就自动透镜设计方法来看，诸如阻尼最小二乘法、适应法、非线性不等式法等，我国都进行了研究，有的已进入使用化阶段；就典型光组校正来看，高质量的摄影物镜、变焦距物镜、天文望远镜头、显微物镜以及为电子工业服务的精密微缩物镜等都达到一个新的水平。还有，用光学传递函数作象质评价，有关单位也进行了研究，并取得了一定的成果。

为了总结经验，一机部和有关单位委托上海光学仪器研究室和沈字 619 部队于 72 年 9 月在长春召开了“光学设计技术”交流会。本文集就是根据这次会议的交流资料选编而成的。负责编辑的单位有：总字 820 部队情报室、上海光学仪器研究室、沈字 619 部队、北京 608 厂、新添光学仪器厂、上海照相机厂、后字 415 部队、浙江大学、三机部 248 厂、南京电影机械厂、一机部情报所等。

鉴于会议交流资料很多，我们仅选编了其中有代表性的部分。内容类同的资料，为了避免重复，我们采取了以一篇文章为基础，取其他文章之特点的方法进行了适当的综合。

在编辑过程中，曾请科学院计算所、北京大学等大专院校以及在京的有关工厂进行了审查，这些单位都提供了很多宝贵意见，在此表示衷心感谢。

由于时间仓促，加之我们水平有限，文集中一定会有不少错误，敬希读者批评指正。

《光学设计文集》编辑组 1973年4月

# 目 录

## 一、自动透镜设计及像质评价

以阻尼最小二乘法求可行解作自动透镜设计	3
光学自动平衡的围墙法	19
自动透镜设计的非线性不等式方法	33
以调制传递函数作为自动透镜设计的价值函数	40
用适应法作自动透镜设计	56
自动透镜设计介绍	63
光学传递函数的计算	69
用自相关法计算光学传递函数	91
光学传递函数介绍	96

## 二、典型光组校正

变焦距物镜设计	117
望远镜物镜设计	153
显微镜物镜设计	167
大相对孔径摄影物镜	175
微缩物镜设计	188
超广角摄影物镜	208
高倍投影物镜设计	219
宽银幕电影变形镜组设计	232
棱镜位移和微量旋转引起的光路变化	243
彩色显象管中模拟电子轨迹的光学校正透镜的设计	257
宽幅投影仪光学系统的设计	266
透镜——双平面反射镜式光学选字机构	275
舞台投影幻灯	280
国外光学设计发展概况	284

# 一、自动透镜设计及像质评价



# 以阻尼最小二乘法求可行解作自动透镜设计

沈阳东北计算中心、沈字 619 部队

阻尼最小二乘法对于以平方和形式构成的价值函数的极小化是一种较好的方法。因此，用阻尼最小二乘法进行自动透镜设计已成为世界上流行的实用化方法之一。

A. girard 和 C. G. Wynne 最早把阻尼最小二乘法<sup>[9]</sup>用于光学自动设计<sup>[1]</sup>。后来 Wynne 和其它人<sup>[2]-[8], [13]</sup>相继对这种光学自动设计方法作了种种改进。特别是对阻尼因子、权因子和边界条件的处理进行了不少讨论，其中以 Wynne 的工作最有代表性。

关于阻尼因子，Wynne 最初发表了根据  $\theta = \frac{\phi - \phi'}{\phi - \phi'_i}$  的大小控制  $p$  值的方法，最近又提出满足  $\frac{\partial \phi'}{\partial p} = 0$  的条件，在每一次循环中求一次  $p$  值的方法。选择好的阻尼因子可以加快阻尼最小二乘法的收敛。我们采用以最佳松弛因子代替最佳阻尼因子，并应用 0.618 优选法来求得。实验证明，应用此方法虽然比最佳阻尼因子效果稍差一些，但计算量较少。

关于阻尼系数，Wynne 认为以  $(A)^T \Lambda (A)$  的对角线元素和以常数 1 的形式给出，对于求解方程并无本质差别。但是，不同的阻尼系数意味着按不同的方位求得阻尼最小二乘解，所以，阻尼系数对所求解，实际影响还是很大的，特别当价值函数接近于稳定时是这样。我们以三种形式给出阻尼系数，以补偿方法在不收敛时加大阻尼因子的失效。同时，由于采用了对称矩阵的高斯消元法去求解参数修改量，减少了存储，并为改变阻尼因子或阻尼系数提供了方便。

权和目标值是作为单一评价函数在极小化过程中联结各种象差的纽带。如何给权和目标值，一直是应用阻尼最小二乘法校正光学象差须待解决的问题。一般说来，权和目标值很难给得合适，因此，用单一评价函数（指象差的加权平方和）作为评价透镜性能的唯一标准就不准确。我们认为，恰当地改变权和目标值，通过极小化过程把从任意一次算起的评价函数是否减小，做为取舍新结构参数的手段，以下列不等式组所表达的透镜的物理与机械性质是否得到完全的满足作为判断透镜性能好坏的准则，

$$\alpha_i < f_i(x_1, \dots, x_n) < \beta_i, \quad i = 1, \dots, m.$$

铃木、米泽<sup>[10]</sup>应用 Yu. I. Merzlyalov 提出的张弛法去求这种可行解。为了加快收敛，他考虑了量纲的变数变换。但在每次迭代中他只考虑了不满足不等式的象差，因而不可避免地要出现反复。分析其计算格式还可以看出，构成使不等式趋于满足的向量  $V$  的各因子  $\lambda_i$ ，如同单一评价函数中的权因子一样难于给准。Grey<sup>[11]</sup>对象差的梯度作正交化来校正光学象差，意指在已经校正好的象差的梯度的正交方向上，校正另外的象差不会对原来好的象差有太大的变动。不过，他应用的是单一评价函数。综合以上两种作法的优点，我们的方法的实质是：在满足不等式象差的梯度的近似正交方向上，使由不满足不等式的象差构造出的评价函数（不妨这样称呼）取到极小，从而使满足不等式的象差逐渐增多，最终求得可行解。

如何处理边界条件是解决自动透镜设计的重要方面。Wynne 早期对违反边界条件的变数采取“惩罚”的办法，最近提出把被侵犯的边界条件作为象差处理。我们认为后一种方法

既简便而又可行。对边缘厚度和变焦距镜头各组元之间的空气间隔，我们也采用了这种办法作了处理。但是，对一般的间隔或中心厚度则不须要这样做，因为对折射面的间隔作了变数替换之后， $d_i = d_i^0 + k_i x_i^2$ ，其中  $d_i^0$  是该间隔的界限值， $k_i$  为任意常数，即可解决这一问题，并且，对常系数  $k_i$  作适当的选择更有助于间隔修改量和曲率修改量之间的互相匹配。

下面就介绍用阻尼最小二乘法设计定焦距镜头和变焦距镜头所编排的一个自动程序。物距可取在无限远，也可取在有限远。经若干例题的实验，证明该程序在加进设计者经验的配合下可以收到良好的效果。

## 一、透镜设计问题的数学提法

从数学的角度来说，设计一个透镜通常归结为在若干约束条件下求几个变数的函数的最小值问题。这些变数就是透镜的结构参数，即各折射面的曲率半径、元件的厚度或间隔以及光学玻璃对各色光的折射率，设它们是  $x_1, \dots, x_n$ 。求最小值的函数是所谓的价值函数，即各种象差与目标值之差（称残余量）的加权平方和。具体地说，即是将标志透镜性能的几个视场、几个孔径或几个焦距位置上的球差、彗差、场曲、象散、畸变、色差等等视为结构参数的函数

$$f_i(x_1, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

对应的目标值是  $f_i^*$ ，权是  $\mu_i > 0$ ，则价值函数就是

$$\phi = \sum_{i=1}^m \mu_i [f_i(x_1, \dots, x_n) - f_i^*]^2 \quad (2)$$

一般地说，当权和目标值给得合适，在参数变化的一定范围内，价值函数  $\phi$  是透镜性能好坏的总标志。它的值小就表示性能好，它的值很大，那就认为性能不太好。约束条件是指保证透镜加工所必须满足的机械尺寸的限制，诸如镜片的中心厚度和边缘厚度不可以太薄、镜片之间留有一定间隔以免相碰、透镜的折射面半径不能过小、后工作距要保证一定的长度以及透镜总焦距要符合要求等等。

求最小值的方法很多，如最速下降法、共轭斜量法、变尺度法等。但是，针对平方和这种形式的函数而言，一般认为采用阻尼最小二乘法为好。因为，这种方法的收敛速度较快，又充分运用了由组成求最小值函数的每一个函数对自变数的一级变化率。

在价值函数极小化过程中，必须同时满足约束条件。事实上，在约束条件中，后工作距和焦距可以和象差一样的看待，就是将它和自己的目标值之差乘上相应的权作为价值函数  $\phi$  中的一项。而作为自变量的折射系统的面间隔  $d_i$  有自己的取值区间

$$0 < d_i^0 \leq d_i \quad (3)$$

其中  $d_i^0$  即是间隔的限制值。所以，引进新的变量  $x_i$  作变量替换，为

$$d_i = d_i^0 + k_i x_i^2 \quad (4)$$

这样便解除了对透镜中心厚度的限制。其中  $k_i > 0$  是任意选定的常数，因为  $x_i$  取任何值，不等式 (3) 总是成立的。应该指出，在有反射面的系统中，跟负折射率相对应的那些间隔要取负号，相应的不等式 (3) 要反向，所以 (4) 式中对应的  $k_i$  应取负值。

折射面半径不可太小，需满足

$$|R_j| \geq R_j^0 > 0$$

或

$$C_j^0 = \frac{1}{R_j^0} \geq \frac{1}{|R_j|} = |C_j|$$

$C_j$  亦可通过变数替换加以消除, 例如引进新的变数  $x_j$ , 将其表示成

$$C_j = C_j^0 \cdot \sin x_j, \quad (5)$$

或者其它什么形式。

对于折射系统透镜的边缘厚度, 由于通过光线追迹能够计算出穿过透镜边缘的光路长  $D_i(x_1, \dots, x_n)$ , 所以, 只要这些光路长度大于一定的数值, 即

$$D_i^0 \leq D_i(x_1, \dots, x_n) \quad (6)$$

就可以保证透镜的边缘厚度不会太薄, 其中  $D_i^0$  为常数。在折反系统中, 不等式 (6) 的取向应根据  $D_i^0$  的正负号而定。

至此, 所有的约束条件只需考虑不等式 (6) 了。

如何解带约束的最小值问题, 比较实际而又简单的作法是: 在求价值函数  $\phi$  的极小化过程中, 只当条件 (6) 被破坏时, 才将不满足不等式 (6) 的边缘厚度视为象差, 以比边界限制  $D_i^0$  略微大一点的数作目标值, 两者之差再乘上适当的权加到价值函数  $\phi$  上去, 再去求极小。

## 二、阻尼最小二乘法

设参与评价的函数 (象差及边缘厚度) 都统一写成函数 (1) 的形式。给定初始参数  $x_0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$ , 在该点近旁将函数 (1) 作台劳展开, 取其零次项和一次项作近似, 得

$$f_i(x) = F_i \cong f_i^0 + \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta x_j \quad (7)$$

其中  $f_i^0 = f_i(x_0)$ ,  $\Delta x_j = x_j - x_j^0$ ,  $a_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{x=x_0}$ ,  $i = 1, \dots, m$ ;  $j = 1, \dots, n$ 。将 (7) 替代 (2) 中相应的函数, 则得到 (2) 的近似式

$$\phi \cong \Psi(\Delta x_1, \dots, \Delta x_n) = \sum_{i=1}^m \mu_i (F_i - f_i^*)^2 \quad (8)$$

我们求 (8) 的极小值来代替求 (2) 的极小值, 解由下式给出 (当  $m \geq n$  时):

$$\Delta X = -[(A)^T \Lambda (A)]^{-1} (A)^T \Lambda (f_0 - f^*) \quad (9)$$

其中  $A = (a_{ij})$ ,  $(A)^T$  为矩阵  $A$  的转置,  $\Lambda$  是以  $\mu_i$  为元素的对角矩阵,  $f_0$  与  $f^*$  分别是以  $f_i^0$  和  $f_i^*$  为分量的列向量。

只要矩阵  $(A)^T \Lambda (A)$  为非退化, (9) 式即有解存在, 这就是一般的最小二乘的解。然而, 一般说来, 由 (9) 给出的参数修改量  $\Delta X$  比较大, 以至使得用修改后的参数  $X_1 = X_0 + \Delta X$  算出来的价值函数反而比原来的  $\phi = \phi(x_0)$  还要大, 这是由于诸非线性函数  $f_i$  在点  $x_0$  附近没有很大的线性范围所造成的。为解决这一问题, 提出‘阻尼’的办法<sup>[9]</sup>, 即在 (8) 式右端加上一个限制自变量增量的阻尼项, 使  $\Psi$  成为



$$\overline{\Psi}(\Delta x_1, \dots, \Delta x_n) = \sum_{i=1}^m \mu_i (F_i - f_i^*)^2 + p \sum_{j=1}^n q_j \Delta x_j^2 \quad (10)$$

其中  $p > 0$ ，称为阻尼因子，它标志着象差残余量与自变量增量之间的相对重要性。 $q_j > 0$  称为阻尼系数，标志着自变量增量之间的相对重要性。由 (10) 确定的极小值由下式给出，

$$\Delta X = -[(A)^T \Lambda(A) + pQ]^{-1} (A)^T \Lambda(f_0 - f^*) \quad (11)$$

其中  $Q$  是以  $q_j (j = 1, \dots, n)$  为元素的对角矩阵。对于足够大的  $p$ ，矩阵  $(A)^T \Lambda(A) + pQ$  为非退化，所以 (11) 式总是可解的（此时不要求  $m \geq n$ ）。不但如此，甚至可以证明<sup>[9]</sup>，由 (11) 给出的参数修改量确实使得原来的价值函数得到了减小。

阻尼系数  $\{q_j\}$  影响着价值函数  $\phi$  的收敛。一组不同的  $\{q_j\}$  使  $\phi$  在不同的方位上找到不同的下降点，因此，变换  $\{q_j\}$  的给法能够求得使  $\phi$  每步收敛到更好的解。我们以三种形式给出阻尼系数：

1° 对于折射面半径， $q_j$  取成该曲率的平方，即  $q_j = C_j^2$ 。这是基于折射面半径较大者即曲率较小者可以有较大的变动，折射面半径较小者即曲率较大者要有较小的变动的考虑出发的。对折射面的间隔， $q_j$  都取成很小的常数，如 0.0001。这是因为，在实践中发现，间隔的变化一般比半径的变化小的多，为了充分发挥间隔的作用，阻尼系数应该给得很小。

2°  $q_j$  取成矩阵  $(A)^T \Lambda(A)$  的对角元素，即

$$q_j = \sum_{i=1}^m \mu_i a_{ij}^2, \quad j = 1, \dots, n。$$

不难理解，这些因子可以看成参数对象差灵敏程度的一种度量，因为它是所有象差对某个参数的变化率的加权平方和，值  $\sum_i \mu_i a_{ij}^2$  大即表示参数  $x_j$  较为灵敏。所以，对一个灵敏的参数加上一个较大的阻尼，可在该方向上取到较小的步长。

3°  $q_j$  取成前组使函数  $\phi$  不收敛解的平方，即  $q_j = \Delta x_j^2$ 。很明显，使函数  $\phi$  不收敛的原因是，参数修改量应该小的大了，应该大的反而小了。所以用不收敛解本身作为阻尼系数再去重新求解就一定会改变现状。

我们对阻尼系数都作了规化，使  $\sum q_j = 1$ 。在上述三种阻尼系数中，第二种在国外和国内使用比较成熟，取得好的效果；第一和第三种是较新的提法，第一种效果也比较好，而第三种有时可以弥补第一和第二种的不足，但需在实践中进一步总结。

阻尼因子  $p$  按照阻尼系数  $\{q_j\}$  的比例关系整体地控制着增量  $\{\Delta x_j\}$  的大小。从 (11) 式看出， $p$  值小则增量小，然而  $p$  值太小可能会使价值函数不收敛；如果  $p$  值很大，则增量小，因而  $\phi$  收敛的慢。 $p$  的最佳值，理论上由

$$\frac{d\phi(\Delta x_p)}{dp} = 0$$

定出。但是，这个方程很复杂，很难直接求解。如果用 0.618 优选法<sup>[12]</sup> 是可以求出最好的  $p$  值的。但是，这需要反复求解方程 (11)，增加较多的计算量。简单的办法是，在对某个阻尼因子  $p$  使函数  $\phi$  收敛之后，对下式的松弛因子  $\lambda$  作优选：

$$X = X_0 + \lambda \Delta X$$

其中  $\Delta X$  即是由 (11) 式求得的解。尽管最佳松弛因子的作用不如最佳阻尼因子使价值函数收敛的更快，但是，实践证明，由于有三种阻尼系数供轮换使用。所以，当阻尼因子  $p$  给得比

较小，而使  $\phi$  收敛之后再求最佳松弛因子时，效果和最佳阻尼因子是差不多的。

由于在构造价值函数之前对权就作了规化，即  $\sum \mu_i = 1$ ，所以阻尼因子都是人为的选在  $0.25 \sim 1$  之间，对于变焦距镜头则取在  $0.5 \sim 2$  之间。在迭代法的若干步之内，权都可取作定值。

关于最佳阻尼因子及最佳松弛因子对最小二乘解的影响，我们给出简单的几何解释。求极小值的函数

$$\phi(x_1, \dots, x_n) = \text{常数}$$

确定了  $n$  维空间中一族等高线，等高线的最低点即是迭代法的最终解（对于二维空间，如图 1 所示）。在初始点  $X_0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$  对函数  $f_i$  作台劳展开，取到一次项，使价值函数  $\phi$  近似表示为二次型  $\psi$ 。如果矩阵  $(A)^T \Lambda (A)$  为正定，即表示过点  $X_0$  有一超椭球，椭球的中心  $X^*$  就是通常最小二乘法的解，它由 (9) 式所给出。但是，一般情况，矩阵  $(A)^T \Lambda (A)$  并非正定，即使它为正定，所形成的超椭球也很大，以至球心落在过  $X_0$  点的等高线之外。

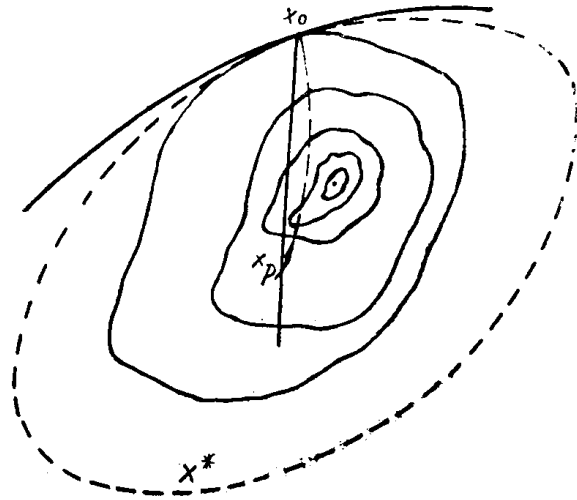


图 1

加完阻尼项之后，对于足够大的  $p$ ，矩阵  $(A)^T \Lambda (A) + pQ$  是正定的，并且，当  $p$  增大时超椭球由大变小，椭球中心  $x_p$  就由  $X^*$  沿一条曲线跑向  $X_0$ ，当  $p$  趋于无穷时，方向  $\overrightarrow{X_0 X_p}$  便与函数  $\phi$  在  $X_0$  点的梯度（即  $\text{grad } \phi(X_0)$ ）方向一致。所以总可以找到那样的  $p$ ，使得球心落在比较起来是最低的等高线之内。这样的  $p$  值就是对于点  $X_0$  的最佳阻尼因子。而最佳松弛因子，则表示在连接点  $X_0$  与  $X_p$  的直线上找到使  $\phi$  取到最小值的点。

顺便指出，求解线性方程组 (11) 我们采用了一般高斯消元法，因为考虑到系数矩阵为对称，只须对一半元素进行消元，剩下的一半元素供恢复之用。这样做减少了存储，为改换阻尼系数提供了方便。对于较大的  $p$  值，系数矩阵的对角线元素始终占据优势，所以，这样做并不会影响解的精度。

### 三、以阻尼最小二乘法求可行解

在具体应用阻尼最小二乘法校正光学象差时，比较困难的问题在于所有象差的权和目标值不能一次给准。通常的做法是，先给一组权和目标值取到价值函数的极小，由人观察一下各种象差是否达到了令人满意的程度，然后再调整权和目标值重新作极小化，直到所有的象差都令人满意为止。如此，价值函数并不作为判断透镜性能优劣的唯一标准，对它的极小化只作为校正象差的一种手段。最终透镜性能的好坏，要看各种象差是否落在各自的公差范围之内，即是说，只当不等式组

$$\alpha_i < f_i(x_1, \dots, x_n) < \beta_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

全都满足时，才认为透镜设计成功，其中  $\alpha_i, \beta_i$  为常数。因此，自动透镜设计实质上就变成如何改变权和目标值，通过阻尼最小二乘法来求得可行解 (12) 的问题了。

改变权和目标值的原则是使满足不等式 (12) 的象差的个数逐渐增多。这就要求, 在重新作极小化时, 不破坏已经满足的不等式, 也就是说, 在使区间外的象差向区间内收敛的同时, 必须对已经落入区间内的象差的增量加以限制, 使之不再跑出区间之外。

为此, 设  $I$  表示初始点  $X_0$  使象差  $f_i(x_0)$  满足不等式 (12) 的序号集合,

$$I = \{ i \mid \alpha_i < f_i(x_0) < \beta_i, i = 1, \dots, m \}$$

定义新的价值函数

$$\Phi = \sum_{i \in \bar{I}} \mu_i (f_i - f_i^*)^2 + R \sum_{i \in I} W_i (\Delta f_i)^2 \quad (13)$$

其中  $R$  表示区间内外象差增量之间的相对重要性, 而

$$\left. \begin{aligned} \mu_i &= \frac{1}{(\beta_i - \alpha_i)^2}, \quad (i \in \bar{I}) \\ f_i^* &= \frac{\beta_i + \alpha_i}{2}, \quad (i \in \bar{I}) \\ \Delta f_i &= f_i - f_{0i}, \quad (i \in I) \\ W_i &= \begin{cases} \frac{1}{(f_{0i} - \alpha_i)^2} & \left( \alpha_i < f_{0i} \leq \frac{\beta_i + \alpha_i}{2} \text{ 时} \right) \\ \frac{1}{(\beta_i - f_{0i})^2} & \left( \frac{\beta_i + \alpha_i}{2} < f_{0i} < \beta_i \text{ 时} \right) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

如前所述, 应用阻尼最小二乘法对  $\Phi$  求极小值的计算方法是在将函数  $f_i$  作线性替代之后对下列函数

$$\bar{\Psi}(\Delta x_1, \dots, \Delta x_n) = \sum_{i \in \bar{I}} \mu_i \left[ \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta x_j + f_{0i} - f_i^* \right]^2 + R \sum_{i \in I} W_i \left[ \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta x_j \right]^2 + p \sum_{j=1}^n q_j \Delta x_j^2 \quad (15)$$

求极值, 其中  $a_{ij}$  如同对 (7) 式的说明。此时, 参数的修改量由下式给出,

$$\Delta X = -[(A)^T M(A) + pQ]^{-1} (A)^T M(F_0 - F^*) \quad (16)$$

其中矩阵  $A = (a_{ij})$ ,  $M$  是以

$$m_i = \begin{cases} \mu_i & i \in \bar{I} \text{ 时} \\ RW_i & i \in I \text{ 时} \end{cases}$$

为元素的对角矩阵, 列向量  $F^*$  的元素是

$$F_i^* = \begin{cases} f_i^* & i \in \bar{I} \text{ 时} \\ f_{0i} & i \in I \text{ 时} \end{cases}$$

而  $p$  为阻尼因子,  $Q$  为阻尼系数情况下所组成的对角矩阵。

不难证明, 当  $m < n$ , 且可行解 (12) 存在时, 对于足够大的  $p$ , 由 (16) 式给出的参数修改量确实减小了  $\Phi$ 。事实上, 当  $p$  趋于无穷时,  $\Delta X$  所指出的方向与函数  $\Phi$  的负梯度方向一致, 从而可以找到适当的  $p$  来使  $\Phi$  减小。

现在, 假设对任一正数  $R$ ,  $\Phi$  取极小值的点记作  $X_R = (x_{1R}, \dots, x_{nR})$ , 且令

$$\tilde{\phi} = \sum_{i \in \bar{I}} \mu_i [f_i(x) - f_i^*]^2 \quad (17)$$

$$S = \sum_{i \in I} W_i [f_i(x) - f_i(x_0)]^2 \quad (18)$$

在假定  $X_0$  不是  $\Phi$  的稳定点的条件下, 我们看到

$$\begin{aligned} \widetilde{\phi}(x_R) &< \widetilde{\phi}(x_R) + RS(x_R) = \Phi(x_R) \\ &< \Phi(x_0) = \widetilde{\phi}(x_0) + RS(x_0) = \widetilde{\phi}(x_0) \end{aligned}$$

亦即

$$\widetilde{\phi}(x_R) < \widetilde{\phi}(x_0) \quad (19)$$

这说明,  $\Phi$  的极小值点也减小了  $\widetilde{\phi}$ , 因此, 对 (13) 作极小化可使区间之外的象差向区间内收敛。

限制因子  $R$  的作用是使已经落入区间的象差不跑出区间之外。事实上, 对于足够大的  $R$ , 当阻尼最小二乘法使得  $\Phi$  收敛时, 有

$$\widetilde{\phi}(x_R) + R \cdot S(x_R) = \Phi(x_R) < \Phi(x_0) = \widetilde{\phi}(x_0),$$

从而,

$$0 < S(x_R) < \frac{\widetilde{\phi}(x_0) - \widetilde{\phi}(x_R)}{R}$$

$$W_i [f_i(x) - f_i(x_0)]^2 < \frac{\widetilde{\phi}(x_0)}{R}, \quad (i \in I)$$

这时只要取  $\frac{\widetilde{\phi}(x_0)}{R} = 1$ , 再用 (14) 就可证明这些象差没跑出区间外。

## 四、程序的描述

应用 ALGOL 算法语言在一台中型电子计算机上编排了自动透镜设计程序。这个程序是以校正变焦距物镜象差为背景设计的, 但是, 对目镜、定焦距物镜和变焦距物镜都可以做象差校正, 物距可取在无限远也可取有限距离。

使用者为程序准备的数据, 除一般追迹光线所必须的数据外, 增加了象差的目标值及相应的公差。另外, 透镜中心厚度的限制值  $d_i^0$ , 变数替换式 (4) 中的常系数  $k_i$ , 以及边缘厚度的限制值  $D_i^0$  也要输入到机器中去。对于变焦距物镜而言, 在使用程序前, 应该算好高斯光学尺寸, 诸如各组元的焦距, 几个变焦位置上高斯主面间的距离、视场角和入射高等等。在校正象差时, 程序控制各组元的焦距和组元间主面的间隔。但是, 程序也留有这样的余地, 就是允许各组元的焦距变化, 在保证主面间隔等于事先给定值的情况下, 让几个变焦位置上的后工作距和相对孔径趋向于要求的值。不论那种情形, 程序对变焦组元间的空气间隔都以象差看待, 通过对整个系统象差的校正, 使它们最终不最低于给定的限制值。

校正变焦距物镜的象差相当于将两个或三个定焦距物镜一块来考虑。每个变焦位置 (即一个定焦距物镜) 上参与校正的象差是:

全孔径和 0.707 孔径的球差  $LA'$ 、正弦差  $OSC'$ ;

全视场和 0.707 视场的畸变  $Dist$ 、子午场曲  $x'_1$ 、及弧矢场曲  $x'_2$ ;

全视场 0.707 孔径下的及 0.707 视场全孔径下的子午彗差  $K'_1$ 、轴外球差  $X'_1 - x'_1$ ;

全视场弧矢 0.85 孔径的  $TA'_2$ ;

初级色差系数  $C_i$ ;

轴上 0.707 孔径第二种色光与第三种色光的球差之差  $LAC'$ ;

初级倍率色差系数  $C_{11}$ ;

全视场  $0.707$  孔径下的倍率色差的波差值  $\Sigma(D_s - D_b)\delta_n$ ;

像方孔径角  $u'_k$ , 后工作距  $l'_k$ , 以上共计二十一个。

在平衡放大机镜头象差时, 可将几个有限共轭距位置上的象差一块加以折衷, 如同对一个变焦距物镜加以校正象差, 不同的是后工作距和相对孔径 (指放大率) 各位置不相同。此时, 镜头的焦距值仍然允许加以控制。

象差的公差是指象差所要满足不等式的半个区间长。在极小化过程中, 权就按区间的大小以及象差所处区间的位置, 即按 (14) 式所给出。当公差给零时, 程序认为对应的象差不参与评价。

必须指出, 为保证可行解的存在, 在校正象差前, 要确定好参与校正的象差, 使其个数不大于自变量的个数。

程序以折射面的曲率及折射面的间隔作为自变量。为简化问题, 光学玻璃要人工给出, 程序并不自动加以调换。

这个程序, 在机器操作台上允许去掉任意参与评价的象差和自变量, 能够任意给出阻尼因子初值和限制因子, 对于权则可人为指定取人工权、自动权以及人工乘自动权; 并且, 通过操作台上的按键还可以写入新的象差目标值及公差等等。

迭代法每一步结束都安排有中间结果的输出, 供设计者掌握透镜设计的进程。

程序的框图由附录 I 和附录 II 给出。其中  $\rightarrow \textcircled{a}$  表示转向  $a$  框, 而  $\textcircled{b} \rightarrow$  表示由框  $b$  转来。附录 III 给出了求最佳松弛因子的细框图。

## 五、实 例

第四节所说的程序的绝大部分功能已使用一年多了, 先后为人工设计的 35 毫米与 16 毫米电影摄影镜头系列的大部分镜头作了自动修改, 主要目的是换掉进口玻璃而改用国产玻璃。以后, 用这个程序设计了一套放大机镜头, 一个系列的 35 毫米电影放映镜头和部分 16 毫米电影放映镜头, 校正了一个 2.5 倍变焦距照像镜头的像差, 现在正为两个双组联动变焦距物镜 ( $f' = 20 \sim 100$ ,  $f' = 10 \sim 100$ ) 校正象差。此外, 用这个程序也零星作过若干难度大小不等的物镜和目镜的设计。现给出几个实例用以说明该程序的效果。

1°. 作为对程序的初次尝试, 曾对焦距  $f' = 50 \text{ mm}$ , 相对孔径  $f/1.4$ , 视场角为  $46^\circ$ , 后工作距为  $37 \text{ mm}$ , 采取七片双高斯形结构的镜头作了自动校正象差。设计结果和一个专利比较, 所用玻璃的折射率较低, 色散系数较大, 但是, 象差除畸变比专利大一些 (专利  $1.5\%$ , 这里的是  $1.8\%$ ) 外, 其它象差则都差不多, 见表 1 和图 2。

2°. 一个反远距物镜的例子, 焦距  $f = 16 \text{ mm}$ , 相对孔径  $f/1.8$ , 视场  $44^\circ$ 。原来人工的设计, 后工作距为  $27.1 \text{ mm}$ , 觉得太长。经自动平衡, 先是破坏了象差, 经若干次迭代, 象差还原到原来好的程度, 后工作距缩短到满意的  $18 \text{ mm}$ , 其结果如图 3。

3°. 2.5 倍变焦距照像机镜头, 采取前组既为调焦组又为变倍组, 而后组为补偿组的三组元系统, 焦距  $40 \sim 100 \text{ mm}$ , 场角  $55^\circ \sim 24^\circ$ , 相对孔径为  $1/3.5$ , 是一个难度较大的变焦距镜头。结合人工的经验作半自动校正象差, 最后得到的结果, 除短焦位置的畸变稍大一些外, 其它象差都比较满意。结构形式如图 4 所示。

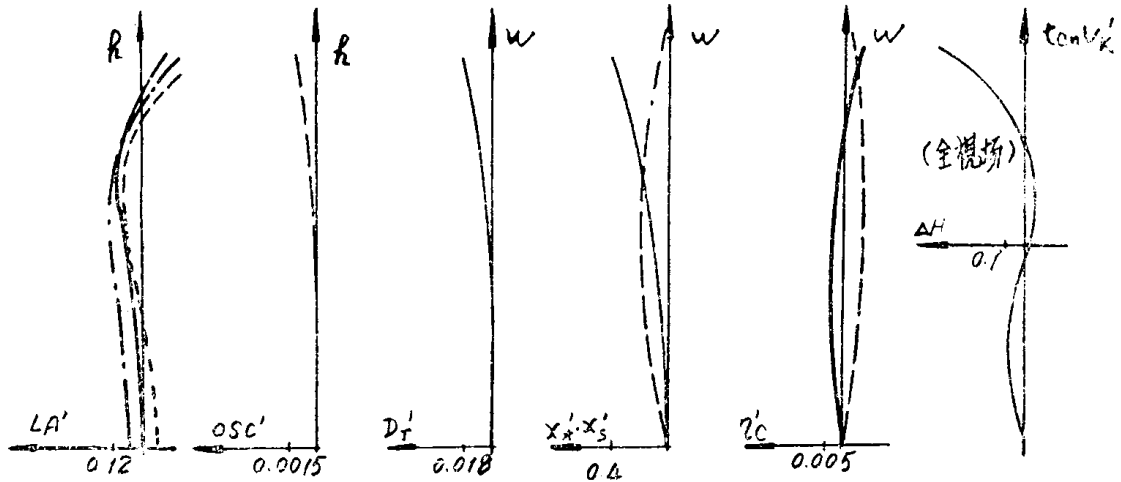


图2  $f'50$ 象差曲线

表1  $f'50$ 自动设计结果与专利结果比较

$f' = 50\text{mm}$ ,  $D/f = 1/1.4$ ,  $2W = 46^\circ$

设计结果				专利结果			
R	D	N	牌号	R	D	N	牌号
35.995	5.36	1.69339	LaK <sub>13</sub>	40.7	4.65	1.74931	LaF <sub>7</sub> (德)
131.154	0.01			132.56	0.09		
27.963	6.092	1.69339	LaK <sub>13</sub>	28.1	6.01	1.74385	LaF <sub>2</sub> (德)
30.662	3.351	1.61989	F <sub>2</sub>	135.66	3.295	1.69875	SF <sub>15</sub> (德)
15.810	8.709			16.705	8.3325		
光栏	8.589			光栏	8.3325		
-15.824	2.360	1.80489	SF <sub>6</sub>	-16.135	2.325	1.71715	SF <sub>1</sub> (德)
-235.225	8.291	1.69339	LaK <sub>13</sub>	-428.635	8.235	1.67779	LaK <sub>12</sub> (德)
-24.183	0.21			-24.765	0.29		
-109.287	4.839	1.69339	LaK <sub>13</sub>	-116.28	4.845	1.71289	LaK <sub>3</sub> (德)
-30.718	0.01			-33.05	0.09		
68.313	3.95	1.70139	BaSF <sub>7</sub>	79.455	3.01	1.71289	LaK <sub>8</sub> (德)
-396.874				-445.14			

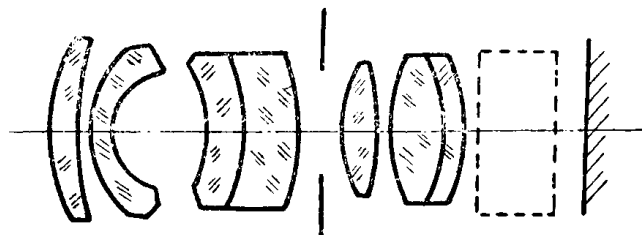


图3 焦距 $f=16\text{mm}$ 镜头

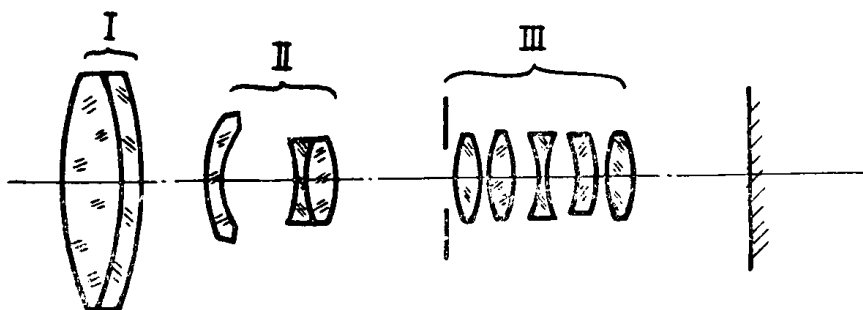


图4 二组元变焦物镜

## 六、几个问题的讨论

用阻尼最小二乘法作透镜自动设计的各种程序，虽然基本的数学方法是相同的，但是对光学设计问题的具体处理各有不同。上面主要介绍了一个程序的具体做法及设计例子，下面把其它程序的不同处理方法归纳成几个问题作补充讨论。

### (一) 象差控制的安排

自动设计中使用的象差各有不同，有的程序用光线追迹得到的象差和象差系数，有的程序用点列图，还有的用波象差和传递函数。

点列图比较形象地反映出光线在象面上的集中度，一般以点列图的重心作为原点来衡量光线焦点的弥散。它对于大象差系统比较适用。对于要求近乎理想成象的系统，以波象差作为控制的对象比较适宜。当然以传递函数值作为控制的象差时，对于大象差系统和小象差系统原则上都是可用的，并且它跟使用要求联系比较密切。计算量大是它的缺点，在未解决如何提高计算速度前，宜用于精细校正阶段。

这里所讨论的象差是指光线追迹得到的象差和象差系数。关于控制的象差个数既要避免多余，又要能充分规定该类系统的象质。显然对于显微物镜这类小视场大孔径系统，与普通照相物镜这种较大视场的系统所需控制的最低限度的象差个数是不同的。对于特大视场的航摄物镜需控制的象差个数要更多些。程序应有充分适应能力，区别对待。譬如，在同一程序中可安排以下三种控制方案，供设计者选用：

1. 对于小视场、大孔径系统可控制七个初级象差系数  $S_l \sim S_r$ ,  $C_I$ ,  $C_{II}$  和四个实际象差  $LA'_m$ ,  $LA'_z$ ,  $OSC'_m$ ,  $(d - D)_m \delta_n$  共十一种；
2. 对于中等视场系统，控制上述十一种象差之外，再增加带视场的  $x'_s$ ,  $x'_l - x'_s$ , Dist 以及带视场某一孔径的  $K'_r$ ,  $X'_r - x'_l$ ,  $(D_o - D_b) \delta_n$ ；
3. 对于大视场和象质要求很高的系统，再增加控制全视场的  $x'_s$ ,  $x'_l - x'_s$ ，以及全视场某一孔径的  $K'_r$ ,  $X'_r - x'_l$ ，弧点象差  $TA'_z$ 。

这样可根据不同的系统挑选不同的方案，把需要控制的象差个数尽量减少。对于视场大、要求高的系统也可先用第一和第二方案，然后用第三方案，以少量的计算完成同样的工作。

另外对于变焦距物镜的象差控制方式，又与定焦距镜头有不同的特色。象第四节所述那样把校正变焦距镜头的象差相当于将几个定焦距物镜一起考虑是可行的。但是没有积极利用变焦距镜头的特点来减少自动校正中的工作量。一般变焦距镜头，通常由变焦部分和后固定组两大部分组成。变焦部分的结构参数是否合适决定了在变焦过程中象质能否保持恒定。因此，在这种变焦距镜头的象差自动校正程序中宜分两步进行：

1. 对多个焦距位置，先平衡变焦部分，使系统的各象差的起伏量取极小值，也就是分别把控制的各象差在多个焦距位置中的每两个位置之差值视作‘象差’，并以平方和形式构成价值函数  $\phi$ ，求使  $\phi$  极小的变焦部分的结构。当各位置的象差起伏量小于指定容限时可开始进行第二步的校正。

2. 第二步是平衡后固定组的象差以抵消变焦部分的残余象差，从而使整个变焦距镜头的残留象差满足预定的象差容限。平衡后固定组的象差就与一般定焦距镜头的做法一样。

## (二) 变数的选择

合理的选择变数，可加快收敛速度，提高设计质量。有些不起作用的结构参数（如薄透镜厚度），不应作变数用。当同一设计要求可有几种变数选择时，应予以先估计对其它象差的影响，予以固定一些变数，使设计过程朝预定方向进行。始终同时用全部参数来参与设计过程不一定合算，作为变数的参数越多，每次迭代所需时间就越长，同时在校正中也易于碰到相关的参数。一般说用少于全套的结构参数参加到校正过程中较有利。

还应指出，为了提高使用自动设计程序的效率，充分发挥设计者的象差理论知识和经验以及处理包括有内反射面的折反系统，程序中安排变数组的功能很有必要。所谓参数组是指每组变数中一个是独立变数，另一个是因变数。有两种组的情况：

1. 同一组中的两个参数改变量的代数差为 0，包括透镜的弯曲，反射面前后的同一折射面，对称形的对应间距等；
2. 同一组中的两个参数改变量的代数和为 0，包括对称形的对应半径，反射面前后的同一间距，处在固定的两单元之间的中间单元寻求最适当的轴向位置等情况。

第一种情况称为正结组，第二种情况叫负结组。双胶合的光焦度分配确定后只有一个弯曲的变数，因此可选它的任何一面的曲率为独立变数，其它二面分别与它作正结组，从而可在象差平衡中保持色差不变。

再举一个折反射式望远系统例子（见图 8）来说明怎样运用结组的。折反系统的次镜是一内反射镜，用来产生一定量的负色差与转象系统产生之正色差相补偿，由于次镜的折射面光线两次通过，在追迹光线时它既是第二面又是第四面，所以在改变结构参数时必须保持第二面和第四面作相同的变化，采取正的结组。另外转象系统的三片光焦度已分配定了，只让它们作弯曲变化，使第七与第八，第九与第十，第十一与第十二面都作正结组。还有让第四和第六个间隔作负结组，这是为了使场镜可以在次镜和转象物镜之间寻找有利的位置。

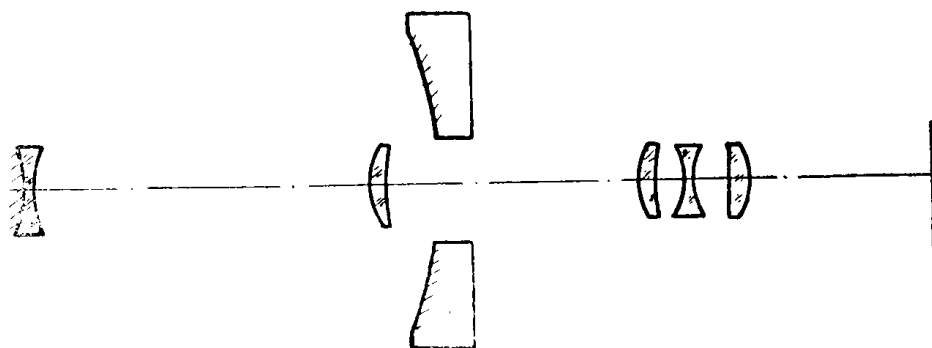


图 5

由于在程序中可使结构参数结成组，从而减少独立变数的个数，在求变化矩阵  $A$  和解法方程时，加快计算速度。并且使设计者能在自动设计程序中应用对称变化、失对称变化、弯曲变化等传统的设计手法。提高了程序效率和扩大了使用范围。

## (三) 权因子

权因子的构成，除了前面所讲的采用象差容限的倒数作为权，以给定象差的容限来代替给定各象差的权的这种形式之外，还有另外一种权的构成形式。也就是把权因子分成两部分



组成, 表示为:

$$\mu_i = \tau_i \sigma_i$$

式中  $\mu_i$ ——加在第  $i$  个象差上的权决定各种象差校正中第  $i$  个象差的相对重要性;

$\tau_i$ ——由设计者给定的本征权;

$\sigma_i$ ——修正权, 它由计算机自动调节。

$\sigma_i$  的计算公式如下

$$\sigma_i = \frac{C}{|\text{grad} f_i|}$$

其中  $C$  是规格化常数, 这是为了防止  $\sum_{i=1}^m M_i^2$  的变动对  $\phi$  产生大的影响, 因此可取

$$\sum_{i=1}^m \mu_i^2 = \sum_{i=1}^m (\tau_i \sigma_i)^2 = C^2 \sum_{i=1}^m \tau_i^2 / |\text{grad} f_i|^2$$

从而有

$$C = \left\{ \sum_{i=1}^m \mu_i^2 / \left( \sum_{i=1}^m \frac{\tau_i^2}{|\text{grad} f_i|^2} \right) \right\}^{1/2}$$

修正权  $\sigma_i$  的作用是:

1. 消除多种象差之间互相不同的因子对价值函数的影响;

2.  $(\text{grad} f_i)^2 = \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial x_j}{\partial f_i} \right)^2$ , 表示象差  $f_i$  在参数空间的变化速度, 变化速度越大, 权

越小, 根据  $f_i$  的变化速度来调节权。

#### (四) 边界条件的处理

边界条件的违反可分两类: 第一类是作为自变数的结构参数小于所规定的下限 (譬如, 负透镜的沿轴厚度小于工艺上可能的最低值, 或表面半径的绝对值小于由高级象差情况所预定之下限等等); 第二类是结构参数的函数违反边界条件, 也就是不满足

$$b(x) \geq 0 \text{ (单边约束),}$$

$$\delta \geq b(x) \geq -\delta \text{ (双边约束).}$$

象边缘光线在透镜边缘之光程长度  $D$  小于零、后工作距和共轭距不满足容限的要求都属于这类边界条件的违反。

第一类违反有如下三种处理方法:

1. 如第一节所述, 可用参数变换方法。这种方法程序处理简单, 对中心厚度的变数替换式 (4) 实际效果很好, 而曲率的变换式 (5) 在实际中不必采用 (因为程序可控制高级象差), 否则会引起多余的非线性影响。

2. 在每次循环中, 凡是违反的参数就用它规定的下限值来替代。这种处理最简便, 但对收敛过程会引起波动。

3. 采取“冻结”方法, 亦即当出现自变数违反时, 把系统还原到上一次的全部参数, 并从微分矩阵  $A$  中取消相应的列, 把那些违反的参数暂时不作变数, 冻结在上一次的数值上, 经过 5~6 次循环后, 再把冻结的参数释放, 重新作为自变数参与最优化过程。这种做法比较合理, 但程序处理比较复杂。

第二类边界条件的违反有以下五种处理方法:

1. 当边界条件不要求严格保持而容许较宽的公差时, 较好的办法是把边界的违犯当作加