

外 彈 道 學

中 冊

——火炮彈丸的飛行穩定性理論——

浦 发 編 著

中 國 人 民 解 放 軍 總 字 一 五 〇 部 隊

1964.5

外彈道學講義

中 册

—火炮彈丸的飞行穩定性理論—

目 录

概 論

- § 1 本书研究的問題..... 5
- § 2 在本书中採用的動座标系..... 6

第一篇 旋 轉 理 論

第一章 預备知識

- § 1 膛綫纏度与彈丸的自轉.....10
- § 2 旋轉彈丸飞行穩定性的意义和要求.....12
- § 3 迴轉儀定向性的物理解釋.....13
- § 4 在彈道上迴轉儀穩定性与追隨穩定性間的矛盾.....14

第二章 在彈道直綫段上的旋轉理論。次要因素的修正

- § 1 旋轉彈丸圍繞其質心運動方程的組成.....17
- § 2 在起始條件第一種情況下的方程組的积分.....20
- § 3 彈軸運動.....24
- § 4 考慮速度变化時的彈軸運動.....26
- § 5 考慮赤道抑制力矩時对彈軸運動的影响.....30
- § 6 極抑制力矩对軸向角速度的影响.....37
- § 7 在一般起始條件下的彈軸運動.....39
- § 8 在第三座标系中、在起始條件为第一、第二種情況下，彈丸圍繞質心運動
方程的积分.....45

第三章 在彈道直綫段上旋轉理論的应用

- § 1 周期性章動的條件。膛綫纏度上限.....52
- § 2 作用于信管另件上的力.....55

§ 3	翻轉力矩特徵數 K_M 及起始章動角速度 $\dot{\delta}_0$ 的測定	62
§ 4	法向力特徵數 K_N 的測定	64
§ 5	赤道抑制力矩特徵數 K_D 的測定	65
§ 6	極抑制力矩特徵數 K_T 的測定	67

第四章 在彈道曲綫段上的旋轉理論及其應用

§ 1	旋轉彈丸在彈道曲綫段上運動的情況。動力平衡角的概念	68
§ 2	旋轉彈丸在彈道曲綫段上圍繞質心運動方程的組成	71
§ 3	在彈道曲綫段上旋轉彈丸圍繞質心運動方程的積分	75
§ 4	動力平衡角的討論。膛綫纏度下限	79
§ 5	膛綫纏度公式及其在各種情況下的應用	81
§ 6	在彈道曲綫段上彈軸運動的馬也夫斯基方程	89

第五章 旋轉彈丸圍繞質心運動對質心運動的影響及其應用

§ 1	引言	95
§ 2	週期項 $(\delta = \frac{\dot{\delta}_0}{a\sqrt{\sigma}} \sin a\sqrt{\sigma}t)$ 對速度方向的影響——跳角的散佈	96
§ 3	週期項 $(\delta = \frac{\dot{\delta}_0}{a\sqrt{\sigma}} \sin a\sqrt{\sigma}t)$ 對彈丸質心運動軌跡的影響——螺旋彈道。 K_N 及 K_M 的測定	102
§ 4	週期項 $(\delta = \frac{\dot{\delta}_0}{a\sqrt{\sigma}} \sin a\sqrt{\sigma}t)$ 對射程的影響	104
§ 5	非週期項 (δ_p) 對彈丸質心運動的影響——偏流的理論計算	107
§ 6	用數值積分研究非週期項 $(\delta_{1p}, \delta_{2p})$ 對彈丸質心運動的影響	116

第六章 在全力組和力矩組作用下的彈丸旋轉理論及其應用

§ 1	引言	119
§ 2	在全力組和力矩組作用下彈軸運動公式的推導	119
§ 3	在全力組作用下，在彈道直綫段上彈丸的彈軸運動對其質心運動的影響	127
§ 4	應用一——空氣動力特徵數的測定	133
§ 5	應用二——方向偏角公式	137
§ 6	在全力組作用下在彈道曲綫段上旋轉彈丸圍繞質心運動	139

第七章 旋轉彈丸圍繞質心運動起始條件的分析

§ 1	旋轉彈丸在炮膛內外圍繞其質心運動的一般情況	141
§ 2	半束縛期內彈丸的旋轉運動	146
§ 3	在後效期間彈丸的旋轉運動	153

§ 4 影响起始条件 δ_0 的因素及减小散佈方法的討論	156
-------------------------------------	-----

第二篇 摆动理論

第一章 迫击炮彈的摆动运动

§ 1 引言。迫击炮彈在炮膛內外运动的一般情况	158
§ 2 迫击炮彈摆动与单摆运动相似	160
§ 3 迫击炮彈摆动方程的組成与积分——简单情况	163
§ 4 迫击炮彈摆动方程的組成与积分——一般情况	165
§ 5 应用拉格蘭日运动方程研究迫击炮彈的摆动运动。在一般起始条件($\delta_0 \neq 0, \dot{\delta}_0 \neq 0$)下的积分	168
§ 6 迫击炮彈的摆动运动对其质心运动的影响	174

第二章 考虑次要因素时对迫击炮彈运动的影响

§ 1 引言	178
§ 2 迫击炮彈的几何不对称及由此引起的章动角	178
§ 3 空气动力不对称对迫击炮彈质心运动的影响	181
§ 4 不对称的迫击炮彈质心运动方程組的数值积分	182
§ 5 风对迫击炮彈摆动的影响	183

第三章 摆动理論的应用

§ 1 稳定力矩系数 c_m' 及抑制力矩系数 c_D 的測定	185
§ 2 迫击炮彈的稳定性条件	187

第三篇 彈丸运动的一般問題解法

引言

第一章 向量分析知識的簡單介紹。作用於彈丸上的空气阻力和阻力矩的向量表达式

§ 1 向量积与标量积	191
§ 2 二重向量积与标量向量积	192
§ 3 向量导数	193
§ 4 作用于彈丸上的空气动力和力矩的向量表达式	195

第二章 旋轉彈丸运动的一般問題(一)——小章动角时的解法

§ 1 描繪剛体在空中运动的向量方程	199
§ 2 旋轉彈丸运动的向量方程組的組成	200
§ 3 座标系的选择。旋轉彈丸在所选择的座标系中的运动方程組	207
§ 4 在小章动角的条件下运动方程的积分	216
§ 5 射距离变化与側偏	225

§ 6 速度向量端点的运动与弹轴运动关系的讨论	229
-------------------------------	-----

第三章 旋转弹丸运动的一般问题(二)——起始段上大章动角问题的解法

§ 1 起始段上大章动角时运动方程组的组成	232
§ 2 方程组变量的变换	234
§ 3 方程组的积分	240
§ 4 在垂直于初速向量的平面上投影的弹丸质心运动方程组	251
§ 5 速度向量线和质心在 $O\gamma\zeta$ 平面内运动方程的近似积分问题	256
§ 6 实际应用——空气动力特征数的确定	261

第四章 尾翼弹丸运动的一般问题(小章动角)

§ 1 尾翼弹丸运动向量的微分方程组的组成	266
§ 2 尾翼弹丸的分析形式的运动方程组	266
§ 3 在小章动角的条件下运动方程组的积分	268
§ 4 迫击炮弹摆动方程的解	271
§ 5 摆动运动对质心运动的影响—— $\theta^{(1)}$ 、 $v^{(1)}$ 、 $x^{(1)}$ 、 $y^{(1)}$ 及 $z^{(1)}$ 的确定	272

附录一 主要参考资料

附录二

1. $K(\gamma T)$ 表;

2. $f(\theta_0, |\theta_c|) = \frac{\sin\theta_0 + \sin|\theta_c|}{\theta_0 + |\theta_c|}$ 表;

3. $\left(\frac{K_N}{K_M}\right)_{cp}$ 表。

外彈道學講義

中 册

—火炮彈丸的飞行穩定性理論—

目 录

概 論

- § 1 本书研究的問題..... 5
- § 2 在本书中採用的動座标系..... 6

第一篇 旋 轉 理 論

第一章 預备知識

- § 1 膛綫纏度与彈丸的自轉.....10
- § 2 旋轉彈丸飞行穩定性的意义和要求.....12
- § 3 迴轉仪定向性的物理解釋.....13
- § 4 在彈道上迴轉仪穩定性与追隨穩定性間的矛盾.....14

第二章 在彈道直綫段上的旋轉理論。次要因素的修正

- § 1 旋轉彈丸圍繞其質心運動方程的組成.....17
- § 2 在起始條件第一種情況下的方程組的积分.....20
- § 3 彈軸運動.....24
- § 4 考慮速度变化時的彈軸運動.....26
- § 5 考慮赤道抑制力矩時对彈軸運動的影响.....30
- § 6 极抑制力矩对軸向角速度的影响.....37
- § 7 在一般起始條件下的彈軸運動.....39
- § 8 在第三座标系中、在起始條件为第一、第二種情況下，彈丸圍繞質心運動
方程的积分.....45

第三章 在彈道直綫段上旋轉理論的应用

- § 1 周期性章動的條件。膛綫纏度上限.....52
- § 2 作用于信管另件上的力.....55

§ 3	翻轉力矩特徵數 K_M 及起始章動角速度 $\dot{\delta}_0$ 的測定	62
§ 4	法向力特徵數 K_N 的測定	64
§ 5	赤道抑制力矩特徵數 K_D 的測定	65
§ 6	極抑制力矩特徵數 K_T 的測定	67

第四章 在彈道曲綫段上的旋轉理論及其應用

§ 1	旋轉彈丸在彈道曲綫段上運動的情況。動力平衡角的概念	68
§ 2	旋轉彈丸在彈道曲綫段上圍繞質心運動方程的組成	71
§ 3	在彈道曲綫段上旋轉彈丸圍繞質心運動方程的積分	75
§ 4	動力平衡角的討論。膛綫纏度下限	79
§ 5	膛綫纏度公式及其在各種情況下的應用	81
§ 6	在彈道曲綫段上彈軸運動的馬也夫斯基方程	89

第五章 旋轉彈丸圍繞質心運動對質心運動的影響及其應用

§ 1	引言	95
§ 2	週期項 $(\delta = \frac{\dot{\delta}_0}{a\sqrt{\sigma}} \sin a\sqrt{\sigma}t)$ 對速度方向的影響——跳角的散佈	96
§ 3	週期項 $(\delta = \frac{\dot{\delta}_0}{a\sqrt{\sigma}} \sin a\sqrt{\sigma}t)$ 對彈丸質心運動軌跡的影響——螺綫彈道。 K_N 及 K_M 的測定	102
§ 4	週期項 $(\delta = \frac{\dot{\delta}_0}{a\sqrt{\sigma}} \sin a\sqrt{\sigma}t)$ 對射程的影響	104
§ 5	非週期項 (δ_p) 對彈丸質心運動的影響——偏流的理論計算	107
§ 6	用數值積分研究非週期項 $(\delta_{1p}, \delta_{2p})$ 對彈丸質心運動的影響	116

第六章 在全力組和力矩組作用下的彈丸旋轉理論及其應用

§ 1	引言	119
§ 2	在全力組和力矩組作用下彈軸運動公式的推導	119
§ 3	在全力組作用下，在彈道直綫段上彈丸的彈軸運動對其質心運動的影響	127
§ 4	應用一——空氣動力特徵數的測定	133
§ 5	應用二——方向偏角公式	137
§ 6	在全力組作用下在彈道曲綫段上旋轉彈丸圍繞質心運動	139

第七章 旋轉彈丸圍繞質心運動起始條件的分析

§ 1	旋轉彈丸在炮膛內外圍繞其質心運動的一般情況	141
§ 2	半束縛期內彈丸的旋轉運動	146
§ 3	在後效期間彈丸的旋轉運動	153

§ 4 影响起始条件 δ_0 的因素及减小散佈方法的討論	156
---	-----

第二篇 摆动理論

第一章 迫击炮彈的摆动运动

§ 1 引言。迫击炮彈在炮膛內外运动的一般情况	158
§ 2 迫击炮彈摆动与单摆运动相似	160
§ 3 迫击炮彈摆动方程的組成与积分——简单情况	163
§ 4 迫击炮彈摆动方程的組成与积分——一般情况	165
§ 5 应用拉格蘭日运动方程研究迫击炮彈的摆动运动。在一般起始条件 ($\delta_0 \neq 0, \dot{\delta}_0 \neq 0$) 下的积分	168
§ 6 迫击炮彈的摆动运动对其质心运动的影响	174

第二章 考虑次要因素时对迫击炮彈运动的影响

§ 1 引言	178
§ 2 迫击炮彈的几何不对称及由此引起的章动角	178
§ 3 空气动力不对称对迫击炮彈质心运动的影响	181
§ 4 不对称的迫击炮彈质心运动方程組的数值积分	182
§ 5 风对迫击炮彈摆动的影响	183

第三章 摆动理論的应用

§ 1 稳定力矩系数 c_m' 及抑制力矩系数 c_D 的測定	185
§ 2 迫击炮彈的稳定性条件	187

第三篇 彈丸运动的一般問題解法

引 言

第一章 向量分析知識的簡單介紹。作用於彈丸上的空气阻力和阻力矩的向量表达式

§ 1 向量积与标量积	191
§ 2 二重向量积与标量向量积	192
§ 3 向量导数	193
§ 4 作用于彈丸上的空气动力和力矩的向量表达式	195

第二章 旋轉彈丸运动的一般問題(一)——小章动角时的解法

§ 1 描繪剛体在空中运动的向量方程	199
§ 2 旋轉彈丸运动的向量方程組的組成	200
§ 3 座标系的选择。旋轉彈丸在所选择的座标系中的运动方程組	207
§ 4 在小章动角的条件下运动方程的积分	216
§ 5 射距离变化与側偏	225

§ 6 速度向量端点的运动与弹轴运动关系的讨论	229
-------------------------------	-----

第三章 旋轉彈丸运动的一般問題(二)——起始段上大章动角时問題的解法

§ 1 起始段上大章动角时运动方程組的組成	232
§ 2 方程組变量的变换	234
§ 3 方程組的积分	240
§ 4 在垂直于初速向量的平面上投影的彈丸质心运动方程組	251
§ 5 速度向量綫和质心在 $o\gamma c'$ 平面内运动方程的近似积分問題	256
§ 6 实际应用——空气动力特征数的确定	261

第四章 尾翼彈丸运动的一般問題(小章动角)

§ 1 尾翼彈丸运动向量的微分方程組的組成	266
§ 2 尾翼彈丸的分析形式的运动方程組	266
§ 3 在小章动角的条件下运动方程組的积分	268
§ 4 迫击炮弹摆动方程的解	271
§ 5 摆动运动对质心运动的影响—— $\theta^{(1)}$ 、 $v^{(1)}$ 、 $x^{(1)}$ 、 $y^{(1)}$ 及 $z^{(1)}$ 的确定	272

附录一 主要参考资料

附录二

1. $K(\gamma T)$ 表;

2. $f(\theta_0, |\theta_c|) = \frac{\sin\theta_0 + \sin|\theta_c|}{\theta_0 + |\theta_c|}$ 表;

3. $\left(\frac{K_N}{K_M}\right)_{cP}$ 表。

概 論

§ 1 本书研究的问题

在外彈道学基本問題中，我們曾經假設彈軸与彈丸質心运动速度向量重合，也就是假設章動角 δ （彈軸与速度向量綫間的夹角）为零。这种理想情况，只有使用球形彈丸時才可能实现，因为均質球形彈丸通过质心（即球心）的任何直綫，均可以看作为彈軸。不管速度向量如何改变，彈軸總是与它相重合。在此情况下，空气阻力向量 \bar{R} 一定通过质心 O 並恰与速度向量 \bar{v} 的指向相反，因为彈丸外形始終对速度向量綫成軸对称的緣故（图0.01a）。

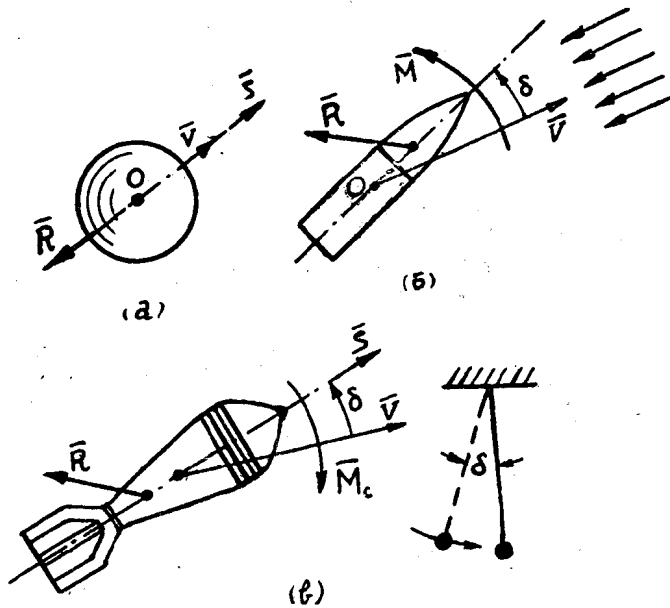


图0.01

至十九世紀，为了提高彈丸的威力（同时也減小了空气阻力），世界上大部份国家的軍隊採用了长圓形彈丸。但是长圓形彈丸的彈軸，不可能經常与速度向量綫重合，總是形成一个所謂章動角 δ （图0.01b）。在此情况下，一因彈体不再对速度向量綫对称，空气阻力的合力向量綫即不可能与速度向量綫重合；二因彈丸头部的压力（激波压力或者在亚声速時头部的压力，常大于1气压）較尾部压力（形成部份真空，小于1气压）大，故阻力的合力作用点經常偏向彈丸前部而在质心与彈頂之間；三因彈丸面向气流一方的压力總是較背向气流一方的压力大一些。因此阻力

向量綫不是与速度向量綫平行、反向，而是其向量端略微偏向彈軸在速度向量綫的哪一方，如图0.010所示。

由于空气阻力作用于彈頂与質心之間，則就形成了一个使彈丸翻轉的翻轉力矩 \overline{M} ，这个力矩總是力使章動角 δ 增大，而强迫彈丸在空中翻筋斗，攪乱了它在空气中运动的規律性，也就是彈丸飞行不穩定，造成彈丸落点的很大散佈。因此就出現了使用长圓形彈丸增大威力和减小阻力与飞行不穩定性之間的矛盾。

根据我国祖先长期的实践經驗知道，欲使长圓形物体在运动中不翻倒有两个方法：第一个方法使物体高速旋轉，好象兒童玩具中的陀螺一样，由此找到了一个使长圓形彈丸飞行穩定的旋轉法。但是旋轉速度的大小与彈丸結構及其質心运动諸元間的关系，究竟应该如何才是最好的問題以及由于彈丸高速旋轉后将出現哪些現象与它們的应用等問題。經過許多彈道和炮兵学者（如俄国和苏联学者馬也夫斯基、薩波茨基、范特柴里等）的總結与提高形成了本书第一篇中将要首先討論的旋轉理論。

使长圓形彈丸飞行穩定的第二个方法，是使飞行的物体带尾翼，好像我国祖先所发明的箭和高升（一种带尾翼的爆竹）一样，这就是我們今天仍在使用的、带尾翼的迫击炮彈和尾翼火箭彈的雛型。尾翼式彈丸所以能夠飞行穩定的原因，首先是因为在其后部加上了一組翼片，产生了很大的阻力，使阻力的合力作用点移到了質心与彈尾之間，形成了力使章動角 δ （对尾翼一般也叫攻

角）減小的所謂穩定力矩 \overline{M}_c （与翻轉力矩 \overline{M} 指向相反，如图0.01B）。这样，尾翼彈丸就好像一个单摆一样，将在空中来回摆動而不翻筋斗了。彈丸的速度向量綫与单摆的鉛直綫相當，當 δ 角为零時，穩定力矩 \overline{M}_c 为零，因此速度向量綫就成为尾翼彈在空中摆動的平衡位置。但是，尾翼大

了，固然可以使尾翼彈在空中不翻筋斗，然而正面阻力和法向力将大为增加，使射程减小和密集度变坏；尾翼过小，又起不到穩定的作用。为了解决这个矛盾以及由于彈丸摆動而出現的一系列問題，这就需要研究尾翼彈丸在空中摆動运动的規律，由此发展成为我們将在本书第二篇中討論的摆動理論。摆動理論主要由俄国和苏联学者維特琴肯和范特柴里等人所奠定。

在第一、二篇中所研究的旋轉理論和摆動理論，是在章動角不大的假設下进行研究的。當章動角較大時，把彈丸的質心运动和圍繞質心运动分开来研究就不适宜了。尤其當空軍出現后，如果希望将战斗机中的火炮射向与飞行方向偏离，就可能出現大章動角的情况。为了解决这个問題，就出現了将彈丸的質心运动和圍繞質心运动同時求解的所謂一般問題解法。一般問題解法是由苏联学者浦加乔夫解决的。在本书第三篇中将研究这个問題。

本书所研究的旋轉理論、摆動理論与一般問題解法，尤其是前二部份与火炮彈丸的飞行穩定性密切相关，故總称之火炮彈丸的飞行穩定性理論。这一理論研究的成果，对保証火炮彈丸的飞行穩定、提高射击密集度，起着决定性的作用。

§ 2 在本书中採用的动座标系

在解彈丸圍繞質心运动問題時，常根据所研究問題的不同，而採取不同的動座标系。其所以

採取不同的坐标系在于使所研究的問題簡化。

在本书採用的動坐标系，均以質心为原点。主要分为如下二大类：

第一大类，是三个互相垂直的坐标軸，均是彈丸的重心慣性主軸，其中之一總是彈丸的几何軸綫，而其余二軸，則位于赤道面內並互相垂直，以便与第一軸組成右手坐标系。

由于二赤道軸的三种不同选择，就构成了坐标系的三种不同形式。

1) 第一坐标系——二赤道軸与彈丸相固結並随之旋轉。

为了确定彈軸在空中的位置，而定义下列諸面：(1) 通过速度向量綫与彈軸的平面，叫做阻力面，阻力面也就是章動角所在的平面；(2) 为了确定阻力面在空間的位置，取通过速度向量綫的鉛直面作为参考面。阻力面与参考面間的二面角叫进動角，並用 ν 表示之。因此知道了进動角，就确定了阻力面在空中的位置。如果再知道了章動角 δ ，彈軸在空中的位置就完全确定了。在本坐标系中，並取彈丸相对于阻力面的轉動角 φ (相对自轉角)，表示彈丸的自轉。这样由 ν 、 δ 、 φ 三个参量可以完全确定彈丸相对于速度向量的運動。

应用此坐标系解題時，均应用歐拉方程。

此坐标系如图0.02a所示。

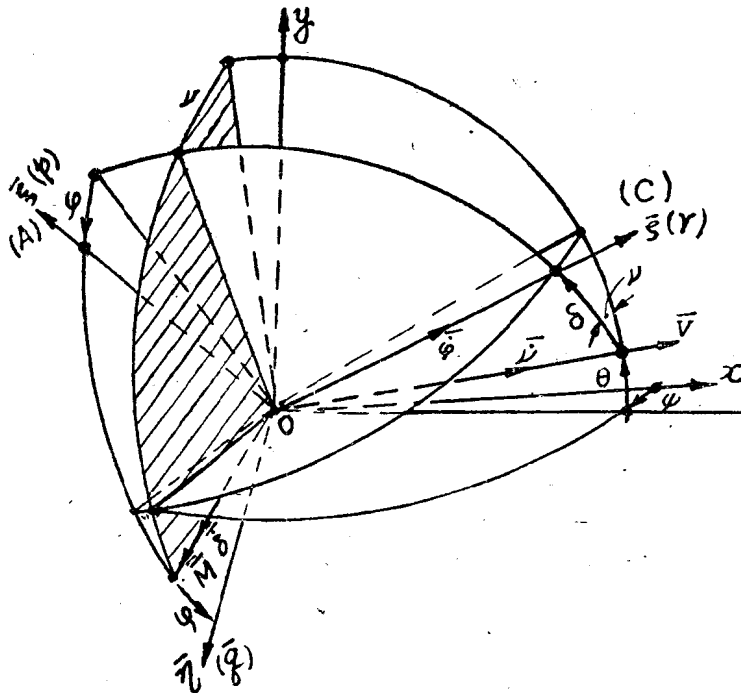


图0.02(a)

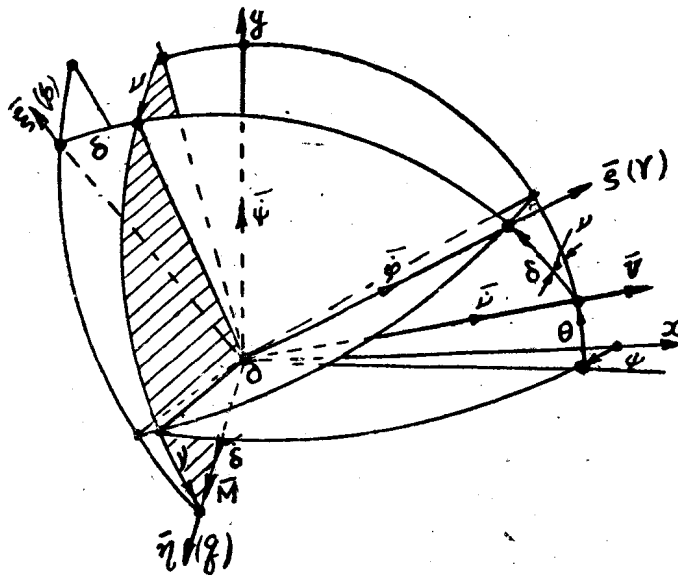


图0.02(a)

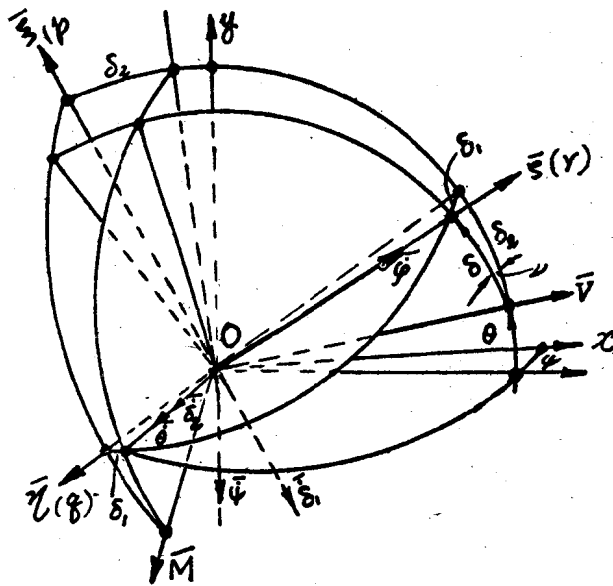


图0.02(b)

2) 第二座标系——赤道轴中的一个，在全部时间内均与翻轉力矩的方向一致，而另一个則与其垂直（即阻力面与赤道面的交綫）並組成右手座标系。此二赤道轴不与彈丸相固結。确定彈丸相对于速度向量的运动参量仍为 v 、 δ 、 φ 。

此座标系在不考虑速度方向的改变（如 θ 、 ψ ）时較方便，如图0.06所示。

3) 第三坐标系——赤道轴之一，在全部时间内停留在过切线的铅直面内，另一轴则与其相垂直并组成右手坐标系。如图0.02B所示。此二坐标轴也不与弹丸相固结。

在此坐标系内确定弹丸相对于速度向量的参量为 δ_1 、 δ_2 、 $\delta_3 = \varphi$ 。此处 δ_3 或 φ 表示弹丸的自转角。

採用此坐标系时考虑速度向量的变动（如 θ 与 φ 时或者在起始条件为 $\delta = \delta_0$ ，而 $\dot{\delta}_0 = 0$ 时较为方便。

δ_1 、 δ_2 与 δ 、 ν 间有一定的函数关系，当大章动角应用球面三角时，其关系如下：

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta_1 &= \sin \delta \sin \nu; \\ \sin \delta_2 &= \frac{\sin \delta \cos \nu}{\cos \delta_1}; \\ \cos \delta &= \cos \delta_1 \cos \delta_2. \end{aligned} \right\} \quad (0.01)$$

如章动角 δ 较小，球面可以近似看做为平面；则上述四量间的关系变为如下的简单形式：

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \delta \sin \nu; \\ \delta_2 &= \delta \cos \nu. \end{aligned} \right\} \quad (0.02)$$

或者

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}; \\ \nu &= \text{tg}^{-1} \frac{\delta_1}{\delta_2}. \end{aligned} \right\} \quad (0.02')$$

第二大类即第四坐标系，是在一般问题中所采取的坐标系。第一轴01与速度方向线重合，另一轴02在铅直面内，并与01相垂直，第三轴垂直于第一、二轴并组成右手坐标系，如图0.03a所示。这个坐标系的另一形式是01、02在阻力面内，且02与法向力的指向一致，03与01、02组成右手坐标系，如图0.03b所示。

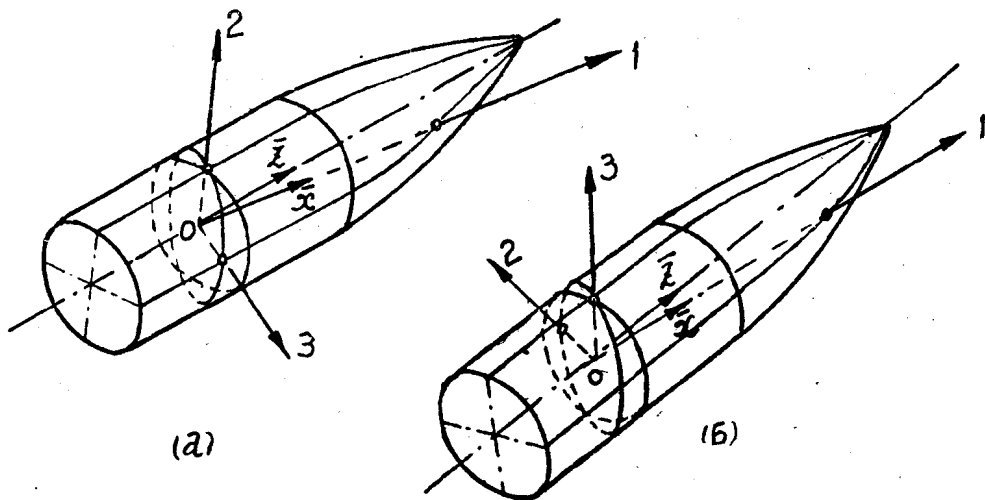


图0.03

此坐标系，在组成向量形式的方程时较为方便。

第一篇 旋轉理論

第一章 預備知識

§ 1 膛綫纏度与彈丸的自轉

旋轉彈丸圍繞其自身軸綫的旋轉，是由于彈丸的彈帶被迫嵌入炮膛的膛綫內並沿膛綫運動而形成。

膛綫与阴螺紋相似，它旋轉一週(即 2π 弧度)所行的距离与阴螺紋的螺距相當。等齊纏度的膛綫随炮膛壁旋轉一週沿膛軸的前进距离，以火炮口徑(d)的倍数 η 表示，叫膛綫纏度。对于漸速纏度，由于其展开綫是一个切綫斜率漸增的曲綫，故其起始纏度与炮口纏度(或終纏度)不相等，且起始纏度大于炮口纏度。

膛綫纏度愈大(在速度相同時)，彈丸自轉速度愈慢；反之，自轉速度愈快。炮彈的出口旋速，也就是炮彈的起始旋速(即射击点处的旋速) r_0 ，只与炮口的終纏度有关。如图 I .101a 与 b

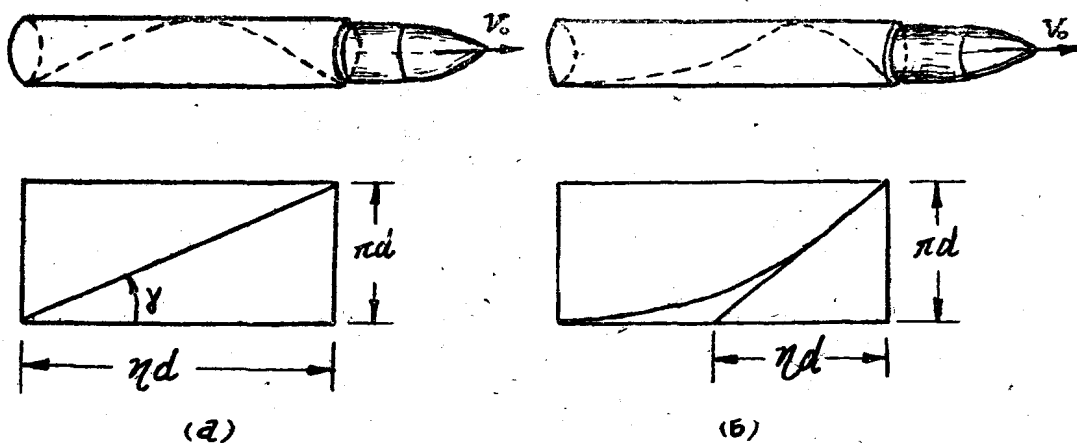


图 I .101

所示。炮膛直徑 d 、初速 v_0 、膛綫終纏度 η 与起始自轉角速度 r_0 間具有一定的关系。

由于起始角速度 r_0 是彈丸无限接近炮口瞬間 t_π 所具有的角速度(t_π 是彈丸在炮膛內开始運動到炮口的時間)，即

$$r_0 = \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)_{t=t_\pi}$$

假設彈丸在 dt 時間內，在炮口附近旋轉 $d\varphi$ 的角度，此角度與 $\frac{d\varphi}{2\pi}$ 週相當，彈丸旋轉一週時膛綫沿膛軸的長度為 ηd ，則與 $\frac{d\varphi}{2\pi}$ 週所相當的長度為 $\frac{d\varphi}{2\pi} \cdot \eta d$ 。設彈丸在炮口附近的速度為 v 則

$$v = \frac{d\varphi}{2\pi} \cdot \eta d / dt = \frac{\eta d}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt},$$

或者

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi v}{\eta d}。$$

當彈丸趨近于炮口瞬間，即 $t = t_{\pi}$ 時，則 $v = v_{\pi} \approx v_0$ ，而

$$r_0 = \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)_{t=t_{\pi}} = \frac{2\pi v_0}{\eta d}。 \quad (I.101)$$

式(I.101)的推導，沒有考慮到 v_0 與真正炮口速度 v_{π} 的區別（參閱上冊緒論§4）以及炮身後退的影響。不過考慮這些影響較困難，且其大小（僅幾米/秒）與初速 v_0 相比為甚小，故在實際上可以忽視。

由公式(I.101)可以看出：當初速與膛綫纏度 η 相同時，口徑愈小，自轉角速度愈大；反之，口徑愈大，自轉角速度愈小。

一般槍炮的口徑 d 、初速 v_0 、膛綫纏度 η 與自轉角速度 r_0 間的關係，如表I.101所示。

表 I .101

口徑 d (毫米)	膛綫纏度 η (d)	初速 v_0 (米/秒)	角速度 r_0 (弧度/秒)	轉數 n (10^4 轉/分)
7.62	31.5	800	20900	20
12.7	70	850	5980	5.73
37	30	880	4950	4.76
45	—	—	4241	4.05
57	30	700	2570	2.45
76.2	25	680	2240	2.15
85	41	800	1440	1.37
122	25	800	1650	1.57
152	25	655	1080	1.03
203	—	—	883	0.843
305	—	—	436	0.416

一般說來，彈丸的口徑越大，旋轉越小。儘管如此，中、大口徑的炮彈的旋轉速度仍很大。並且在多數情況下，超過一般機件的旋轉。這樣，彈丸由於製造上的缺陷而產生的偏心以及信管另件的偏離軸綫等，將會產生很大的慣性離心力。假如有一個另件偏離彈丸的幾何軸綫 $d=5$ 毫米，旋轉為 $r_0=1500$ 弧度/秒。在此情況下，另件所受的離心加速度 j_n 將為

$$j_n = r_0^2 d = 2250000 \cdot 0.005 = 1.13 \cdot 10^4 \text{ 米/秒}^2。$$

此量為重力加速度的1130倍。也就是1克的零件，將受1.13公斤的離心力的作用。

習題 I .101 為什麼在公式(I .101)中用 v_0 並不完全準確？應該如何才是完全準確的？那麼又為什麼不用完全準確的呢？

習題 I .102，根據表 I .101 中前三縱行所給的數據，計算起始自轉角速度 r_0 ，看看計算結果是否與表中所給的符合？（可抽算一二例）

§ 2 旋轉彈丸飛行穩定性的意義和要求

前節中討論了膛綫纏度與彈丸自轉的關係，而所以要求彈丸具有高速度的自轉，目的在使彈丸在飛行過程中穩定。那麼什麼叫做彈丸的飛行穩定性呢？在整個飛行過程中不翻筋斗的彈丸，是否就可以叫做飛行穩定呢？

所謂彈丸飛行穩定不穩定，從軍事使用的觀點上來講，就是要求彈丸的實際運動與預期運動的偏離，小於所允許的大小。假定在圖 I .102 中的粗黑綫表示預期的運動，而 e 為實際運動在彈道上某點所允許的最大偏離（而且這個最大偏離 e 的大小，由火炮系統的战斗使用條件來決定），凡是彈丸在彈道上某點的實際偏離小於允許的最大偏離的運動，就是彈丸飛行穩定的運動。

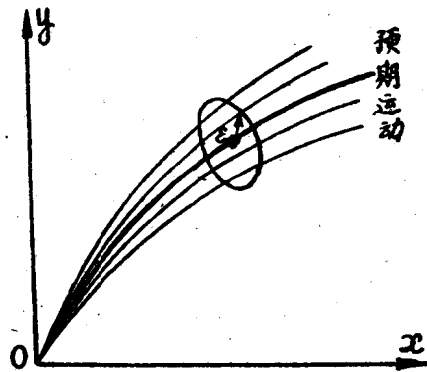


圖 I .102

彈丸飛行的預期運動，簡單地說，就是彈軸沒有週期性章動時的彈丸運動（註1）。因為在沒有週期性章動運動時的彈道，可以由在外彈道學基本問題中為 c 、 v_0 、 θ_0 三個參量確定的彈道加上所謂偏流（註2）來確定。

但是在實際運動中，總是有週期性的章動運動存在。在彈丸的進動、章動的起始條件和規律，還沒有為我們所完全掌握時，實際運動與預期運動的偏離，無法修正。偏離的大小，由週期性章動角的大小以及其他一些條件（如陣風、氣象條件的不規律性等）所決定。在這些條件中，週期性章動角 δ 的大小起主要作用。因此，當實際運動與預期運動的偏離 e 有一定的限制時，週期性章動角的最大值 δ_{max} （即振幅）也一定有一最大的限制。由此可見：飛行穩定的彈丸，不僅應該不翻筋斗，而且章動角的最大值 δ_{max} （即振幅），還必須小於某一最大限制。

在實踐中所應用的炮彈，作週期性章動運動的振幅，常常小於 $5^\circ-10^\circ$ 。因此，彈丸飛行穩

註：1. 即在彈道直綫段 $\delta=0$ 、在曲綫段 $\delta=\delta_p$ 時的彈丸運動。2. 參閱本篇第五章 § 5。