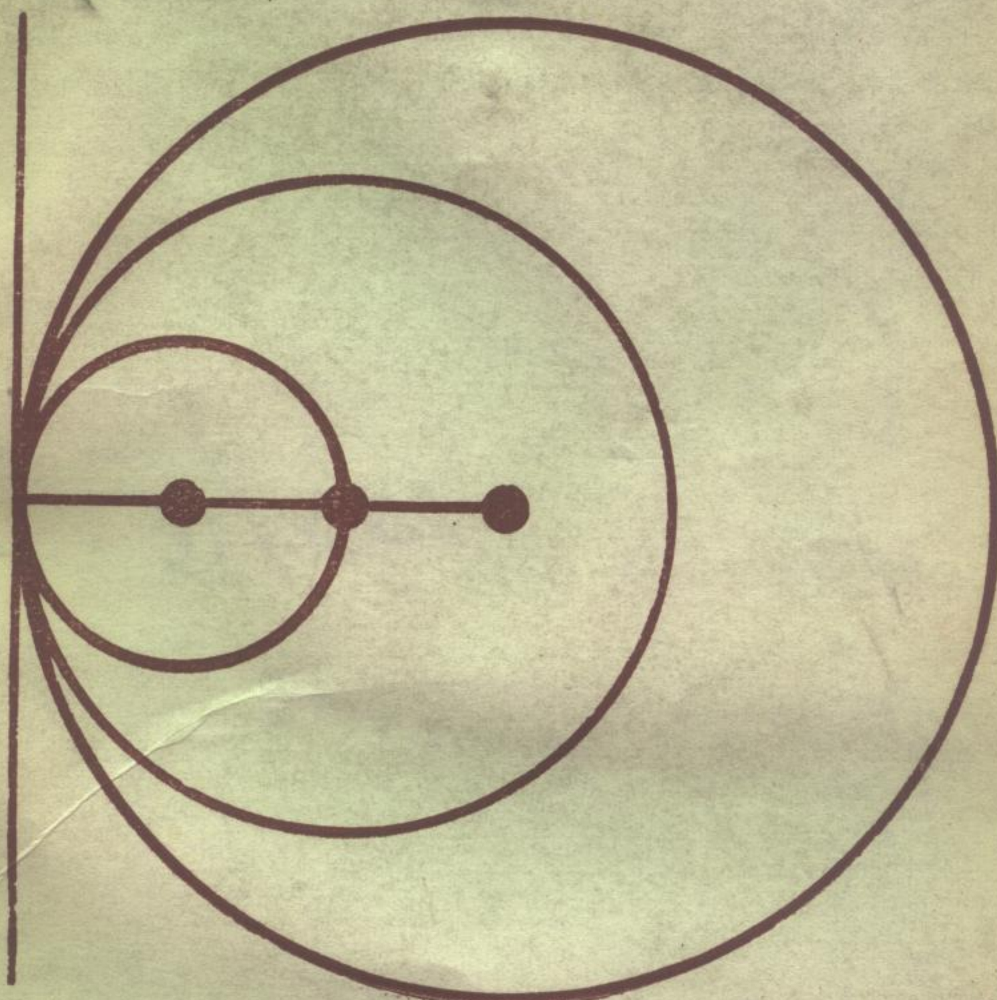
一元可压缩流动



英国剑桥大学　　武汉水运工程学院
H·旦尼夏著　　流体热工教研室译

编者前言

热力学和流体力学丛书是一套系统的各有其专门论题的简明教程，现在确定它们作为多种工程类专业的教材，亦可作为工业工程师的入门读物。

本卷是有关一元可压缩流的，可以满足机械工程专业和其他工程专业大学生学习热力学和流体力学课程的要求。

热力学和流体力学丛书总编辑
W·A·乌兹
1976年

序 言

本书的主要目的是介绍可压缩流，它可用于作为诸如高速空气动力学、二元和三元可压缩流和有化学反应的流动等更高等课程的基础。因而书中仅限于讨论一元流这样简单的情况。本书适于作为攻读机械工程学位的高年级大学生的教材，亦可供工业工程师复习或作为对某些基本概念的引导之用。

本教本是根据作者为剑桥大学工程系高年级大学生讲授气体动力学课程时所写的教材编成的。该课程力图清晰阐明可压缩性流体流动的物理现象，并能在新型发动机设计出来以后，对其从原理上作恰当的评价。我们认为读者业已具备热力学和流体力学方面的知识。在第一章中回顾了一些需要用的主要概念，其中，质量、动量和能量守恒基本方程都是针对通过控制体且随时间而变的流动导出的。第二、三和四章提供理解变截面定常流、有摩擦定常流和有热交换定常流的基础。由于在近代发动机的设计中，不定常流的问题日趋重要，在本书中列入这样一章看来是有益的，这一章介绍求解不定常流动问题的特征线法。我们建议读者用图线和数值表作定常流的计算。这样可以避免一些常常是需要而又冗长、但从数学上来说是简单的运算。用图线的形式来描述，也使流体参数的变化情况一目了然。

本书的取材基于几本早先的书（参考文献5、7、9）。更详细的叙述和本课题的更多内容，读者可参考这些书籍。

作者衷心感谢W·A·乌兹（Woods）博士对本书的校订和提出了许多有益的改进意见。作者得到剑桥大学的校务委员会的允许，在本书中引用了剑桥大学过去的许多考试题目。得到K·波尔（Ball）先生的允许，复制了图（4—4）和图（4—11），以及D·S委特海德（Whitehead）博士的允许，复制了表5和表6，亦谨向他们深表感谢。

符　　号

A　管道横截面积
a　声速
C_p　等压比热
C_v　等容比热
c　常数
D　水力平均直径
E　内能
F　单位质量的体积力
F_x　X向的力
F_i　作用在管道内壁上的合力（内推力）
f　摩擦系数 $=\tau_{\omega}/(\frac{1}{2}\rho V^2)$
G　单位面积的质量流量 $=\rho V$
g　重力加速度
h　比焓（单位质量的焓）
I　冲量函数 $=pA+\rho AV^2$
K　常数
L　管长
M　马赫数 $=\frac{V}{a}$
m　质量
$\dot{m}$　质量流量 $=\rho AV$
°m　分子量
p　静压
Q　热量
q　单位质量的热交换热量
$\dot{q}$　单位时间单位质量的热交换热量
R　气体常数
°R　通用气体常数
s　比熵（单位质量的熵）
t　时间
T　绝对温度
u　比内能（单位质量的内能）

V　流体速度

v　比容

W　功

X　位置座标

Z　基准面以上的高度

α　体积力和管道轴线间的夹角

β　压缩弹性 模 数 $=\rho\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$

γ　等压比热和等容比热之比（比热比）*

μ　动力粘度

ρ　密度

τ　切应力

下标

max 最大

o　滞止状态

r　参考

R　可逆

W　壁或波

上标

*　在M = 1处的状态

·　随时间的变化率

\-　定常流动的量

'　小扰动

---

* 按国内习惯采用"比热比"这一术语为好　　——译注

目　录

第一章　热力学和流体力学概念

在研究可压缩流体的流动时，常可应用四个基本定理。本书的全部论述都直接或间接地依赖于这些基本定律，它们是：

（1）质量守恒定律；

（2）牛顿第二运动定律；

（3）热力学第一定律；

（4）热力学第二定律；

在任何流动分析中必须知道关于流体特性的某些知识。这种知识（诸如完全气体状态方程）连同基本定律，为流动问题的研究提供了最充分的根据。

基本定律和流体特性的关系式通常在热力学和流体力学中讨论过，因此本章仅对这部分内容作一简要的回顾。

1—1　系统、控制体和控制面

系统是相同物质的一种任意集合。通常，基本定律都是对一个系统来叙述的，但在流体运动的情况下，依据流体流经一个空间体积来考虑问题比依据同一流体的某一特定质量来考虑问题，更为简单。我们将这空间的体积称为控制体。包围控制体的表面称为控制面；控制面总是封闭的表面，但它可以是单连通的或多连通的。在本丛书的另外两卷中[1，2]，对流体通过控制面的流动所采用的基本定律，都有综合性的讨论，因此在这里不再重复一般的分析，仅仅给出对于一元流动的简化论述。

1—2　一元近似法

如果在垂直于流线方向上，流体参数的变化率和沿着流线的变化率相比是可以忽略的，则这种流动可假定为一元流动。对于管流，这就意味着在管子的任一横截面上，所有流体的参数都可认为是均匀的。众所周知，当假设管子一个横截面上的静压力为常数时，速度、温度等仍是可变的。因此，对于这些参数必须采取平均值。在许多问题中，管子的横截面积和形状沿流体通道变化很缓慢，管轴的曲率半径比通道直径大得多，并且沿管轴从一个截面到另一截面速度和压力的分布曲线近乎不变时，则一元流动的假设可获得令人满意的结果。如果横截面发生迅速的变化，象在突然扩大处，则在发生突变的附近不能用一元流的假设，但对于离扰动很远的上游和下游两平面之间的流动，这种假定仍可适用。显然，一元流方法不能给出垂直于流线方向流体参数和速度的变化。

现在针对流体通过如图1—1所示的控制体的情况，来导出基本定律：

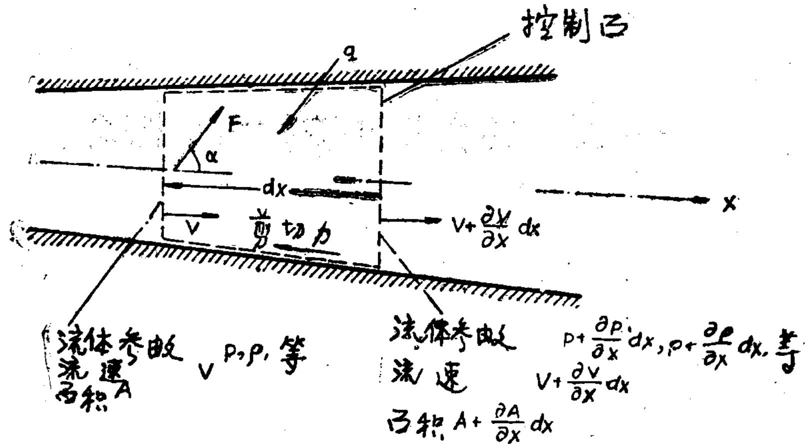


图 1—1

对于一元流，流体的参数如压力，密度等以及质点的速度都只是时间t和沿管轴距离x的函数（x按流动方向测量）。图1—1中所给出的各变量均是指某个给定瞬时 t 的值（即各值是由流动照片得到的，它们是相应于时间t的冻结值）。若管壁是刚性的，则面积A仅是轴向距离x的函数。本书只讨论在刚性管道内的流动。

1—3　质量守恒：连续方程

质量守恒定律可以简单叙述为：质量既不能被创造也不能被消灭。这样，系统的质量保持定值。当流体流过图1—1所示的控制体时，进入控制面的净质量流量等于控制面内部的质量增加。某一给定瞬时，进入控制面的质量流量是ρVA，而流出控制面的质量流量是$\rho VA+\frac{\partial}{\partial x}(\rho VA)dx$。控制面内的质量是ρAdx，因此控制体的质量变化是$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A dx)$，

故有
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A dx)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho VA)dx=0$$

或
$$A\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho VA)=0 \tag{1—1}$$

这就是刚性管内一元流质量连续的条件，因此方程式（1—1）称为连续方程。

对于定常流动（即流动变量与时间无关）$\frac{\partial \rho}{\partial t}=0$，方程（1—1）变为

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho VA)=0$$

或
$$\dot{m}=\rho VA=\text{const.} \tag{1—2}$$

意即质量流量（$\dot{m}$）对所有的x 值是相同的。

1—4　牛顿第二运动定律：动量方程

人们所熟悉的牛顿第二定律的形式是：在某一瞬时，作用在物体上的外力等于同一瞬时该物体的动量的变化率。沿x方向运动着的一个系统中的流体，可看作这种物体。这样，作用于系统的外力在x方向的代数和，等于该系统动量的时间变化率

$$\Sigma F_x = \frac{d}{dt}(mV)\ .$$

为了导得适用于一元流的关系式，我们来考察图1—2a所示的系统，它由控制体内的流体和控制体外区域1中质量为δm_1的流体所组成。设想在后一时刻$t+\delta t$，系统的位置为1—2b。那么，对于系统

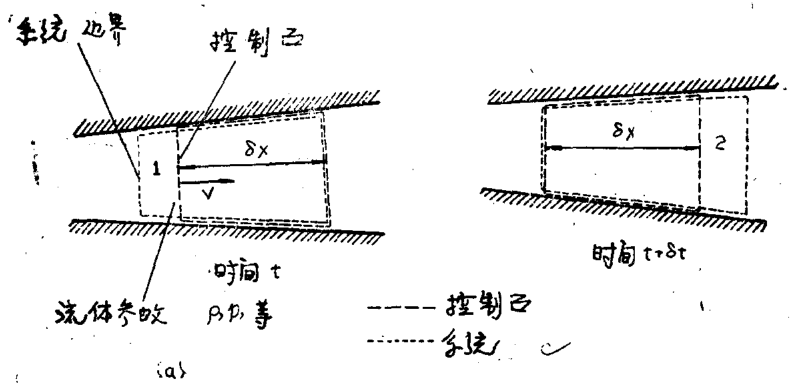


图1—2

$$\frac{d}{dt}(mV) = \lim_{\delta t\to 0}\frac{[(mV)_{cv}+(mV)_2]_{t+\delta t}-[(mV)_{cv}+(mV)_1]_t}{\delta t}$$

$$= \frac{d}{dt}(mV)_{cv}+\lim_{\delta t\to 0}\frac{[(mV)_2]_{t+\delta t}-[(mV)_1]_t}{\delta t}$$

在这个极限中，当$\delta t\to 0$时空间1和2与控制体的边界相重合，并且

$$\lim_{\delta t\to 0}\frac{(mV)_2}{\delta t}=\lim_{\delta t\to 0}\frac{\delta m_2 V_2}{\delta t}=\dot{m}_2 V_2=\rho_2 A_2 V_2{}^2$$

由于区域2很小，其中流体的参数可认为是均匀的。对于区域1也可得到类似的表达式。（$\dot{m}v$项称为动量通量）。因此

$$\frac{d}{dt}(mV) = \frac{d}{dt}(mV)_{cv}+\rho_2 A_2 V_2{}^2-\rho_1 A_1 V_1{}^2$$

这样，对于流经控制体的流动，定律可叙述为：作用于控制面内流体上的净力（在运动方向上）等于控制面内动量的时间变化率加上流出和流入的动量通量之差。当$\delta x\to 0$时取极限，得

$$\frac{d}{dt}(mV)_{cv} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A dx)$$　（由于我们正注视着所给定的x点处）

并且 $$\dot{m}_2 V_2 - \dot{m}_1 V_1 = \frac{\partial}{\partial x}(\rho A V^2)\,dx,$$

因此 $$\frac{d}{dt}(mV) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A V dx) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho A V^2)dx$$

在流动方向上的净力，由作用于控制面内流体上所有力的x分量之代数和所组成。这些力可以分为两类：作用于全部流体质量上的（如重力和电磁力）和作用于边界上的（如压力和摩擦力）。若用F表示每单位质量上的净体力，则作用于控制面内流体上的净体力为

$$F\rho A dx$$

此力在运动方向上的分力为

$$F\rho A\,dx\cos\alpha$$

式中α是力矢量F和x方向的夹角（图1—1）。

作用在边界上的力有

（i）在运动方向上的压力 $= pA + pdA - (A + \frac{dA}{dx}dx)(p + \frac{\partial p}{\partial x}) = -\frac{\partial p}{\partial x}Adx$

（ii）由摩擦引起的剪切力。

在运动方向上的剪切力 $= -\tau_w dx \times$ 湿周，τ_w表示壁上的切应力。剪切力可用一般的管道摩擦系数 f 表示，其定义为

$$f = \tau_w / \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

利用水力直径D，它的定义是 $D = \frac{4\times\text{面积}}{\text{湿周}}$，那么剪切力 $= -\frac{\rho A v^2}{2} 4f\frac{dx}{D}$。

这样，应用牛顿第二定律可给出如下的动量方程

$$-A\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{A\rho V^2}{2}\left(\frac{4f}{D}\right) + F\rho A\cos\alpha = \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho A V\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho A V^2\right) \quad (1-3)$$

这是一元流动动量方程的一般形式。

如果忽略体力和剪切力，则由（1—1）和（1—3）得：

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \qquad \text{（欧拉方程）} \qquad (1-4)$$

对于定常流动，$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho A V\right) = 0$，且$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho A V\right) = 0$，（无质量补充）。因此（1—3）变为

$$+\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \frac{V^2}{2}\left(\frac{4f}{D}\right) - F\cos\alpha + V\frac{dV}{dx} = 0 \qquad (1-5)$$

上式在无损耗和体力的情况下，得

$$\frac{1}{\rho}dp + VdV = 0$$

对于不可压缩流体，ρ是常数，此方程为

$$p+\rho\frac{V^2}{2}=\text{常数} \qquad (1-6)$$

如果只有重力体力，则

$$-F\cos\alpha=g\frac{dz}{dx},$$

方程（1－5）变为

$$\frac{dp}{dx}+\frac{\rho V^2}{2}\left(\frac{4f}{D}\right)+\rho g\frac{dz}{dx}+\rho V\frac{dV}{dx}=0 \qquad (1-7)$$

1—5 热力学第一定律

热力学第一定律说明能量的守恒，对于一个系统而言它可以写为

$$\oint \bar{d}Q=\oint \bar{d}W^*$$

式中的积分是对系统初态的圈积分。根据热力学的规定，加给系统的热量是正的，对系统做功是负的。从上面的方程可得到一个结论，系统具有一个属性，即它的能量容量或内能。第一定律可以写为

$$dE=\bar{d}Q-\bar{d}W$$

内能E是由系统内部所有不同形式的能量所组成的。

$$E=m\left(\frac{V^2}{2}+gz+u\right),$$

式中m表示系统的质量，这里没有其它形式的能量，诸如电能、磁能、毛细作用的能量等。

为了导得适合一元流的表达式，我们来考察图（1－2a）所示的系统，它由控制体内的流体和控制外区域1中质量为δm_1的流体所组成。假设在某时刻后$t+\delta t$，系统在图（1—2b）的位置上。由第一定律：

$$(E_2+E_{cv})_{t+\delta t}-(E_1+E_{cv})_t=\delta Q-\delta W$$

当$\delta t\to 0$时取极限，空间1和2将和控制体的边界重合，可以认为每个区域中的流体与边界上的流体在参数上差值甚微。

因此 $$\dot{Q}-\dot{W}=\frac{dE_{cv}}{dt}+\lim_{\delta t\to 0}\frac{\delta m_2}{\delta t}\left[u_2+\frac{V_2^2}{2}+gz_2\right]$$
$$-\lim_{\delta t\to 0}\frac{\delta m_1}{\delta t}\left[u_1+\frac{V_1^2}{2}+gz_1\right]$$

---

* $\oint \bar{d}Q$和$\oint \bar{d}W$不是全微分，因为它们取决于过程的路径。根据 Zemansky（3）的建议，在微分符号上加一横以表示非全微分。

当 $\delta t \to 0$ 时，$\frac{\delta m_2}{\delta t} = \dot{m}_{出}$——流出控制体的质量流量，$\frac{\delta m_1}{\delta t} = \dot{m}_{进}$——进入控制体的质量流量，所以

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{dE_{cv}}{dt} + \dot{m}_{出}\left[u_2 + \frac{V_2{}^2}{2} + gz_2\right]$$

$$- \dot{m}_{进}\left[u_1 + \frac{V_2{}^2}{2} + gz_2\right] \qquad (1-8)$$

系统完成的功率$\dot{W}$是由几部分组成的。在上游边界每单位时间对系统所做的功是（$\dot{m}_{进} p_1 v_1$），在下游边界每单位时间系统做的功是（$\dot{m}_{出} p_2 v_2$）。因此方程（1—8）式变为

$$\dot{Q} - \dot{W}_0 = \frac{dE_{cv}}{dt} + \dot{m}_{出}\left(h_2 + \frac{V_2{}^2}{2} + gz_2\right)$$

$$- \dot{m}_{进}\left(h_1 + \frac{V_1{}^2}{2} + gz_1\right) \qquad (1-9)$$

式中$\dot{W}_0$是通过控制面的（外）功率，而$h = u + pv$是焓。*对于一个微元控制体，即 $\delta x \to 0$，方程（1—9）变为

$$\bar{d}\dot{Q} - \bar{d}\dot{W}_0 = \frac{dE_{cv}}{dt} + \dot{m}_{出}\left[\left(h + \frac{\partial h}{\partial x}dx\right) + \frac{\left(V + \frac{\partial V}{\partial x}dx\right)^2}{2}\right.$$

$$\left. + g\left(z + \frac{\partial z}{\partial x}dx\right)\right] - \dot{m}_{进}\left[h + \frac{V^2}{2} + gz\right] \qquad (1-10)$$

并且对于定常流动

$$\bar{d}\dot{Q} - \bar{d}\dot{W}_0 = \dot{m}\left[dh + d\frac{V^2}{2} + d(gz)\right] \qquad (1-11)$$

如果用$\dot{q}$表示单位流体质量在单位时间内的传热率，并且如果$\dot{W}_0$为零，方程（1—10）可写为

$$\dot{q}\,\rho A dx = \frac{\partial}{\partial x}(\rho VA)\left(u + \frac{V^2}{2} + gz\right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x}(\rho VA)\left(u + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz\right)dx$$

将此关系式展开，并从连续方程（1—1）减去它，得

$$\frac{D}{Dt}\left(u + \frac{V^2}{2}\right) = \dot{q} - \frac{V}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{p}{\rho A}\frac{\partial}{\partial x}(AV) \qquad (1-12)$$

式中：$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V\frac{\partial}{\partial x}$

* 大V表示速度，小v表示比容——译注。

1—6 热力学第二定律

热力学第二定律能使我们定义理想过程，从而指出实际过程的不完善程度。在经典热力学中第二定律有许多种说法，这个定律可以表述如下：“一个系统当其仅与一个温度不变的热源交换热量时，它不能完成一个循环而产生净功。”由此可见(2)，作为第二定律的一个直接结果，对于一个可逆过程，量$\frac{\bar{d}Q}{T}$是一个全微分。因此它是一个热力学参数。这个参数称为熵，对于可逆过程它定义为$dS=\frac{\bar{d}Q}{T}$。

可以看出（2），对于不可逆过程

$$dS>\frac{\bar{d}Q}{T} \tag{1—13}$$

还可看出，能量品质的降低程度可以用熵的变化来度量。

考察一个单位质量的系统，在没有运动、重力和其它效应的情况下，经过一个可逆过程，从中可以导得熵变化的表达式。此时，可逆传热量为

$$TdS=\bar{d}Q$$

由第一定律，对一个做功的可逆过程

$$\bar{d}Q=du+pdv$$

故

$$TdS=du+pdv=dh-vdp \tag{1—14}$$

虽然这个方程是从可逆过程推导来的，但也可用于不可逆过程，因为它纯粹是热力学参数之间的关系式。

对于图1—1中流体流经控制面的情况，第二定律要求

$$\frac{\dot{q}\rho Adx}{T}\leqslant\frac{\partial}{\partial t}(\rho ASdx)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho VAS)dx \tag{1—15}$$

式中：$\dot{q}\rho A\delta x$＝对控制体内流体的传热率；

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho AS\delta x)$＝控制体内熵的增加率；

$\frac{\partial}{\partial x}(\rho AVS)\delta x$＝单位时间离开控制体的流体的熵一单位时间进入控制体的流体的熵。

对于状态1和2之间的一元定常流

$$\rho VA\ (S_2-S_1)\geqslant\int_{\text{控制面}}\frac{\bar{d}Q}{T}$$

并且若$\bar{d}Q=0$，则$S_2\geqslant S_1$。

对于定常流，根据能量方程（1—11）可将熵的变化与耗散力联系起来，即

$$\bar{d}Q-\bar{d}W_0=dh+d\left(\frac{V^2}{2}\right)+d\ (gz)$$

将（1—14）式的dh代入并假定外功dW_0为零，得

$$TdS+vdp+d\ \left(\frac{V^2}{2}\right)+d\ (gz)=\bar{d}Q$$

引入$dS_R=\frac{\bar{d}Q}{T}$，其中dS_R表示由于可逆的传热量$\bar{d}Q$产生的熵的变化，则

$$dp+\rho d\ \left(\frac{V^2}{2}\right)+\rho d\ (gz)+\rho T\ (dS-dS_R)=0$$

其中$\rho T\ (dS-dS_R)$项可看作由不可逆性引起的压力损失。将上式与动量方程（1—7）相比较，得

$$\rho T\ (dS-dS_R)=\frac{1}{2}\rho V^2\ \left(4f\frac{dx}{D}\right)$$

因此由于不可逆性引起的压力损失与由摩擦引起的压力损失相同。这个结果符合不可逆性是由于摩擦所引起的予料。

1—7 滞 止 状 态

在没有传热和外功的情况下，由能量方程（1—11）知

$$h+\frac{V^2}{2}=常数=h_0$$

h_0称为滞止焓；它是无能量交换的情况下使流体静止下来所具有的焓。另一方面，如果流体等熵地静止下来，则其相应的参数都属于滞止参数，例如p_0用以表示滞止压力等。注意，虽然对于既无热量又无功量交换的流动，滞止焓是常数，但在两个状态1和2之间流体的熵是可以改变的，因而滞止参数是可以不同的。图（1—3）说明状态1和2有相同的滞止焓，但熵不同，使滞止压力有变化。

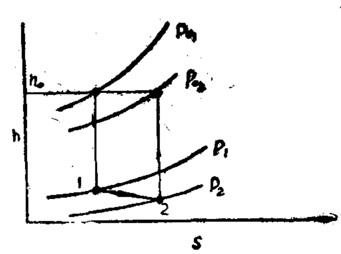


图1－3

1—8 可压缩性和声速

如果因流体的运动而引起的密度变化不能被忽略，则这种流体称为可压缩流体。通过考察一个微小压力扰动的传播速度，可以了解压缩性的某些效应。将可看到，对于可压缩流体，其扰动以有限速度传播，而当忽略密度变化时，则扰动的影响将瞬息传遍流体。

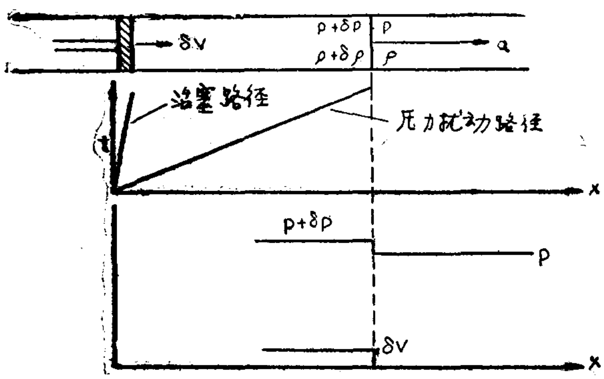


图1—4〔a〕

我们通过考察图1—4所示的平面来推导扰动的传播速度，在此平面中微小压力波沿等截面管道以速度a运动着。活塞从静止状态开始以一恒定的微小速度δV运动，即产生这个压力波。

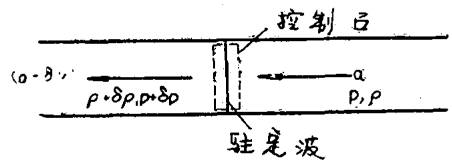


图1—4〔b〕

通过波前的压力和密度的变化分别以δp和δρ表示。相对于以速度a运动着的坐标系来说，其压力波动成为静止，则流动将是定常的*，见图1—4b。这就是相对一个随压力波动而移动的观察者的流动。流体向着观察者以速度a，压力p和密度ρ流来，并突然减慢到速度（a－δv），相应的压力为p＋δp，密度为ρ＋δρ。

参考图1—4b，由质量守恒得

$$\rho a = (\rho+\delta\rho)(a-\delta V)$$

或当δv和δp→0时，取极限

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dV}{a} \qquad (1—16)$$

通过波前的动量守恒为

$$p-(p+\delta p) = \rho a(a-\delta V-a)$$

故

$$\delta p = \rho a \delta V$$

取极限得

$$dp = \rho a dV \qquad (1—17)$$

由（1—16）和（1—17）消去dV得

$$a^2 = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)$$

* 如果波前是加速运动的，这种处理将不正确。注意，在可压缩流体中，只有当波前和流体相互间以等速运动时，参考坐标系才是等价的，参看文献4。

$\frac{dp}{d\rho}$值取决于流体通过波前时引起流体参数变化的过程之类型。假定是绝热过程，则能量方程（1—11）为

$$h+\frac{a^2}{2}=h+dh+\frac{(a-\delta V)^2}{2}$$

或取极限

$$dh=adV$$

考虑到方程（1—17）和（1—14）， $dh=\frac{dp}{\rho}$且$TdS=0$，因而流动是等熵的，即

$$a^2=\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s \tag{1—18}$$

式中下标S表示熵不变。如果管内流体以有限的速度流动，则上述分析给出相对于流动的扰动速度（a）。

声波是微小的压力扰动，因而方程（1—18）给出管内气体中的声速。在液体中声速很高，因为液体几乎是不可压缩的（产生很小的密度变化需要很大的压力。）例如，对于水

$$\beta=\rho\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s=22.3\times10^5\ \ KN/m^2$$

（液体的压缩性常用β来表示，β称为体积压缩模数。）因而

$$a=\sqrt{\frac{\beta}{\rho}}=1495\quad m/S$$

对于完全气体*（即服从状态方程$\frac{P}{\rho}=RT$且具有定比热的气体）经过等熵变化后，由方程（1—14）得

$$dh=vdp$$

对于完全气体

$$dh=C_pdT=\frac{\gamma R}{\gamma-1}dT$$

故

$$\frac{\gamma R}{\gamma-1}\frac{dT}{T}-\frac{dp}{\rho T}=0,$$

或

$$\frac{\gamma R}{\gamma-1}\frac{dT}{T}-R\frac{dp}{P}=0,$$

即

$$\frac{p}{T^{\left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)}}=常数$$

由$\frac{p}{\rho}=RT$消去T，得

$$\frac{p}{\rho^\gamma}=常数$$

$$a=\sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s}=\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}=\sqrt{\gamma RT}=\sqrt{\gamma\frac{{}^\circ R}{{}^\circ m}T} \tag{1—19}$$

式中°R是通用气体常数（=8.3143 KJ/kmol k）而°m是气体的相对分子质量（分子量）。这样，对于一种完全气体而言，声速取决于气体的相对分子量及其温度。

---

* Perfect gas在本书中均译为完全气体，以免和无粘性的理想流体相混淆。——译注