

# 无线电理论基础

—线性电路和信号分析—

赵华孟 谢家德 李纪澄 编

西北电讯工程学院

1973年8月

核

# 毛主席语录

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。

我们的教育方针，应该使受教育者在德育、智育、体育几方面都得到发展，成为有社会主义觉悟的有文化的劳动者。

必须提倡思索，学会分析事物的方法，养成分析的习惯。

在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的。自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。因此，人类总得不断地总结经验，有所发现、有所发明、有所创造、有所前进。

## 说 明

本教材根据我院一系教学大纲编写。教材内容包括原“无线电理论基础”课中的线性电路和信号分析部分。本教材在编写中，考虑了工农兵学员的特点和便于自学，并力图在原有教材的基础上有所改进。

本教材第一、六、七章由赵华孟同志执笔编写，第四、五章由谢家德同志执笔编写，第二、三章由李纪澄同志执笔编写。在教材编写过程中，教研组吕薇贞、丁宝林、童宛素、李荣本、金力军等同志为教材的编写做了很多工作。他们提出了很多宝贵的意见，在编写和定稿时都考虑了他们的意见。

以毛主席的教育革命思想衡量本教材，我们自知教材的缺点、错误很多。希望使用本教材的同志们提出批评和指正。

编 者

1973年6月

# 目 录

## 第一章 概 述

- § 1—1 波长、频率和无线电波段的划分 ..... 1
- § 1—2 消息和信号 ..... 2
- § 1—3 调制与解调 ..... 3
- § 1—4 无线电通信系统的组成 ..... 4
- § 1—5 线性电路与非线性电路 ..... 5
- § 1—6 本课程的任务和内容 ..... 6

## 第二章 单振荡回路

- § 2—1 引言 ..... 7
- § 2—2 串联振荡回路和串联谐振 ..... 7
- § 2—3 串联回路的谐振曲线 ..... 10
- § 2—4 串联回路的相位特性曲线 ..... 13
- § 2—5 串联回路的通频带 ..... 15
- § 2—6 考虑电源内阻对串联回路的影响 ..... 17
- § 2—7 并联振荡回路和并联谐振 ..... 18
- § 2—8 并联回路的谐振曲线、相位特性曲线和通频带 ..... 21
- § 2—9 考虑电源内阻对并联回路的影响 ..... 23
- § 2—10 复杂的并联振荡回路 ..... 25

## 第三章 耦合振荡回路

- § 3—1 引言 ..... 31

|       |                      |    |
|-------|----------------------|----|
| § 3—2 | 耦合系数 .....           | 32 |
| § 3—3 | 耦合回路的方程式及其等效电路 ..... | 33 |
| § 3—4 | 耦合回路的谐振频率 .....      | 38 |
| § 3—5 | 耦合回路的调谐 .....        | 40 |
| § 3—6 | 耦合回路的谐振曲线 .....      | 48 |
| § 3—7 | 耦合回路的通频带 .....       | 54 |

## 第四章 四端网络

|        |                        |    |
|--------|------------------------|----|
| § 4—1  | 概念 .....               | 59 |
| § 4—2  | 线性四端网络 .....           | 59 |
| § 4—3  | 常用结构 .....             | 60 |
| § 4—4  | 阻抗方程式及其系数 .....        | 60 |
| § 4—5  | 方程式的变换 .....           | 61 |
| § 4—6  | 从线性四端器件分析系数的物理意义 ..... | 66 |
| § 4—7  | 方程式的应用 .....           | 70 |
| § 4—8  | 信号传输和传输函数 .....        | 76 |
| § 4—9  | 输入阻抗与输出阻抗 .....        | 81 |
| § 4—10 | 特性阻抗 .....             | 83 |
| § 4—11 | 传输常数 .....             | 83 |
| § 4—12 | 几种常用结构的对象参量 .....      | 86 |
| § 4—13 | 衰减器 .....              | 88 |

## 第五章 传输线

|       |                     |    |
|-------|---------------------|----|
| § 5—1 | 集总参量和分布参量 .....     | 89 |
| § 5—2 | 平行二导线传输线的分布参量 ..... | 89 |
| § 5—3 | 方程式 .....           | 90 |

|        |                                       |     |
|--------|---------------------------------------|-----|
| § 5—4  | 正弦稳态解 .....                           | 92  |
| § 5—5  | 特性阻抗 .....                            | 95  |
| § 5—6  | 传输常数 .....                            | 96  |
| § 5—7  | 行波状态 .....                            | 97  |
| § 5—8  | 行波速度 .....                            | 99  |
| § 5—9  | 失配、反射和反射系数 .....                      | 99  |
| § 5—10 | 驻波状态 .....                            | 101 |
| § 5—11 | 混合状态 .....                            | 103 |
| § 5—12 | 行波系数和驻波比 .....                        | 105 |
| § 5—13 | 无耗线终端短路和开路的输入阻抗 .....                 | 105 |
| § 5—14 | $\frac{\lambda}{4}$ 终端短路线用作振荡回路 ..... | 107 |
| § 5—15 | $\frac{\lambda}{4}$ 传输线用作阻抗匹配 .....   | 109 |
| § 5—16 | 人工假线及其特性 .....                        | 110 |

## 第六章 无线电信号的频谱分析

|        |                     |     |
|--------|---------------------|-----|
| § 6—1  | 引言 .....            | 114 |
| § 6—2  | 信号的类型和特点 .....      | 114 |
| § 6—3  | 周期信号的基本型 .....      | 116 |
| § 6—4  | 付氏级数 .....          | 119 |
| § 6—5  | 周期信号的频谱 .....       | 123 |
| § 6—6  | 周期信号向非周期信号过渡 .....  | 130 |
| § 6—7  | 付氏积分与付氏变换 .....     | 135 |
| § 6—8  | 非周期信号的频谱 .....      | 138 |
| § 6—9  | 非周期信号的基本型 .....     | 142 |
| § 6—10 | 信号的能量分布与信号的带宽 ..... | 149 |

|                        |     |
|------------------------|-----|
| § 6—11 已调信号的频谱分析 ..... | 153 |
| 附录 .....               | 160 |

## 第七章 信号通过线性电路

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| § 7—1 引言 .....              | 164 |
| § 7—2 信号通过线性电路的分析方法 .....   | 164 |
| § 7—3 拉普拉斯变换 .....          | 166 |
| § 7—4 部分分式的展开 .....         | 174 |
| § 7—5 留数定理的应用 .....         | 178 |
| § 7—6 电路元件的运算型式 .....       | 184 |
| § 7—7 信号通过RC电路的情形 .....     | 190 |
| § 7—8 信号通过RLC振荡电路的情形 .....  | 196 |
| § 7—9 信号通过RLC低通滤波器的情形 ..... | 206 |
| § 7—10 信号通过线性电路不失真的条件 ..... | 210 |
| 附录一 时域分析法 .....             | 212 |
| 附录二 信号通过初始条件不为零的线性电路 .....  | 216 |

# 第一章 概 述

## § 1—1 波长、频率和无线电波段的划分

无线电技术在无线电通信、雷达、导航、电视、遙测等各个领域的应用，都是利用电磁波传递信号作为基础的。电磁波能量是由交流电的能量转换而来的。理论和实践都证明，只有当发射天线的几何尺寸和工作波长相差不大时才能有效地辐射电磁波能量。由于天线的尺寸受结构上的限制不能做得太大，因而为了有效地辐射电磁波能量，无线电设备通常都应在高频率上工作（即工作波长较短）。例如，广播电台的中波波段是从 520 千赫到 1600 千赫，短波波段的频率更高，电视广播的频率则高达数十兆赫。

随时间变化的电场将在其周围激起磁场，随时间变化的磁场将在其周围激起电场。当高频的交流电输入天线后，天线周围空间激起交变电场（或交变磁场），它又在邻近区域激起交变磁场（或交变电场），交变电场和交变磁场之间的这种不断的相互转化，使得交变电磁场在天线周围空间由近及远地传播着并辐射能量。这种在空间传播着的交变电磁场称为电磁波。

在高频交流电的一个周期时间内电磁波所走过的距离称为高频交流电的波长，以“ $\lambda$ ”表示之。高频交流电每秒钟交变的周期数称为高频交流电的频率，以“ $f$ ”表示之。乘积  $f\lambda$  表示每秒钟内电磁波传播的距离，即传播速度，以  $v$  表示之，即  $v = f\lambda$ 。

电磁波在空间传播时，它的传播速度和空间里介质的状况有关。电磁波的传播速度  $v$  取决于空间介质的导磁系数  $\mu$  和介质常数  $\epsilon$ ，计算公式如下：

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}。$$

假设电磁波在真空中传播时，用真空中的  $\mu$ 、 $\epsilon$  代入上式，可求得电磁波在真空中传播的速度就等于光速  $C$ ，即  $v = C = 3 \times 10^8$  米/秒。

通常电磁波都是在地球表面的大气层中传播的，把大气层中空气的导磁系数和介质常数代入以上公式求得的电磁波在大气层中的传播速度基本上与光速一样。可见借助于电磁波可以用每秒 30 万公里的速度传递信息，可以认为无线电信号在瞬息之间即可从发送端到达接收端。

电磁波在大气层中传播的速度接近于光速  $C$ ，这样无线电信号的波长  $\lambda$  和频率  $f$  之间可以通过以下公式进行换算

$$\lambda \text{ (米)} = \frac{C}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ (米/秒)}}{f \text{ (赫)}}。$$

〔例题〕 设要接收的中央人民广播电台的频率为 640 千赫，求出它的波长。



[解]

$$\lambda = \frac{C}{f} = \frac{3 \times 10^8}{640 \times 10^3} = 468.7 \text{ 米。}$$

无线电技术中应用的频率范围，一般是从10千赫（ $10^4$ 赫）到300千赫（ $3 \times 10^5$ 赫）。频率范围不同，无线电波传播的特点不同，它们的用途也不相同。因此，可以把无线电技术中应用的频率范围划分为若干个波段，如表1—1所示。

表1—1 无线电波段的划分

| 波段名称    |       | 波 长         | 频 率         | 主 要 用 途       |
|---------|-------|-------------|-------------|---------------|
| 长 波     |       | 30000~3000米 | 10~100千赫    | 通信, 导航        |
| 中 波     |       | 3000~200米   | 100~1500千赫  | 无线电广播         |
| 中 短 波   |       | 200~50米     | 1500~6000千赫 | 通信, 无线电广播     |
| 短 波     |       | 50~10米      | 6~30兆赫      | 通信, 无线电广播     |
| 超短波(米波) |       | 10~1米       | 30~300兆赫    | 无线电广播、电视、导航   |
| 微<br>波  | 分 米 波 | 1~0.1米      | 300~3000兆赫  | 电视、雷达、导航、接力通信 |
|         | 厘 米 波 | 0.1~0.01米   | 3~30千兆赫     | 其它专门用途        |
|         | 毫 米 波 | 0.01~0.001米 | 30~300千兆赫   | 雷达、导航、其它专门用途  |

## § 1—2 消 息 和 信 号

通信的目的在于传递消息。在电报通信中消息是电文。在电话通信中消息是语言。在电视广播中消息是图象。

在无线电技术中，为了便于传递消息，总是先利用一种转换设备，把消息转换为与它作相应变化的电压或电流，这种变化的电压或电流称为电信号，也称为原始信号。然后再借助电磁波把信息传送到接收端。在接收端再利用一种与上述相反的转换设备，把电信号还原成为原来的消息。例如在发送终端，通过话筒，可以把声音转换成与声压相应变化的电流或电压；通过摄像管，可以把图象转换为与光强相应变化的电流或电压。在接收终端，通过耳机或扬声器，可以把音频信号还原为声音；通过显象管，可以把电视信号转换成原来的图象重现在萤光屏上。

信号是随时间变化的电流或电压，所以信号具有时间特性。如发送一份电文，播送一段乐曲，总需要一定的时间，信号持续时间越长，占用线路的时间就越长，这是信号时间特性的一个方面。另一方面信号随时间的变化有快慢，当快速变化的信号通过系统时，系统的响应必须能适应这种快速的变化，否则信号波形将会产生严重的失真。

信号的另一个基本特性是它占有一定的频率范围，即具有频谱特性。如语言信号的主要频率范围是从 200 赫到 3000 赫。优质的乐曲信号则要占据从 50 赫到 15000 赫的频率范围。通常信号都包含有很多频率成分，它的频谱全都伸展到很低的频率范围。

信号的再一个基本特性是它含有一定的功率或能量，即能量特性。在强干扰情况下，为了实现可靠的通信，一般要求信号的能量比干扰的能量要大。

信号还有概率特性、信息含量等其它特性。但时间特性、频谱特性、能量特性是信号的三个最基本的物理特性。这些问题第六章还要详细讨论。

## § 1—3 调制与解调

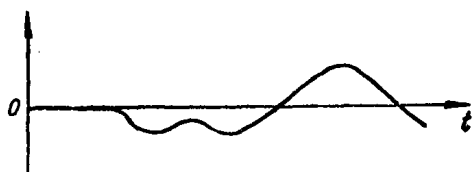
前面已经指出，由消息转换成的电信号（即原始信号），它们的频谱全都伸展到很低的频率范围。但是，在无线电通信中，为了有效地辐射电磁波能量，用来传递信息的电磁波频率则处于高频范围。可见为了利用电磁波的辐射来传递信息，必须将原始信号的频谱搬移到高频范围。实现这种搬移的过程称为调制。

正弦高频振荡可以用下式表示

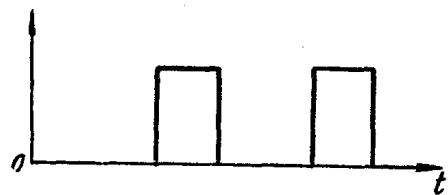
$$f(t) = A \cos(\omega t + \varphi)。$$

式中：A 为高频振荡的振幅， $\omega$  为高频振荡的角频率， $\varphi$  是高频振荡的相角。

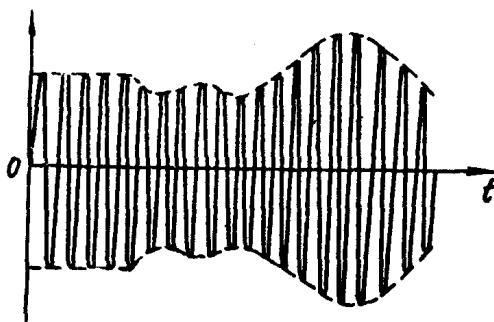
如果让 A 随原始信号变化而变化，则称为振幅调制，简称调幅（图 1—1）。如果让  $\omega$  随原始信号变化而变化，则称为频率调制，简称调频（图 1—2）。如果让  $\varphi$  随原始信号变化而变化，则称为相位调制，简称调相。中、短波广播电台都采用调幅制。调频制一般应用



(a) 原始语音信号

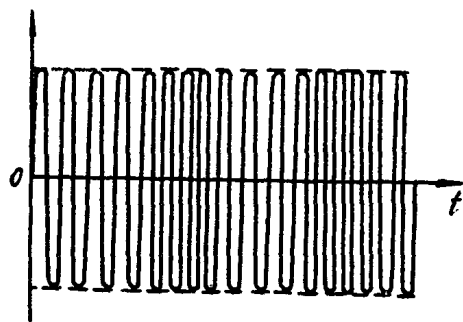


(a) 原始电报信号



(b) 已调信号

图 1—1 振幅调制信号



(b) 已调信号

图 1—2 频率调制信号

于超短波。

原始信号不仅可以对高频正弦振荡进行调制，也可以用原始信号对周期性脉冲序列进行调制，由于改变周期性脉冲的参数不同，脉冲调制还可以有脉幅调制、脉宽调制、脉位调制等方式。此外还有脉冲编码调制、增量调制等方式。

和原始信号相比，已调信号的频谱不过是搬移到了高频范围内。显然，已调信号也具备如 § 1—2 所述的信号三个基本物理特性。

从已经调制的高频信号(即已调信号)中取出原始信号的过程，称为解调(也称为检波)。已调信号的解调也是频谱搬移的过程，不过它和调制过程相反，是把高频范围的频谱搬回低频范围。

调制是在发射设备中进行的。解调是在接收设备中进行的。对于不同的调制方式，相应地有不同的解调方法。

## § 1—4 无线电通信系统的组成

由以上各节的讨论可见，无线电通信系统基本上由下述几个部分组成(图 1—3)。

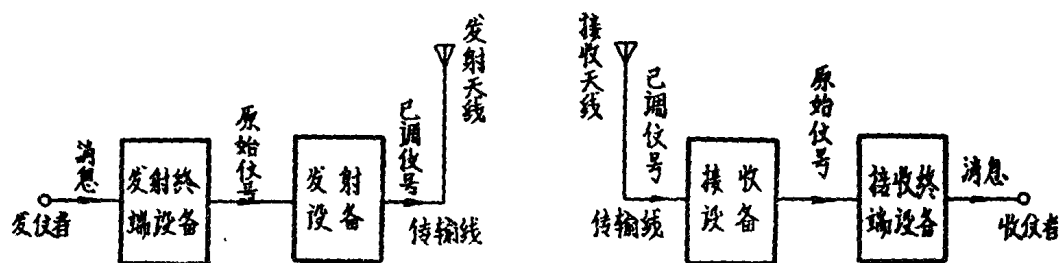


图 1—3 无线电通信系统

(1) 发射终端设备：它的任务在于将消息转换为电信号(原始信号)。

(2) 发射设备：它的主要任务在于将原始信号频谱搬移到高频范围，即将原始信号转换为已调信号。

(3) 发射天线：由发射设备输出的已调信号，经过传输线(馈线)送到发射天线后，发射天线将向天线周围的空间辐射能传递信息的电磁波能量。

(4) 接收天线：它的任务是将接收到载有信息的电磁波能量转换为高频电压，即已调信号，然后再由传输线(馈线)送到接收设备中去。

(5) 接收设备：它的主要任务在于将已调信号的频谱从高频范围搬回到低频范围，即还原为原始信号。

(6) 接收终端设备：它的任务是将原始信号还原为消息。

应当指出，信号在传输的过程中，不可避免地会受到各种形式的干扰。为了在强干扰的情况下实现可靠的通信，在信息理论和实践的指导下，正在寻求各种新的调制和解调方式。

## § 1—5 线性电路与非线性电路

在无线电通信系统中，各种设备都执行着一定的职能。例如发射设备的主要任务是将原始信号对高频振荡进行调制。接收设备的主要任务是对已调信号进行解调。为了进行调制，在发射设备中，必须要有产生高频振荡的振荡器。为了进行解调，在接收设备中，必须要有把已调信号还原为原始信号的检波器。为了满足更高的质量指标要求，收发设备通常都是由复杂的多级电路组成，可以有振荡、放大、分频、倍频、调制、检波等各种电子电路，概括起来，不外乎是信号的产生、信号的放大和信号的变换三种。而信号的产生、放大和变换总是由线性电路或非线性电路来完成的。因此，不论设备如何复杂，不论电路的元件有多少，总是可以把电路划分为线性电路和非线性电路两大类。

线性电路是指由一些固定参数的元件如电阻、电容器、电感线圈等所组成的电路，如单振荡回路、耦合振荡回路、传输线等都属于线性电路；含有能源且作线性运用的电子器件，如电子管或晶体管线性放大器也属于线性电路。线性元件的特点是：元件的参数不随加于元件上的电压或流过元件的电流而改变。线性电路总是满足叠加原理的。例如，电阻 $R$ 上的电流、电压满足欧姆定律，电流 $i_R = \frac{u_R}{R}$ ，式中 $u_R$ 是加于 $R$ 上的电压， $i_R$ 是流过 $R$ 的电流。当 $u_R = u_1$ 时， $i_1 = \frac{u_1}{R}$ ；当 $u_R = u_2$ 时， $i_2 = \frac{u_2}{R}$ ；当 $u_R = u_1 + u_2$ 时， $i_R = \frac{u_1 + u_2}{R} = i_1 + i_2$ 。显然是满足叠加原理的。

非线性电路中都含有一个或多个非线性元件（如电子管、晶体管等）。非线性元件的特点是：元件参数随加于元件上的电压或流过元件的电流而改变。非线性电路是不满足叠加原理的。例如某电子管的伏安特性为 $i = au^2$ ， $a$ 是与电子管特性有关的一个常数；当 $u = u_1$ 时， $i_1 = au_1^2$ ；当 $u = u_2$ 时， $i_2 = au_2^2$ ；当 $u = u_1 + u_2$ 时， $i = a(u_1 + u_2)^2 = au_1^2 + au_2^2 + 2au_1u_2 \neq i_1 + i_2$ 。这是不满足叠加原理的。

具有许多频率成分的信号通过线性电路或非线性电路时，都会产生某种“信号波形的变换”，简称“信号变换”。当信号通过线性电路时，信号中各个频率成分之间的振幅关系和相位关系可能发生变化，但仍满足叠加原理，输出信号中不会产生新的频率成分；这种“信号变换”称为信号的“线性变换”。当信号通过非线性电路时，非线性电路不满足叠加原理，输出信号中的频率成分会发生变化，即会产生原来信号中所没有的频率成分；这种信号变换称为信号的“非线性变换”，或者说发生了“频率变换”，这也是线性电路区别于非线性电路的重要特点之一。

元件的线性与非线性、线性电路与非线性电路的区分不是绝对的。例如，线性元件电阻器的阻值，在正常运用时可以看作常数，当电阻器中通入大电流而产生高温时，其阻值将随流过其中的电流而改变。又如由非线性元件电子管或晶体管组成的放大器，在小信号工作时属于线性电路，在大信号工作时，又属于非线性电路。所以分析和研究元件或电路的实际运用状况是十分重要的。

还有一些元件，它们的参数是随时间变化的函数，如参变电容、参变电感等。由这类元

件组成的电路称为参变电路。描述参变电路的方程式是线性方程，但方程的系数是随时间而变化的。分析的结果表明，参变电路也具有进行频率变换的特点。从参变电路所具有的这种特点出发，也把它列入非线性电路的范围内。

## § 1—6 本課程的任务和内容

从信息传输的角度看，信号本身的特性、电路本身的特性以及信号通过电路的特性是几个带有根本性的问题。本课程将研究几种线性电路，研究无线电信号的分析以及信号通过线性电路的瞬变过程。本课程着重于基础理论的分析，并建立基本概念（不涉及工程计算与设计）。它将为今后的“发射设备”“接收设备”、“无线电通信设备”等专业课的学习准备有关的理论基础。

本课程的内容安排如下：

在第一章概述以后，第二章讨论单振荡回路，第三章讨论耦合振荡回路。它们都是高频设备中不可缺少的部件。这两章都着重于回路频率特性的分析。

第四章讨论一些较复杂的线性电路，着重阐明复杂电路的参量，引出等效电路，探索对这种复杂电路问题的一般解法。

第五章讨论具有分布参量的传输线及其应用。

第六章对信号进行频谱分析，并建立信号带宽的概念。

第七章研究信号通过线性电路所产生的瞬变过程，以及信号在传输过程中不产生失真的条件。

## 第二章 单振荡回路

### § 2—1 引言

由电感线圈和电容器组成，且只有单个回路的振荡电路称为单振荡回路。它又可以区分为串联振荡回路和并联振荡回路两种。

电感的感抗值 ( $\omega L$ ) 随频率的增加而增大，电容的容抗值 ( $\frac{1}{\omega C}$ ) 则随频率的增加而减小。由电感、电容组成的振荡回路对不同频率呈现的阻抗变化规律与电感、电容都不相同，振荡回路的阻抗不是随着频率的增加单调地增大或减小，而是在某一个频率上具有最大值或最小值。振荡回路的这种特性称为谐振特性。利用振荡回路的谐振特性可以传送所需要的频率成分，滤除其余不需要的频率成分。振荡回路的这种特性使它成为无线电电路中不可缺少的重要组成部分。在接收机里利用振荡回路选择出所需接收的信号而抑制不需接收的信号。在发射机里利用振荡回路滤除不应发射的频率成分而发射指定的工作频率。

本章研究串联振荡回路和并联振荡回路的谐振特性。这些问题包括有：串、并联回路谐振频率的决定，串、并联回路谐振时的主要特点及回路电流、电压的关系，串、并联回路的谐振曲线和相位特性曲线，串、并联回路通频带的决定，还讨论和分析了几种常用的复杂并联回路。

### § 2—2 串联振荡回路和串联谐振

由电感  $L$ 、电容  $C$  和电阻  $R$  串联而成的电路称为串联振荡回路（图 2—1）。其中电阻  $R$  通常包括代表电感线圈损耗和电容器损耗的等效电阻以及可能接入电路的外加电阻。

设在串联振荡回路中，接入外加电动势  $\dot{E}$ ，它的角频率为  $\omega$ ，则在串联回路中将流过同频率的电流  $\dot{i}$ ，它应由下式决定

$$\dot{i} = \frac{\dot{E}}{Z} = \frac{\dot{E}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (2-1)$$

式中  $Z$  是串联回路的阻抗。

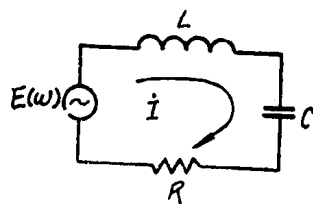


图 2—1 串联振荡回路

为了研究串联回路中的谐振现象，应该研究外加电动势的幅值不变而角频率 $\omega$ 变化时，回路中的电流随频率 $\omega$ 变化的关系。从(2-1)式可见，要知道电流随频率变化的关系，只要研究阻抗随频率变化的关系即可。为此首先研究串联回路的阻抗随频率变化的关系。

## 串联回路的阻抗

串联回路的阻抗 $Z$ 为

$$Z = R + jX = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = |Z| e^{j\varphi}。$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}。 \quad (2-2)$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{X}{R} = \text{tg}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}。$$

式中 $|Z|$ 是阻抗的模， $\varphi$ 是阻抗的幅角。

回路的电抗部分 $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ 。感抗 $\omega L$ 是正值，它随 $\omega$ 的增加而增大。容抗 $-\frac{1}{\omega C}$ 是负值，随 $\omega$ 的增加容抗负得越小。在 $\omega$ 很低时， $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ ，回路电抗 $X < 0$ 是容性的。在 $\omega$ 很高时， $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ，回路电抗 $X > 0$ 是感性的。当 $\omega$ 从低到高变化时，一定会通过一个 $X$ 从负变正的转折点 $\omega = \omega_0$ ，在这个 $\omega_0$ 上， $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ ，这里 $X = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$ 。 $\omega L$ 、 $-\frac{1}{\omega C}$ 、 $X$ 随 $\omega$ 的变化曲线示于图2-2(a)。

阻抗的模 $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$ 。当 $\omega < \omega_0$ 时， $X \neq 0$ ， $|Z| > R$ ；因为 $X < 0$ ，串联回路阻抗是容性的，所以幅角 $\varphi$ 是负值。当 $\omega > \omega_0$ 时， $X \neq 0$ ， $|Z| > R$ ；因为 $X > 0$ ，串联回路阻抗是感性的，所以幅角 $\varphi$ 是正值。在 $\omega = \omega_0$ 时， $X = 0$ ， $|Z| = R$ ，且 $\varphi = 0$ ，串联回路阻抗为纯电阻 $R$ ，且为一最小值。阻抗的模 $|Z|$ 和幅角 $\varphi$ 随 $\omega$ 变化的曲线示于图2-2(b)和(c)。

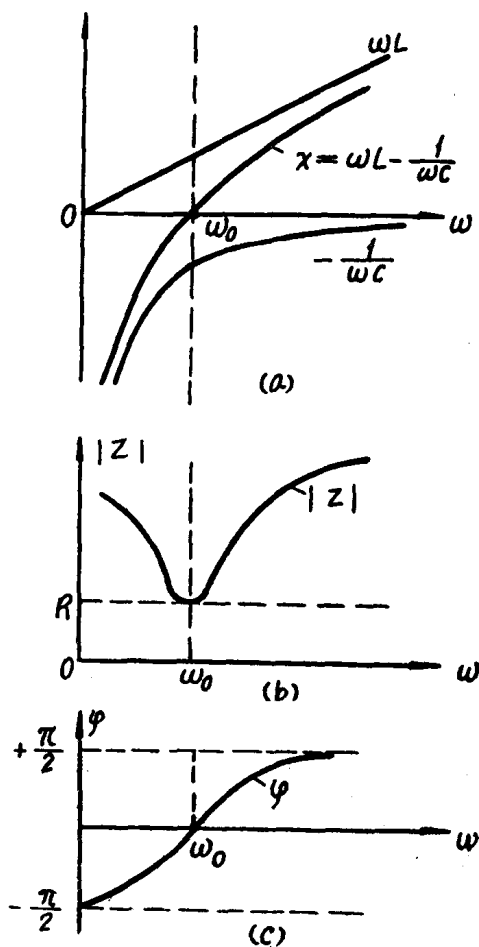


图2-2 串联回路的 $|Z|$ — $\omega$ 、 $\varphi$ — $\omega$ 曲线

## 串联谐振

串联振荡回路在幅值一定的外加电动势作用下，当外加电动势的角频率 $\omega$ 恰好等于 $\omega_0$ 时，回路的电抗 $X$ 等于零，回路阻抗为纯电阻 $R$ 并呈现最小值，回路电流达最大值并与外加电动势同相。我们把串联回路阻抗呈现纯电阻，回路电流与外加电动势同相的状态，称为回路对外加电动势的频率呈现串联谐振。

回路发生串联谐振的条件是

$$X = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0. \quad (2-3)$$

由此可以导出回路发生串联谐振的角频率 $\omega_0$ 和频率 $f_0$ 。

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (2-4)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

习惯上，常把角频率和频率混称为频率。应当指出它们的单位是不相同的。在(2-4)式中， $L$ 以亨为单位， $C$ 以法拉为单位时，求出的 $\omega_0$ 的单位是弧度/秒， $f_0$ 的单位是赫。

串联谐振时，回路电流 $|\dot{I}_0|$ 最大，它等于

$$|\dot{I}_0| = \frac{|\dot{E}|}{R}. \quad (2-5)$$

假设电感线圈和电容器的损耗都很小，可以忽略不计，串联谐振时电感线圈和电容器两端的电压分别以 $\dot{U}_{L_0}$ 和 $\dot{U}_{C_0}$ 表示之，则有

$$\dot{U}_{L_0} = \dot{I}_0 j\omega_0 L = \frac{\dot{E}}{R} j\omega_0 L = j \frac{\omega_0 L}{R} \dot{E}.$$

$$\dot{U}_{C_0} = \dot{I}_0 \cdot \frac{1}{j\omega_0 C} = \frac{\dot{E}}{R} \cdot \frac{1}{j\omega_0 C} = -j \frac{1}{\omega_0 C R} \dot{E}.$$

谐振时，回路的感抗和容抗值相等 $(\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C})$ ，我们把谐振时的回路感抗值（或容抗值）与回路电阻 $R$ 的比值称为回路的品质因数，以 $Q$ 表示之，简称 $Q$ 值。

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (2-6)$$

由 $Q$ 值的定义， $\dot{U}_{L_0}$ 、 $\dot{U}_{C_0}$ 公式可以表示为



$$\dot{U}_{L_0} = jQ\dot{E}。$$

(2-7)

$$\dot{U}_{C_0} = -jQ\dot{E}。$$

可见，串联谐振时电感线圈和电容器两端的电压大小相等，且等于外加电动势的  $Q$  倍。但  $U_{L_0}$  超前谐振电流  $90^\circ$ ， $U_{C_0}$  滞后谐振电流  $90^\circ$ ，所以  $U_{L_0}$  与  $U_{C_0}$  相位相反。串联谐振时回路中的电流、电压向量图示于图 2-3。

通常回路的  $Q$  值可达几十到几百，所以电感线圈和电容器两端的电压可以比电源电压大几十倍到几百倍，这是串联谐振时所特有的情形，因此串联谐振又称为电压谐振。

在串联振荡回路中，如果外加电动势  $E$  的频率固定不变，那么可以用改变回路电感线圈的电感量  $L$  或电容器的电容量  $C$  的办法，使回路达到谐振，这叫做回路对外加电动势的频率调谐。

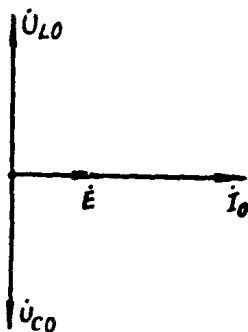


图 2-3 串联回路谐振时的向量图

〔例题 2-1〕 串联回路内接有信号频率为 2 兆赫、信号电压有效值为 100 微伏的外加电动势。串联回路的电感  $L = 30$  微亨，品质因数  $Q = 40$ ，串联回路用可变电容  $C$  对信号频率调到串联谐振。试求谐振时电容  $C$  的大小，谐振时回路内的电流和回路电容  $C$  上的电压的有效值。

〔解〕

(1) 谐振时的回路电容  $C$

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 2 \times 10^6)^2 \times 30 \times 10^{-6}}$$

$$= 212 \times 10^{-12} \text{ 法} = 212 \text{ 微微法。}$$

(2) 谐振时的回路电流有效值  $I_0$ 。

回路中的电阻  $R = \frac{\omega_0 L}{Q} = \frac{2\pi \times 2 \times 10^6 \times 30 \times 10^{-6}}{40} = 9.4 \text{ 欧，}$

$$I_0 = \frac{E}{R} = \frac{100 \times 10^{-6}}{9.4} = 10.7 \times 10^{-6} \text{ 安} = 10.7 \text{ 微安。}$$

(3) 谐振时回路电容上的电压有效值  $U_{C_0}$

$$U_{C_0} = QE = 40 \times 100 = 4000 \text{ 微伏} = 4 \text{ 毫伏。}$$

## § 2-3 串联回路的谐振曲线

串联回路中，回路电流幅值随电源频率而变化的曲线称为串联回路的谐振曲线。谐振曲