

# 强度与环境

(随机振动试验)

2

《强度与环境》编辑组

一九七四年五月

## 译校者的话

本文是由美国PB184113(1968年)《RandomVibration》翻译的。这是一篇随机振动试验的基础报告，主要内容包  
括：（一）随机振动理论和计算；（二）随机试验方法和设备；（三）随机数据分析。它可以看成是一本随机振动试验  
简明手册，所以篇名定为《随机振动试验》。翻译时，对文中明显的错误作了修改；但对许多很不严格的提法未做变  
动，请读者注意。

译文初稿曾以《随机振动》为题，油印散发过，错误很  
多。这次虽然作了很大努力改正错误，由于我们专业知识和  
翻译水平有限，错误仍旧不少，望读者指正。

译校者

1974年5月

# 随机振动试验

(美)J. V. OTTS

## 目 录

第一章	引 言	( 1 )
第二章	运动的基本类型	( 3 )
2.1	正弦运动	( 4 )
2.2	复合周期运动	( 4 )
2.3	复合运动	( 5 )
2.4	随机运动	( 6 )
第三章	随机振动的描述	( 8 )
3.1	假设的随机特征	( 9 )
1.	平稳随机过程	( 9 )
2.	遍历随机过程	( 9 )
3.	高斯(正态)分布	( 10 )
3.2	随机振动的平均值、均方值和均方根值	( 10 )
3.3	随机振动的幅值分析	( 11 )
1.	幅值概率分布 $P(X)$	( 11 )
2.	幅值概率密度 $p(X)$	( 12 )
3.	高斯幅值概率密度	( 14 )
4.	非高斯特性	( 17 )
5.	瑞利分布	( 17 )

3.4	功率谱密度 .....	( 17 )
3.5	相关函数 .....	( 20 )
	1.互相关.....	( 20 )
	2.自相关.....	( 20 )
3.6	小 结 .....	( 21 )
<b>第四章</b>	<b>随机振动试验中的计算</b> .....	<b>( 23 )</b>
4.1	加速度谱密度、速度谱密度、位移谱密度 之间的关系 .....	( 23 )
4.2	均方(rms)根加速度值 .....	( 23 )
	1.平值谱.....	( 27 )
	2.正斜率谱(上升谱).....	( 27 )
	3.负斜率谱(下降谱).....	( 28 )
	4.多能级平值谱.....	( 29 )
	5.成形谱.....	( 31 )
4.3	随机和正弦换算因数 .....	( 32 )
	1.正弦换算.....	( 32 )
	2.随机换算.....	( 33 )
	3.通用式.....	( 33 )
<b>第五章</b>	<b>随机振动试验规范</b> .....	<b>( 34 )</b>
5.1	试件的描述 .....	( 34 )
5.2	振动试验目的 .....	( 34 )
5.3	模拟环境的类型 .....	( 35 )
5.4	试件方位 .....	( 35 )
5.5	输入谱 .....	( 35 )
	1.输入谱的推导(未提供使用数据).....	( 35 )
	2.从外场数据推导输入谱.....	( 38 )

	3. 复现外场响应·····	( 38 )
5.6	试验时间·····	( 39 )
5.7	加速度计位置·····	( 39 )
5.8	温 度·····	( 39 )
5.9	普通的或非常规资料·····	( 39 )
<b>第六章</b>	<b>随机振动试验设备</b> ·····	( 41 )
6.1	随机信号源·····	( 41 )
6.2	均衡系统·····	( 42 )
	1. 峰—谷(模拟)均衡系统·····	( 42 )
	2. 多节滤波器均衡系统·····	( 47 )
6.3	保护装置·····	( 50 )
6.4	功率放大器·····	( 54 )
6.5	激振器·····	( 55 )
	1. 额定推力·····	( 55 )
	2. 专用于随机振动试验的激振器要求·····	( 55 )
	3. 满足于高 g 级试验的另一方法·····	( 56 )
	4. 位移极限和计算·····	( 56 )
	5. 激振器的响应特性·····	( 57 )
	6. 其他设备·····	( 58 )
	7. 多点输入控制(平均)·····	( 58 )
<b>第七章</b>	<b>随机校准——方法和计算</b> ·····	( 59 )
7.1	检测仪表·····	( 59 )
7.2	数据通道的校准·····	( 60 )
7.3	随机校准的计算·····	( 62 )
	1. 随机校准级·····	( 62 )
	2. 响应通道校准计算实例·····	( 69 )

7.4	输入控制波道的校准	(71)
	例——计算总 rms 值	(71)
7.5	控制柜的校准	(72)
7.6	输入控制级的推导	(72)
	1. 输入控制灵敏度	(72)
	2. 电压控制级 (CV)	(73)
	3. 电压控制级的计算实例	(73)
7.7	计算 rms 级 ( $A_T$ ) 的其他方法	(74)
	1. 多于一个最大 $Q_{f_0}$ 的考虑	(74)
	2. 用低值均衡	(75)
<b>第八章</b>	<b>随机数据分析</b>	<b>(77)</b>
8.1	均方根值 (rms) 的测量	(77)
8.2	概率分布	(79)
8.3	功率的密度 (PSD) 的分析	(79)
	1. 方法	(79)
	2. 圣地亚实验室用的设备	(81)
8.4	PSD分析的精度	(81)
	1. 统计误差	(82)
	2. 分辨率	(84)
	3. 分析速度	(92)
	4. 分析时间	(94)
	5. 最低分析频率	(91)
	6. 分析方程的归纳	(95)
	7. 应用分析方程的实例	(96)
	8. 分析时间减少的方法	(97)
<b>第九章</b>	<b>随机输入——响应关系</b>	<b>(100)</b>

9.1	复频响应比 $H(\omega)$ .....	(101)
1.	试验确定 $H(\omega)$ .....	(101)
2.	分析确定 $H(\omega)$ .....	(102)
9.2	随机输入——响应方程的应用 .....	(106)
1.	例1:有试验数据时的用法 .....	(106)
2.	例2:有分析数据时的用法 .....	(107)
<b>第十章</b>	<b>其他随机试验方法</b> .....	<b>(108)</b>
10.1	扫描随机振动试验 .....	(108)
10.2	半宽带随机试验 .....	(110)
10.3	磁带随机试验 .....	(111)
10.4	正弦和随机组合试验 .....	(111)
1.	离散正弦情况 .....	(112)
2.	扫描正弦情况 .....	(112)
10.5	扫描正弦与随机试验的比较 .....	(113)
<b>附 录</b>		
	分贝——在随机振动中的应用 .....	(115)
	术语解释 .....	(116)
	参考文献 .....	(130)

# 第 一 章

## 引 言

随机振动试验，对真实地模拟大多数试件的外场环境来说，是必不可少的。这一点在五十年代中期更加明确了，那时人们注意到：飞机、火箭发动机、气动紊流等产生的振动基本上是随机的而不是正弦的。这种振动，激振频域很宽并具有一个连续的能谱。

虽然，过去几年随机振动试验增多了，但在许多应该使用的地方仍旧没有使用。原因在于：从事振动试验的大多数人（从规范制订者到试验人员），在随机振动的试验技术、数据分析与数据解释等方面缺乏足够的知识。

本报告的主要目的是：

一、为试验人员提供一个参考手册，使他们更好地熟悉随机振动试验的所有方面：试验设计、试验装置、试验性能、数据分析和解释。

二、有关试验室随机试验的技术、能力和限制，可供负责制订试验规范的人参考。另外，还包括标准计算。

三、供计划和设计人员了解数据分析技术，能力和限制。此外，用实例说明试验数据的修正法和响应特性的计算方法。



尽管本报告广泛地介绍随机振动试验，但在介绍某些复杂问题时在内容上也作了限制。读者要详尽研究这些问题时，可参考列出的文献。

## 第二章

### 运动的基本类型

振动是用运动的时间历程描述的，运动用位移、速度或加速度表示。作振动分析的重要函数有以下几类：正弦、复合周期、复合和随机。下面逐个讨论。

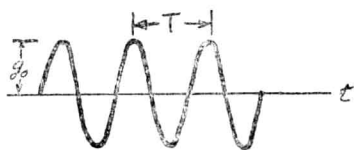


图 1 a 正弦运动的幅值时间历程

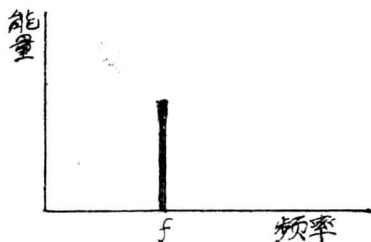


图 1 b 正弦运动线谱

## 2.1 正弦运动

正弦运动最简单而又最常用。用加速度( $g$ )作为时变函数时, 正弦运动用下式表示:

$$g = g_0 \sin(2\pi f t + \theta) \quad (1)$$

式中:

$g$  = 在某一时间 $t$ 的加速度幅值;

$f$  = 频率;

$\theta$  = 时间 $t$ 为零时的相位角;

$g_0$  = 加速度峰值。

图1a是正弦的幅值时间历程。周期 $T$ 是运动一个循环所需要的时间, 所以振动频率用周期的倒数( $1/T$ )表示。正弦运动还可用图1b那样的线谱表示, 该图只有一条振动能量对频率的线。很明显, 所有能量存在于一个频率 $f$ 上。总之, 正弦运动既是循环的又是重复的。

## 2.2 复合周期运动

复合周期运动是两个或两个以上正弦合成的, 而较高频率是最低频率的整数倍。数学上这种运动表示为:

$$g = g_0 + g_1 \sin(2\pi f_1 t + \theta_1) + g_2 \sin(2\pi f_2 t + \theta_2) + \dots + g_n \sin(2\pi f_n t + \theta_n) \quad (2)$$

式中:

$g_1, g_2, \dots, g_n$  = 在频率 $f_1, f_2, \dots, f_n$ 上各个波的振幅  
 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  = 相位角

为了简便起见, 两个正弦运动以及它们之和的时间历程一并表示在图2a上。另外, 这种运动也是循环的和重复的。曲线的周期是完全重复它自身所需时间的倒数。复合周期运动的线谱表示在图2b上。应注意所有振动能量存在于基频或

它的整数倍频上。频率 $f$ 的任一周期性曲线能用(2)式所示的一系列正弦曲线表示。该方程称为傅里叶级数。第二项叫基本谐波，以后各项是波形的 $n$ 阶谐波。

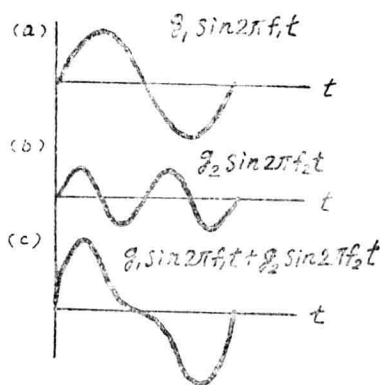


图 2 a 复合周期运动的幅值时间历程

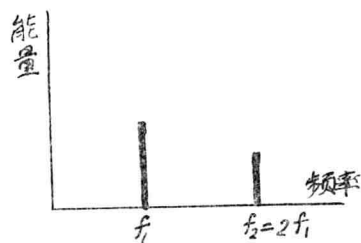


图 2 b 复合周期运动的线谱

### 2.3 复合运动

复合运动是由两个或两个以上正弦的和组成的，但每个频率并不一定是基频的整数倍。由于较高频率不一定是最低

频率的整数倍，所以破坏了运动的循环性（周期性）。这种运动可用图3所示的线谱表示。



图3 复合运动的线谱

## 2.4 随机运动

随机运动由连续分布在所考虑频带内所有频率上的正弦波组成。此外，这些正弦波的幅值和相位角随时间的变化是无法预测的（随机的）。与正弦运动和复合运动不同的是，数学上无法把随机运动表示为时间的确定函数（随机运动的分析以后讨论）。

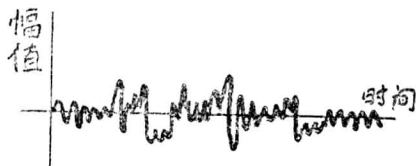


图4a 随机运动的振幅时间历程

图4a表示随机运动的幅值时间历程；图4b表示典型随机

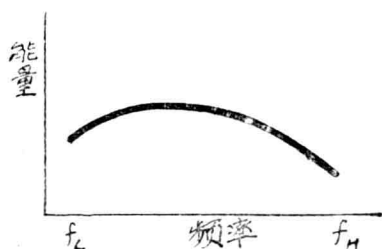


图4b 随机运动的能量随频率分布图

运动的能量分布随频率变化的曲线。注意：振动能量存在于连续频带 $f_L$ 至 $f_H$ 上，而不是离散的频率上。虽然一般认为随机运动不存在于离散的频率上，但也有可能，此时幅值的变化是随机的。

## 第 三 章

### 随 机 运 动 的 描 述

图5是一典型随机振动的加速度对时间曲线。随机振动最明显的特点是非周期性，因而瞬时值不能预测。与简谐运动或复合周期运动不同，随机振动在任何给定瞬间上的大小不能确定。

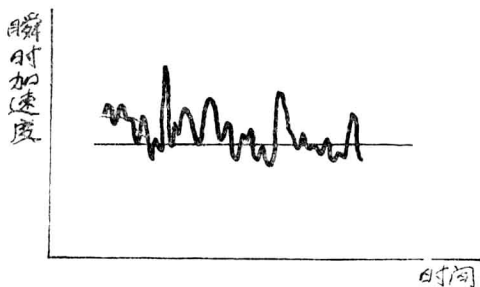


图5 典型随机振动的加速度时间历程

知道随机振动过去的历程就能予示各个加速度值出现的相对概率，但还不能予示在一给定瞬间的确切大小。周期振动用振幅、频率、相位特性来描述，而随机振动用平均值、均方值、均方根值、幅值概率分布、幅值概率密度、功率谱

密度等表示。所有这些量都在本章讨论。

在振动试验和分析方面存在下列限制：（一）有用记录的次数和数量；（二）时间、费用和设备；（三）描述随机运动统计性质的数学知识。为此做某些基本假设是必要的。随机试验最基本假设是随机振动为平稳的、遍历的和高斯的。

### 3.1 假设的随机特性

#### 1. 平稳随机过程

平稳随机过程的统计平均值（如rms值）与时间无关。一个 $t$ 秒长的平稳随机过程，其均方根值是一定的，它与所取的分析时间无关，也与所取的时间间隔的长短无关。

在整个报告中可明显地看出平稳性假设的优点，它可以节省随机振动试验和分析的时间与费用。如果随机振动不是平稳的，但其统计特性随时间变化很缓慢，那末可以把这种过程分成几个较短的时间间隔，而每个间隔仍按平稳过程处理。

#### 2. 遍历随机过程

理论上，随机振动过程是由大量（系集）随机振动时间历程组成的。系集中的每一个样本显示出这个过程一次反复期间的随机振动性质。随机振动的统计性质是由考虑全部样本而得到的。如果在同一时间对振动历程系体的每个记录求得的统计特性与单个样本所求得的统计特性相等，则这种随机过程称为遍历的。

因为事实上不可能得到大量的外场振动记录，所以一般随机过程假设为遍历的，除非能够提供反证来否定这个假设。

总之，遍历性假设允许我们根据足够长时间的单次时间



历程来确定随机振动的统计特性。

### 3. 高斯（正态）分布

随机振动瞬时加速度值可用幅值概率密度作统计描述。从本质上说，概率密度描写某一幅值在全过程中出现的次数。至于全过程所有幅值的概率分布以后详谈。

#### 3.2 随机振动的平均值、均方值和均方根值

随机信号的幅值特性在时域上可用均方值、均方根值来描述。下列方程用于平稳随机过程。

$$\text{平均值} = \bar{X} = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt \quad (3)$$

式中：

$T$  = 时间间隔（理想情况  $T \rightarrow \infty$ ）

$X(t)$  = 时间的随机函数

$\bar{X}$  = 平均值

举一个与时间无关的简单例子：1、4、6的平均值是：

$$\text{平均值} = \bar{X} = \frac{1+4+6}{3} = \frac{11}{3} = 3.66$$

$$\text{均方值} = \overline{X^2} = \frac{1}{T} \int_0^T X^2(t) dt \quad (4)$$

式中：

$T$  = 时间间隔（理想情况  $T \rightarrow \infty$ ）

$X^2(t)$  = 时间的随机函数的平方

$\overline{X^2}$  均方

再举1、4、6的简单例子，求得均方值是：

$$\overline{X^2} = \frac{1^2+4^2+6^2}{3} = \frac{1+16+36}{3} = 17.6$$