

逻辑代数与 电子计算机简介

湖南黔阳师专 广东惠阳师专 合编
湖北襄阳师专 吉林白城师专

编 者 的 话

根据1982年昆明全国师专数学专业教学大纲审定会议上所审定的“逻辑代数与电子计算机简介”大纲，我们协作编写了这本师专校际交流的试用教材。也可供各类进修学院（校）使用。

本书共分六章，第一章简单介绍数的进位制。第二、三、四章为逻辑代数的基本理论及应用。第五章简介电子计算机。第六章介绍基本BASIC算法语言。

本书教学要求是：使学生掌握逻辑代数的基本理论；了解电子计算机的基本工作原理并能使用BASIC语言上机算题。

本书的全部内容共需68学时。适于三年制专科使用。如果删去书中带*的部分，则只需54小时。适于二年制专科使用。

本书是采用分工合作的方式进行编写的。逻辑代数部分由湖南省黔阳师专屈义安和广东省惠阳师专黄凯达编写；电子计算机和BASIC算法语言部分由湖北省襄阳师专田传绵和吉林城市师专刘执中编写。

在编写过程中，我们得到了编者所在学校的大力支持，尤其是黔阳师专为我们提供了良好的条件，使书稿得以早日付印。

在编写中，我们还参阅了有关资料及兄弟院校所编写的

由于编者水平所限，加之时间匆促，因此，书中错误在所难免。望本书的使用者和读者批评指正，以便进一步修改。

编 者

一九八三年元月

于湖南省怀化市

三月定稿于西安

目 录

第一章 二 进 制

§ 1.1 进位制记数法	(1)
§ 1.2 常用进位制之间的互相转换	(3)
一、 P 进制转化为二进制	(3)
二、十进制数转换为 P 进制数	(4)
三、八进制数与二进制数的互相转换	(10)
§ 1.3 二进制数和八进制数的四则运算	(10)
一、加法	(11)
二、减法	(11)
三、乘法	(11)
四、除法	(12)
§ 1.4 8—4—2—1 编码 (二——十进制)	(13)
§ 1.5 数的定点表示法与浮点表示法	(15)
一、定点表示法	(15)
二、浮点表示法	(16)
习题	(17)

第二章 逻辑代数的基本理论

§ 2.1 集合代数	(20)
一、集合的概念	(20)
二、集合间的运算	(22)
三、集合的运算规律和集合代数	(23)
习题	(25)

§ 2.2 逻辑代数的定义	(26)
习题	(31)
§ 2.3 命题及其逻辑运算	(31)
一、命题	(32)
习题	(33)
二、逻辑运算	(34)
习题	(37)
§ 2.4 逻辑函数	(38)
一、逻辑式	(38)
二、逻辑函数的概念	(39)
三、逻辑函数的相等	(40)
习题	(43)
§ 2.5 逻辑函数的等值公式及法则	(44)
一、等值公式	(44)
二、三条基本法则	(45)
习题	(52)
§ 2.6 逻辑函数的完备性	(53)
习题	(55)
第三章 逻辑函数的化简	
§ 3.1 逻辑函数的标准式与范式	(56)
一、逻辑函数的标准式	(56)
二、逻辑函数的范式	(58)
三、范式定理	(64)
习题	(68)
§ 3.2 公式化简法	(69)
习题	(71)

* § 3.3 从范式出发化简逻辑函数	(72)
一、蕴涵项和质项	(73)
二、最简式的必要条件	(79)
三、从范式出发化简逻辑函数的一般方法	(81)
习题	(87)
§ 3.4 卡诺图化简法	(88)
一、卡诺图	(88)
二、卡诺圈	(89)
三、卡诺图化简法	(92)
习题	(94)
第四章 逻辑代数应用	
§ 4.1 逻辑推理和证明	(96)
一、几种重要命题及其性质	(96)
二、逻辑推理和证明	(103)
习题	(114)
§ 4.2 逻辑方程	(115)
一、逻辑方程(组)的概念和解法	(115)
二、列逻辑方程(组)解实际问题	(122)
习题	(127)
§ 4.3 简单逻辑线路设计	(129)
一、逻辑元件和逻辑图	(129)
二、简单逻辑线路设计	(141)
三、半加法和全加法器	(146)
四、译码器	(152)
习题	(154)

第五章 电子计算机简介

§ 5.1 电子计算机的发展概况和应用简介	(157)
一、电子计算机的发展概况	(157)
二、电子计算机的应用	(159)
§ 5.2 电子计算机的组成部分及其功能 软件概述	(161)
一、计算机的五个组成部分及其功能	(161)
二、软件概述	(164)
§ 5.3 电子计算机的解题过程	(165)

第六章 基本BASIC算法语言

§ 6.1 BASIC语言的构成和基本符号	(169)
§ 6.2 数 变量 表达式	(171)
一、数	(171)
二、简单变量	(171)
三、数组及下标变量	(172)
四、表达式	(172)
§ 6.3 标准函数 自定义函数	(173)
一、标准函数	(173)
* 二、自定义函数	(174)
习题	(175)
§ 6.4 BASIC语句	(176)
一、LET语句 (赋值语句)	(177)
二、PRINT语句 (输出语句)	(177)
三、INPUT语句 (键盘输入语句)	(180)
四、READ—DATA语句 (读数据语句)	(181)
五、RESTORE语句 (恢复数据语句)	(182)
六、REM语句 (注释语句)	(183)

七、END语句（终止语句）	(184)
八、STOP语句（暂停语句）	(184)
九、GOTO语句（转移语句）	(187)
十、IF—THEN语句（条件转移语句）	(187)
* 十一、FOR—NEXT语词（循环语词）	(192)
* 十二、DIM语词（数组语词）	(197)
* 十三、GOSUB语词（转子语词）和 RETURN语词（返回语词）	(202)
习题	(219)

第一章 二进制

本章首先从十进制记数法的讨论出发，导出一般 p 进制数和其它具体的数制，而重点是讨论计算机中所采用的二进制数。

§ 1.1 进位制记数法

通常我们采用的记数方法，是十进制记数法。使用 0, 1, 2, ..., 9 等十个阿拉伯数码，根据“满十进一”的进位法则记数。一个十进制整数 $N_{(10)}$ 可表为

$$\begin{aligned} N_{(10)} &= a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1 a_0 \quad (\text{其中 } 0 \leq a_i \leq 9) \\ &= a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_2 \times 10^2 \\ &\quad + a_1 \times 10 + a_0 \cdots \cdots \cdots (1) \end{aligned}$$

仿照十进制，我们可以推广到任意 p 进制 (p 为大于 1 的正整数) 的情形。即采用 p 个不同的整码和“满 p 进一”的进位原则来记数。

且有

$$\begin{aligned} 10_{(p)} &= p \text{ 个 } 1 = p_{(10)} \\ 100_{(p)} &= p \text{ 个 } 10_{(p)} = p \times p^2_{(10)} \\ 1000_{(p)} &= p \text{ 个 } 100_{(p)} = p \times p^2 = p^3_{(10)} \\ &\cdots \cdots \\ \underbrace{10 \cdots 0}_{n \text{ 个}}_{(p)} &= p \text{ 个 } \underbrace{10 \cdots 0}_{(n-1) \text{ 个}} = p \times p^{n-1} = p^n_{(10)} \end{aligned}$$

所以，一个 $n+1$ 位 p 进制整数 $N_{(p)}$ 表为：

$$N_{(p)} = a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0_{(p)}$$

$$=(a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0)(p) \cdots (2)$$

$$=(a_n \times p^n + a_{n-1} \times p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0)_{(p)}$$

其中 a_i 是 $0, 1, \cdots, (p-1)$ 中的任一个数码。

当 $p=2$ 时, 即可得到电子计算机中所采用的, 以 $0, 1$ 作数码的二进制。它的进位原则是“逢二进一”。所以, 任一个 $n+1$ 位二进制整数 $N_{(2)}$ 可表为:

$$N_{(2)} = a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0 \quad (a_j = 0 \text{ 或 } 1)$$

$$=(a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots +$$

$$a_1 \times 10 + a_0)_{(2)}$$

$$=(a_n \times 2^n + a_{n-1} \times 2^{n-1} + \cdots + a_1 \times 2 + a_0)_{(10)}$$

当 $p=8$ 时, 可得到八进制。通常用 $0, 1, 2, \cdots, 7$ 等八个数字作数码。

为了熟悉二进制、八进制与十进制之间的关系, 我们列出下表作比较 (表1.1)

表1.1

十进制	二进制	八进制
0	0	0
1	1	1
2	10	2
3	11	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8	1000	10
9	1001	11
10	1010	12
11	1011	13
12	1100	14
13	1101	15
14	1110	16
15	1111	17
16	10000	20

在十进制记数法中，所采用的十个数码的个数，叫十进制的**基数**。所以，十进制的基数是十。一般地， p 进制采用 p 个不同数码，它的基数是 p 。

根据进位原则，在一个数中，同样一个数码，若在不同的数位（位置）上，则它们所代表的数值是不同的。但它们都有固定的值，即各数位上的位置值。这些固定的位置值叫做**权**。例如在十进制中，第二位上的权的值是十，第三位上的权的值是一百，……第 n 位上的权的值是 10^{n-1} 等等。在二进制中，第二位上的权的值是2，第三位上的权的值是 2^2 ，第 n 位上的权的值是 2^{n-1} 。一般 p 进制，第 n 位上的权的值是 p^{n-1} 。故(1)和(2)又叫做**按权展开的数式**。

§ 1.2 常用进位制之间的互相转换

计算机中常要进行数制之间的转换，下面介绍几种常用数制间的转换方法。为了简便，我们有时把十进制转换为 p 进制称为**十化 p** ；把 p 进制转换为十进制称为 **p 化十**。

一、 p 进制转化为二进制

根据进位原则，在十进制中若引进负整指数幂后，则一个具有有限小数位的十进混合小数 $S(10)$ 可以表示为：

$$\begin{aligned} S(10) &= a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-m} \quad (0 \leq a_i \leq 9) \\ &= a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10 + a_0 \times 10^0 \\ &\quad + a_{-1} \times 10^{-1} + \cdots + a_{-m} \times 10^{-m} \end{aligned}$$

同理，引进负整指数幂后，一个具有有限小数位的 p 进制的混合小数 $S(p)$ 可表示为：

$$S(p) = a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \cdots a_{-m(p)}$$

$$= a_n \times p^n + a_{n-1} \times p^{n-1} + \cdots + a_1 \times p + a_0 \times p^0 + a_{-1} \times p^{-1} + \cdots + a_{-m} \times p^{-m} \quad (1 \leq a_i \leq p-1)$$

这样，把一个 p 进制数转换为十进制数，可以用 p 的各次方幂乘以该数位上的数字再求和得到。

例 1 把二进制数 10110.011_2 化为十进制数。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 10110.011_2 &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 16 + 4 + 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \\ &= 22\frac{3}{8}_{(10)} \end{aligned}$$

例 2 把八进制数 7506.304_8 化为十进制数。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 7506.304_8 &= 7 \times 8^3 + 5 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 3 \times 8^{-1} + 0 \times 8^{-2} + 4 \times 8^{-3} \\ &= 3584 + 320 + 6 + \frac{3}{8} + \frac{1}{128} \\ &= 3910\frac{49}{128}_{(10)} \end{aligned}$$

二、十进制数转换为 p 进制数

先考虑十进制数为整数的情形。设给出整数 $N_{(10)}$ 且其化成 p 进制数后有如下等式：

$$N_{(10)} = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0$$

则 $a_n a_{n-1} \cdots a_2 a_1 a_0$ 即为所求的 p 进制数。现在的问题是求出各数位上的 a_i 值来。

根据上式有：

$$N_{(10)} = (a_n \times p^{n-1} + a_{n-1} \times p^{n-2} + \cdots + a_2 \times p + a_1) p + a_0$$

故 $N(10)$ 除以 p 所得商为:

$$a_n \times p^{n-1} + a_{n-1} \times p^{n-2} + \cdots + a_2 \times p + a_1$$

而余数为 a_0 。设商用 q_1 记之, 则

$$q_1 = a_n \times p^{n-1} + a_{n-1} \times p^{n-2} + \cdots + a_2 \times p + a_1$$

$$= (a_n \times p^{n-2} + a_{n-1} \times p^{n-3} + \cdots + a_2) p + a_1$$

故 q_1 除以 p 所得的商为:

$$q_2 = a_n \times p^{n-2} + a_{n-1} \times p^{n-3} + \cdots + a_2$$

而余数为 a_2 。故 a_2 又为 q_1 除以 p 后所得的余数。如此类推。

直到商数等于0为止。便可得到所求的一系列数 $a_0, a_1, \cdots, a_n$ 。

把这列数顺序倒置联写, 即为所求的 p 进制整数。

$$N(10) = a_n a_{n-1} \cdots a_0 (p)$$

这种方法叫做“ p 除取余”法。

例3 把十进制数13化为二进制数。

$$\text{解 } 13 \div 2 = 6 \quad \text{余 } 1 = a_0$$

$$6 \div 2 = 3 \quad \text{余 } 0 = a_1$$

$$3 \div 2 = 1 \quad \text{余 } 1 = a_2$$

$$1 \div 2 = 0 \quad \text{余 } 1 = a_3$$

$$\therefore 13(10) = a_3 a_2 a_1 a_0 (2) = 1101(2)$$

上述解题过程, 可以写成下面较简单的格式:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 13} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \cdots \text{余数 } 1(a_0) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3} \cdots \text{余数 } 0(a_1) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1} \cdots \text{余数 } 1(a_2) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 0} \cdots \text{余数 } 1(a_3) \end{array}$$

$$\therefore 13(10) = a_3 a_2 a_1 a_0 (2) = 1101(2)$$

例4 把十进制数356转化为二进制数。

解

$$2 \overline{) 356}$$

$$2 \overline{) 178} \cdots \text{余数 } 0$$

$$2 \overline{) 89} \cdots \text{余数 } 0$$

$$2 \overline{) 44} \cdots \text{余数 } 1$$

$$2 \overline{) 22} \cdots \text{余数 } 0$$

$$2 \overline{) 11} \cdots \text{余数 } 0$$

$$2 \overline{) 5} \cdots \text{余数 } 1$$

$$2 \overline{) 2} \cdots \text{余数 } 1$$

$$2 \overline{) 1} \cdots \text{余数 } 0$$

$$0 \cdots \text{余数 } 1$$

$$\therefore 356_{(10)} = 101100100_{(2)}$$

例 5 把 $750_{(10)}$ 转换为八进制数。

解 用“八除取余”法：

$$8 \overline{) 750}$$

$$8 \overline{) 93} \cdots \text{余数 } 6$$

$$8 \overline{) 11} \cdots \text{余数 } 5$$

$$8 \overline{) 1} \cdots \text{余数 } 3$$

$$0 \cdots \text{余数 } 1$$

$$\therefore 750_{(10)} = 1356_{(8)}$$

现在进一步考虑把十进制纯小数化成 p 进制数。设给出十进制纯小数 $D_{(10)}$ 。化成 p 进制后的关系式为：

$$\begin{aligned} D_{(10)} &= a_{-1} \times p^{-1} + a_{-2} \times p^{-2} + \cdots + a_{-m} \times p^{-m} \\ &= a_{-1} \times \frac{1}{p} + a_{-2} \times \frac{1}{p^2} + \cdots + a_{-m} \times \frac{1}{p^m} \end{aligned}$$

则 $0.a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m}$ 即为所求的 p 进制数。为了求出 a_i ，可将上

式两端同乘以 p ，得

$$D(10) \times p = a_{-1} + \left(a_{-2} \times \frac{1}{p} + a_{-3} \times \frac{1}{p^2} + \cdots + a_{-m} \times \frac{1}{p^{m-1}} \right)$$

因为括号里面的 $a_{-2}, a_{-3}, \cdots, a_{-m}$ 等是 p 进制中采用的 p 个数码中的一个数码，它们都是小于 p 的。所以，括号里的和式是一个纯小数。对照等式左、右两边，则 $D(10) \times p$ 的积中，整数部分即为 a_{-1} 。令括号里的纯小数为 S_1 ，则

$$S_1 = D(10) \times p - a_{-1} = a_{-2} \times \frac{1}{p} + a_{-3} \times \frac{1}{p^2} + \cdots + a_{-m} \times \frac{1}{p^{m-1}}$$

又将上式两端同时乘以 p ，得

$$S_1 \times p = a_{-2} + \left(a_{-3} \times \frac{1}{p} + \cdots + a_{-m} \times \frac{1}{p^{m-2}} \right)$$

同理，上式括号中是一个纯小数。即 a_{-2} 是 $S_1 \times p$ 的积的整数部分。

如此下去，可以求得一系列数 $a_{-1}, a_{-2}, \cdots, a_{-m}$ 。把它们写成 $0.a_{-1}a_{-2}\cdots a_{-m}$ ，就是所求的 p 进制数。这个方法叫做“ p 乘取整”法。

例 6 将 $0.8125(10)$ 化为二进制数。

解 用“二乘取整”法

整数部分

$$0.8125 \times 2 = 1 + 0.625$$

$$1 = a_{-1}$$

$$0.625 \times 2 = 1 + 0.25$$

$$1 = a_{-2}$$

$$0.25 \times 2 = 0 + 0.5$$

$$0 = a_{-3}$$

$$0.5 \times 2 = 1$$

$$1 = a_{-4}$$

$$\therefore 0.8125(10) = 0.1101(2)$$

上述解题过程可以写成较简单的格式

$$\begin{array}{r}
 0.8125 \\
 \times 2 \\
 \hline
 1.6250 \cdots a_{-1} = 1 \\
 \times 2 \\
 \hline
 1.2500 \cdots a_{-2} = 1 \\
 \times 2 \\
 \hline
 0.5000 \cdots a_{-3} = 0 \\
 \times 2 \\
 \hline
 1.0000 \cdots a_{-4} = 1
 \end{array}$$

$$\therefore 0.8125_{(10)} = 1101_{(2)}$$

例7 将十进制小数0.861328125化为八进制。

解

$$\begin{array}{r}
 0.861328125 \\
 \times 8 \\
 \hline
 6.890625000 \\
 \times 8 \\
 \hline
 7.125000 \\
 \times 8 \\
 \hline
 1.000
 \end{array}$$

$$\therefore 0.861328125_{(10)} = 0.671_{(8)}$$

一般说来，有限位的十进纯小数转化为 p 进制纯小数后，不一定是有限位的。我们可以按需要，用 $\left[\frac{p}{2}\right] - 1$ 舍， $\left[\frac{p}{2}\right]$ 入的方法，（这里 $\left[\frac{p}{2}\right]$ 表示 $\frac{p}{2}$ 的整数部分）将其精确到某位。例如把十进制数化为二进制数可用“0舍1入”法，而十化八时则可用“3舍4入”法。

例8 将0.357₍₁₀₎化为二进制小数，精确到小数点后

四位。

解

$$\begin{array}{r} 0.357 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.714 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.428 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.856 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.712 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.424 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore 0.375(10) = 0.01011\cdots(2) \approx 0.0110(2)$$

把一个十进制混小数化为 p 进制数时，可将其整数部分和分数部分分开转换。

例 9 将 $41.75(10)$ 化成二进制数

解

$$2 \overline{) 41}$$

$$2 \overline{) 20} \cdots \text{余数 } 1$$

$$2 \overline{) 10} \cdots \text{余数 } 0$$

$$2 \overline{) 5} \cdots \text{余数 } 0$$

$$2 \overline{) 2} \cdots \text{余数 } 1$$

$$2 \overline{) 1} \cdots \text{余数 } 0$$

$$0 \cdots \text{余数 } 1$$

$$\therefore 41(10) = 101001(2)$$

$$\begin{array}{r} 0.75 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.50 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.00 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$