放射性核素强度的绝对测量

（1979年讨论会资料选编）

原子能出版社

放射性核素强度的

绝 对 测 量

（1979年讨论会资料选编）

原 子 能 出 版 社

1 9 8 1

内 容 简 介

本选编选自1979年6月召开的放射性核素强度绝对测量讨论会的资料，共有19篇文章。其中主要介绍$4\pi\beta-\gamma$符合技术对几种类型核素的放射性强度进行绝对测量的原理和方法，薄膜源制备技术，测量结果的误差分析以及标准溶液的制备等。书后附录中列出了国际单位制的基本单位、导出单位、并用单位和辐射量及其单位。

本选编可供从事放射性强度测量工作的人员以及大专院校有关专业师生参考。

放射性核素强度的绝对测量

（1979年讨论会资料选编）

原子能出版社出版

（北京2108信箱）

原子能出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本$787\times1092^{1}/_{16}$·印张$11^{5}/_{8}$·字数273千字

1981年11月第一版·1981年11月第一次印刷

印数001—1300·统一书号：15175·309

定价：1.45元

目　录

$4\pi\beta-\gamma$ 符合测量基本原理

高 福 中

本文叙述了 $4\pi\beta-\gamma$ 符合测量的一般原理、符合吸收技术和效率示踪技术的基本概念，并详细地导出了各个修正因子和统计误差的公式，结果与 P.J.Campion [1] 和 Y.Kawada [2] 给出的相一致。

一、引　言

绝对测量放射性核素衰变率的方法有许多种，如小立体角法、2π 立体角法、4π 立体角法等。这些方法虽然相对来说比较简便，但是都具有某些难于准确确定的修正因子（如自吸收），从而使得测量结果难以达到较高的准确度。1955 年，P.J.Campion [1] 把 4π 计数和符合技术结合起来提出了 $4\pi\beta-\gamma$ 符合测量方法。这种方法，由于采用了符合技术，使得确定的衰变率在表面上与探测效率无关；由于采用 4π 计数，可以获得接近于 1 的 β 效率，因而大多数修正因子变得极小。因此，应用此方法可期望对 $\beta-\gamma$ 核素作较高准确度的测量。目前，对简单的 $\beta-\gamma$ 核素衰变率测量的准确度可达 0.1% 以上，并且在稍稍损失准确度的情况下，还可以对电子俘获核素作 $X-\gamma$ 符合测量 [3,4]。后来，效率外推法的符合吸收技术和效率示踪技术的提出 [5-7]，使得 $4\pi\beta-\gamma$ 符合测量方法又扩展到 $\beta-\gamma$ 复杂衰变核素衰变率的测定中。因此，近十多年来，$4\pi\beta-\gamma$ 符合测量方法逐渐发展成为放射性核素标准化的主要手段，在各个国家的标准化实验室中得到了广泛的应用。

虽然 $4\pi\beta-\gamma$ 符合测量原理在一些论文 [1,2,8] 中都已阐述过，但是这些文章都没有系统地给出各个修正因子的详细推导，从而对方法的某些概念和适用性的叙述不够明确。这种情况，无论对于继续扩大此方法的应用范围，还是对于不断提高测量准确度的研究，都是令人不满意的。尤其是对于刚刚从事放射性核素计量工作的人员来说，更是如此。本文系统地叙述了 $4\pi\beta-\gamma$ 符合测量的一般原理、符合吸收技术和效率示踪技术的基本概念，并详细地导出了各项修正因子和统计误差公式，以便共同探讨。

二、$4\pi\beta-\gamma$ 符合测量的原理

1. 符合测量的基本方程

我们知道，许多放射性核素的衰变具有 α，β，$X-\gamma$，$\gamma-\gamma$ 等级联辐射。符合方法就是根据射线之间的这种瞬时级联关系，用两个计数器进行符合测量，从而确定放射性核素的平均衰变率。

两个计数器中，一个测 α，β 或 X，叫 β 计数器；另一个测 γ，叫 γ 计数器。假设：

β 道的探测效率为 $\overline{\varepsilon}_{\beta}$；

γ 道的探测效率为$\overline{\varepsilon}_\gamma$；

符合道的符合几率为$\overline{\varepsilon}_c$；

N_β为β道在测量时间内的总计数；

N_γ为γ道在测量时间内的总计数；

N_c为符合道在测量时间内的总计数；

N_0为源在测量时间内的总的衰变数。当忽略本底、死时间、分辨时间等的影响时，对简单的β-γ辐射核素，

$N_\beta = N_0\overline{\varepsilon}_\beta$；

$N_\gamma = N_0\overline{\varepsilon}_\gamma$；

$N_c = N_0\overline{\varepsilon}_c$。

对β粒子来讲，一组β粒子的能量是连续分布的，非单一的。同时，实际的源为非理想点源，它有一定的面积分布。因此，$\overline{\varepsilon}_\beta$既是对各种能量的$\beta$粒子的探测效率的平均，也是对源活性体积各处发出的$\beta$粒子探测效率的平均。而对$\overline{\varepsilon}_\gamma$来讲，由于$\gamma$光子是单能的，所以$\overline{\varepsilon}_\gamma$仅是对源活性体积各处所发出的$\gamma$光子的探测效率的平均。根据组合几率原理，$N_c$显然应依赖于$\beta$道和$\gamma$道效率乘积的平均。或者说，符合几率$\varepsilon_c$应是源活性体积各处的$\beta$和$\gamma$探测效率的乘积，即$\varepsilon_c = \varepsilon_\beta \cdot \varepsilon_\gamma$。从而有$\overline{\varepsilon}_c = \overline{\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma}$。所以，我们就得到

$N_\beta = N_0 \cdot \overline{\varepsilon}_\beta$

$N_\gamma = N_0 \cdot \overline{\varepsilon}_\gamma$

$N_c = N_0 \cdot \overline{\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma}$

由此解出，

$$N_0 = \frac{N_\beta \cdot N_\gamma}{N_c} \quad \frac{\overline{\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma}}{\overline{\varepsilon}_\beta \cdot \overline{\varepsilon}_\gamma}$$

由上式可知，如果要使N_0与探测效率无关，则需要求$\overline{\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma} = \overline{\varepsilon}_\beta \cdot \overline{\varepsilon}_\gamma$。那么，在什么样的条件下这种关系才能成立呢?现在让我们分别分析一下$\overline{\varepsilon}_\beta$和$\overline{\varepsilon}_\gamma$，以寻找出满足此种关系的特殊条件。

由于β粒子的自吸收是显著的，所以如果在4π计数范围内，β粒子的探测效率仅仅依赖于其发射点在源物质中的深度[即$\varepsilon_\beta = \varepsilon_\beta(E_\beta, Z)$]，而与$x$、$y$坐标无关。对$\gamma$射线而言，自吸收可以忽略，而且NaI晶体又设置在源平面的垂直方向上，所以γ的探测效率ε_γ与纵座标z无关，仅与x、y坐标有关，即$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\gamma(E_\gamma, x, y)$。因此，显而易见，如果忽略$\beta$-$\gamma$角关联效应的话，$\varepsilon_\beta$和$\varepsilon_\gamma$是各自独立的，互不相关的两个函数。这样，关系式$\overline{\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma} = \overline{\varepsilon}_\beta \cdot \overline{\varepsilon}_\gamma$就成立。

由上面的分析可见，要满足这个条件，则要求：①源的活性面积不能过大，使得可以放进4π计数的有效范围内；②源在计数管内的位置要有足够的活动余地，以便容易满足4π计数的几何条件；NaI(Tl)晶体一定要在源平面的垂直方向上。因此，只有在满足这些条件，而且当忽略本底、死时间、β计数管对γ射线的灵敏度、γ的内转换等因素的影响的情况下作符合测量，才可以应用如下关系式：

$$N_\beta = N_0\varepsilon_\beta \qquad N_0 = \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}$$

$$N_\gamma = N_0\varepsilon_\gamma \qquad \varepsilon_\beta = \frac{N_c}{N_\gamma}$$

$$N_c = N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma \qquad \varepsilon_\gamma = \frac{N_c}{N_\beta}$$

由此可见，N_0的确定表面上与ε_β（或ε_γ）无关，或者较容易地直接由观测值N_β、N_γ、N_c确定出效率$\varepsilon_\beta(\varepsilon_\gamma)$，从而避开了总效率$\varepsilon_\beta$（或$\varepsilon_\gamma$）中的各个因子的确定和计算。因此，符合测量能够达到较高的准确度。

然而，在实际的计数装置和测量中，这种理想的测量条件是难以获得的。为了提高测量的准确度，就必须针对上述各因素对简单的符合方程进行修正。除此之外，还必须对具有复杂衰变图的核素作进一步的具体考虑。

2. 对β计数器的γ灵敏度（$\varepsilon_{\beta\gamma}$）的修正

从理论上讲，γ射线总是会与不同的物质以不同的截面发生作用的，所以β计数器对γ射线也总是会有一个或大或小的灵敏度——$\varepsilon_{\beta\gamma}$。尽管它可能很小，但是由于它的作用总会使β道计数增加一个小量——$N_0(1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_{\beta\gamma}$。该量是当β计数器不记录β的时候记录的γ光子数。从

$$N_0(1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_{\beta\gamma} \simeq (N_0 - N_\beta)\varepsilon_{\beta\gamma}$$

来看，其物理意义就更加清楚。即β道的这部分计数，正是由于$\varepsilon_{\beta\gamma}$的作用而记录到（$N_0 - N_\beta$）中的一小部分衰变。

另外，还要注意到，在$N_0(1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_{\beta\gamma}$计数中，还包括下述可能使与γ道计数发生γ-γ符合的两种情况的计数：第一，如果某个γ光子在β计数器内发生康普顿散射，康普顿电子被β计数器所探测，而散射的γ光子又被γ计数器所探测，从而使符合道计数增加。第二，如果测量的核素是一个β衰变后又瞬时发生二个或二个以上的γ级联辐射时，这种级联的γ射线可能会分别为两个探测器所探测，这样就发生γ-γ符合，也同样地会使符合道计数增加。综合上述两种情况，并假设这种γ-γ符合的几率为ε_c，则由上述两种现象使符合道计数的增量为：

$$N_0(1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_c$$

所以，当考虑到$\varepsilon_{\beta\gamma}$和$\varepsilon_c$时，符合方程变为：

$$N_\beta = N_0\varepsilon_\beta + N_0(1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_{\beta\gamma}$$
$$N_\gamma = N_0\varepsilon_\gamma$$
$$N_c = N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma + N_0(1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_c$$

由此，

$$\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} = \frac{N_0[\varepsilon_\beta + (1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_{\beta\gamma}]N_0\varepsilon_\gamma}{N_0[\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma + (1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_c]}$$

$$= N_0 \frac{1 + \dfrac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\varepsilon_{\beta\gamma}}{1 + \dfrac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\,\dfrac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}}$$

由于ε_c是远小于ε_γ的一个小量，加之，当$\varepsilon_\beta\approx1$时，$1-\varepsilon_\beta/\varepsilon_\beta\approx0$，所以一般来讲，

$$\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\cdot\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\ll1,$$

因此，

$$\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}\simeq N_0\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\varepsilon_{\beta\gamma}\right]\left[1-\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\ \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}+\left(\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\ \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\right)^2-\left(\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\ \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\right)^3+\cdots\right]$$

$$\simeq N_0\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\varepsilon_{\beta\gamma}\right]\left[1-\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\ \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\right]$$

$$=N_0\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\varepsilon_{\beta\gamma}-\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\ \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}-\left(\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\right)^2\frac{\varepsilon_{\beta\gamma}\varepsilon_c}{\varepsilon_\beta}\right]$$

$$\simeq N_0\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\varepsilon_{\beta\gamma}-\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\ \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\right]$$

$$=N_0\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\left(\varepsilon_{\beta\gamma}-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\right)\right]$$

$$N_0=\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}\Big/\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\left(\varepsilon_{\beta\gamma}-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\right)\right]$$

如果在实际测量中，调整γ道的“窗”，使其只接收某能量γ射线的光电峰的话，那么，$\varepsilon_c/\varepsilon_\gamma$就变得更小，甚至趋于零，则

$$N_0=\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}\Big/\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\varepsilon_{\beta\gamma}\right]$$

3. 对内转换电子的修正

当测量的核素具有总的内转换系数为α的内转换过程时，β计数器将会探测到这种内转换电子，从而使β道的计数增加。

假设，γ射线发生内转换的几率为P_{ce}；不发生内转换的几率为$1-P_{ce}$。根据内转换系数的定义，α为

$$\alpha=\frac{N_0P_{ce}}{N_0(1-P_{ce})}=\frac{P_{ce}}{1-P_{ce}}$$

由此得到，$P_{ce}=\alpha/1+\alpha$，$1-P_{ce}=1/1+\alpha$。

这样，由于内转换电子的作用，使β道的计数增加为：

$$N_0(1-\varepsilon_\beta)\frac{\alpha}{1+\alpha}\varepsilon_{ce}$$

其中，ε_{ce}为β计数器对内转换电子的探测效率。在这种情况下，符合方程变为：

$$N_\beta = N_0\varepsilon_\beta + N_0(1-\varepsilon_\beta)\frac{\alpha}{1+\alpha}\varepsilon_{ce}$$

$$N_\gamma = N_0\frac{1}{1+\alpha}\varepsilon_\gamma$$

$$N_c = N_0\frac{1}{1+\alpha}\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma$$

$$\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} = \frac{N_0\varepsilon_\beta\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\,\frac{\alpha}{1+\alpha}\varepsilon_{ce}\right]N_0\frac{1}{1+\alpha}\varepsilon_\gamma}{N_0\frac{1}{1+\alpha}\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma}$$

$$= N_0\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\cdot\frac{\alpha}{1+\alpha}\varepsilon_{ce}\right]$$

所以，

$$N_0 = \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}\Big/\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\cdot\frac{\alpha}{1+\alpha}\varepsilon_{ce}\right]$$

4. 对β计数器的γ灵敏度和内转换电子的综合修正

由上面的讨论可知，β计数器对γ射线的灵敏度和内转换电子的影响是相互独立的。这里，当考虑β计数器对γ射线的灵敏度时，要注意只是针对未发生内转换的那部分γ射线，即γ的 $1/1+\alpha$ 部分。从而，在含有$\left(\varepsilon_{\beta\gamma}-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}\right)$的修正项中，加入比值 $1/1+\alpha$ 就可以了。最后再合并β计数器对γ射线的灵敏度和内转换电子的修正项，就有

$$N_\beta = N_0\varepsilon_\beta + N_0(1-\varepsilon_\beta)\frac{1}{1+\alpha}(\varepsilon_{\beta\gamma}+\alpha\varepsilon_{ce})$$

$$N_\gamma = N_0\frac{1}{1+\alpha}\varepsilon_\gamma$$

$$N_c = N_0\frac{1}{1+\alpha}\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma + N_0\frac{1}{1+\alpha}(1-\varepsilon_\beta)\varepsilon_c$$

$$N_0 = \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}\Big/\left[1+\frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta}\,\frac{1}{1+\alpha}\left(\varepsilon_{\beta\gamma}-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma}+\alpha\varepsilon_{ce}\right)\right]$$

由此可见，当β道的探测效率 ε_β 很高时，即 $\varepsilon_\beta\approx1$，将使上面的符合方程式中的各修正项的作用趋向于零。所以，β道的效率愈高，测量结果的准确度就愈高。这是实验工作者所期望的。尽可能地提高β道的效率，是提高测量结果的准确度的努力方向。

5. 对分辨时间的修正

由于β道和γ道的脉冲总是有一定的宽度，这样就使得任何符合线路都有一定的分辨时间。分辨时间的存在总是不可避免地要引起偶然符合的发生，从而使符合道计数增加。所以，对分辨时间的修正，也就是设法由实验观测值 N'_β、N'_γ、N'_c 和分辨时间 τ_R 计算出偶然符合

数。从符合道的观测计数中扣除偶然符合数，就可以得到符合测量中所希望的真正符合数。

在一般情况下，符合道的计数是真符合、偶然符合和符合道本底计数的总和，即

$$N'_c = N_c + N_{acc} + N_{cb}$$

其中，N'_c 为在测量时间内符合道的观测计数；

N_c 为真符合计数；

N_{acc} 为偶然符合计数；

N_{cb} 为符合道本底计数。

或者，

$$N_{acc} = (N'_c - N_{cb}) - N_c$$
$$= N^*_c - N_c \qquad (N^*_c = N'_c - N_{cb})$$

而β道和γ道的观测计数为：

$$N'_\beta = N_\beta + N_{\beta b}$$
$$N'_\gamma = N_\gamma + N_{\gamma b}$$

其中 $N_{\beta b}$ 和 $N_{\gamma b}$ 分别为β道和γ道的本底计数。

为了得到 N_{acc}，现在假定对于一次衰变，β道的脉冲宽度为 $\tau_{R\beta}$，γ道的脉冲宽度为 $\tau_{R\gamma}$，并且γ脉冲滞后于β脉冲 τ_d 时间间隔。所以，只要γ脉冲在时间间隔 $-\tau_{R\gamma}<T<\tau_d$ 和 $\tau_d<T<\tau_{R\beta}$ 内出现，就会与β脉冲发生符合。当γ脉冲在时间间隔 $-\tau_{R\gamma}<T<\tau_d$ 内出现时，由于γ脉冲的 $N_\gamma(\tau_{R\gamma}+\tau_d)\varepsilon_\beta$ 部分是与β脉冲发生真符合的，所以γ脉冲的 $N_\gamma(\tau_{R\gamma}+\tau_d)(1-\varepsilon_\beta)$ 部分才是与β脉冲发生偶然符合的。另外，由于本底 $N_{\gamma b}$ 不产生真符合，所以只要在这个时间间隔内出现的本底，就必然发生偶然符合，即 $N_{\gamma b}$ 参与偶然符合的几率为 $N_{\gamma b}(\tau_{R\gamma}+\tau_d)$。在时间间隔 $-\tau_{R\gamma}<T<\tau_d$ 内产生偶然符合的几率为：

$$N_\gamma(\tau_{R\gamma}+\tau_d)(1-\varepsilon_\beta)+N_{\gamma b}(\tau_{R\gamma}+\tau_d)$$

由此几率与β道脉冲发生的那部分偶然符合数为：

$$N^{(1)}_{acc} = N'_\beta[N_\gamma(\tau_{R\gamma}+\tau_d)(1-\varepsilon_\beta)+N_{\gamma b}(\tau_{R\gamma}+\tau_d)]$$
$$= N'_\beta[(N_\gamma+N_{\gamma b})(\tau_{R\gamma}+\tau_d)-N_\gamma\varepsilon_\beta(\tau_{R\gamma}+\tau_d)]$$
$$= N'_\beta[N'_\gamma(\tau_{R\gamma}+\tau_d)-N_c(\tau_{R\gamma}+\tau_d)]$$
$$= N'_\beta(N'_\gamma-N_c)(\tau_{R\gamma}+\tau_d)$$

同理，在时间间隔 $\tau_d<T<\tau_{R\beta}$ 中，γ脉冲的 $N'_\gamma(\tau_{R\beta}-\tau_d)$ 部分与 N'_β 的 $N_\beta(1-\varepsilon_\gamma)+N_{b\beta}$ 部分发生偶然符合。因此，在这个时间间隔内发生的偶然符合数为：

$$N^{(2)}_{acc} = N'_\gamma(\tau_{R\beta}-\tau_d)[N_\beta(1-\varepsilon_\gamma)+N_{\beta b}]$$
$$= N'_\gamma(N'_\beta-N_c)(\tau_{R\beta}-\tau_d)$$

所以，总的偶然符合数为：

$$N_{acc} = N^{(1)}_{acc}+N^{(2)}_{acc}$$
$$= N'_\beta(N'_\gamma-N_c)(\tau_{R\gamma}+\tau_d)+N'_\gamma(N'_\beta-N_c)(\tau_{R\beta}-\tau_d)$$
$$= N'_\beta N'_\gamma(\tau_{R\beta}+\tau_{R\gamma})-N_c[N'_\beta\tau_{R\gamma}+N'_\gamma\tau_{R\beta}+(N'_\beta-N'_\gamma)\tau_d]$$
$$= N^*_c - N_c$$

真符合数为：

$$N_c = \frac{N^*_c - N'_\beta N'_\gamma(\tau_{R\beta}+\tau_{R\gamma})}{1-(N'_\beta\tau_{R\gamma}+N'_\gamma\tau_{R\beta})-(N'_\beta-N'_\gamma)\tau_d}$$

如果，当 $\tau_{R\beta}=\tau_{R\gamma}=\tau_R$，$\tau_d=0$ 时，则

$$N_c=\frac{N_c^*-2\tau_R N'_\beta N'_\gamma}{1-\tau_R(N'_c+N'_\gamma)}$$

即为经本底和分辨时间修正后的真符合数。

6. 对死时间的修正

任何探测器及其电子学线路都有一个使得两个相邻事件能够分开，而且分别独立地被记录下来的两个相邻事件之间的最小时间间隔。这个最小时间间隔就叫做该探测器(及其线路)的死时间或分辨时间（τ）。如果探测器首先记录了一个事件，则此探测器在紧接着的一个 τ 时间内是“死”的。也就是说，当第二个事件紧接着第一个事件在 τ 时间内发生时，则探测器将不会记录第二个事件。这就造成了第二个事件漏记的现象，或叫做记数损失。对放射性核素绝对测量来讲，必须补偿这种计数损失，而进行所谓的死时间修正。

令各道的死时间分别为 τ_β 和 τ_γ，并忽略符合单元本身的死时间。我们知道，$N_0\varepsilon_\beta$ 为忽略死时间的影响时，β 道应有的计数。而 β 道的观测计数 N_β 为受死时间影响了的实际计数，因此，$N_\beta<N_0\varepsilon_\beta$。在前面的论述中，使用的关系式 $N_\beta=N_0\varepsilon_\beta$，只不过是忽略死时间的近似罢了。那么，$N_0\varepsilon_\beta-N_\beta$ 就应当等于由于死时间而造成的计数损失。由于计数管记录了一个 β，就有一个 τ_β 的“死”时间。实际上，在测量时间内，计数管记录了 N_β 个 β 粒子。这样也就有 $N_\beta\tau_\beta$ 的“死”的时间。在这个“死”的时间内，发生的衰变数为 $N_0N_\beta\tau_\beta$。照理讲，在这部分衰变数中，本来应当有 $\varepsilon_\beta N_0N_\beta\tau_\beta$ 个被记录，但是由于计数系统在此时间内是“死”的，所以 $\varepsilon_\beta N_0N_\beta\tau_\beta$ 这部分计数就完全被漏记了。因此，

$$N_0\varepsilon_\beta-N_\beta=\varepsilon_\beta N_0N_\beta\tau_\beta$$

从而

$$N_\beta=\frac{N_0\varepsilon_\beta}{1+N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta}$$

由于在一般的情况下，$N_0\tau_\beta\varepsilon_\beta\ll1$。所以

$$\begin{aligned}N_\beta&\simeq N_0\varepsilon_\beta[1-N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta+(N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta)^2-(N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta)^3+\cdots]\\&\simeq N_0\varepsilon_\beta[1-N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta]\end{aligned}$$

与此同理，对于 γ 道，

$$N_\gamma=N_0\varepsilon_\gamma[1-N_0\varepsilon_\gamma\tau_\gamma]$$

让我们再来分析一下符合道的情况。一般来讲，符合道的死时间是较小的，与 τ_β、τ_γ 相比可以忽略不计。所以，可以假定符合道的计数损失完全是由 τ_β、τ_γ 引起的，即($N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma-N_c$）等于由 τ_β 和 τ_γ 引起的符合道计数的损失。下面分三种情况来讨论一下符合道计数的损失。

首先从 β 道角度来看，当 β 道是“死”的，而 γ 道是“活”的时，由 τ_β 造成的 β 道计数损失的几率为 $\varepsilon_\beta N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta$。如果不损失的话，这个几率同 γ 道的探测几率 ε_γ 的乘积 $\varepsilon_\beta N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta\varepsilon_\gamma$ 应为两道符合的几率。由此几率而产生的符合数应为：$N_0\varepsilon_\beta N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta\varepsilon_\gamma=N_0^2\varepsilon_\beta^2\varepsilon_\gamma\tau_\beta$。但是，实际上由于 β 道是“死”的，这部分符合数就被漏记了。

同理，从 γ 道角度来看，当 γ 道是“死”的，而 β 道是“活”的时，也有 $N_0\varepsilon_\gamma N_0\varepsilon_\gamma\tau_\gamma\varepsilon_\beta=N_0^2\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_\gamma$ 的符合数被漏记了。

第三种情况是，当 β 道和 γ 道“同时”都是“死”的时，使得符合道是“死”的时间取

决于 τ_β 和 τ_γ 中的小者。如果 $\tau_\gamma \leqslant \tau_\beta$，则决定于 τ_γ。此情况下的符合计数损失为 $N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma N_c\tau_\gamma$。

综合上述，我们就得到

$$N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma - N_c = N_0^2\varepsilon_\beta^2\varepsilon_\gamma\tau_\beta + N_0^2\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma^2\tau_\gamma - N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma N_c\tau_\gamma$$

上式右边第三项之所以是负的，是因为β和γ道同时是“死”的而造成的符合计数损失都已分别包含在前项中去了。如果只有前两项时，则就多了一倍的β和γ道“同时”是“死”的计数损失，所以就要把它从中扣除，从而也就出现了上式第三项。

由上式，

$$\begin{aligned} N_c &= \frac{N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma[1 - N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta - N_0\varepsilon_\gamma\tau_\gamma]}{1 - N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_\gamma} \\ &\simeq N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma[1 - N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta - N_0\varepsilon_\gamma\tau_\gamma][1 + N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_\gamma] \\ &\simeq N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma[1 - N_0\varepsilon_\beta\tau_\beta - N_0\varepsilon_\gamma\tau_\gamma + N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_\gamma] \\ &= N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma[1 - N_0(\varepsilon_\beta\tau_\beta + \varepsilon_\gamma\tau_\gamma - \varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_\gamma)] \end{aligned}$$

因而有，

$$\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} = \frac{N_0\varepsilon_\beta(1 - N_0\varepsilon_\beta)N_0\varepsilon_\gamma(1 - N_0\varepsilon_\gamma\tau_\gamma)}{N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma[1 - N_0(\varepsilon_\beta\tau_\beta + \varepsilon_\gamma\tau_\gamma - \varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_\gamma)]}$$

$$= N_0\left[1 - \frac{N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_\gamma(1 - N_0\tau_\beta)}{1 - N_0(\varepsilon_\beta\tau_\beta + \varepsilon_\gamma\tau_\gamma - \varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_\gamma)}\right]$$

通常情况下，$N_0\tau_\beta \ll 1$，并取近似值 $N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma \simeq N_c$，则

$$\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} = N_0(1 - N_c\tau_\gamma)$$

或者

$$N_0 = \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} \cdot \frac{1}{1 - N_c\tau_\gamma}$$

$$\simeq \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}(1 + N_c\tau_\gamma)$$

同理，当 $\tau_\beta \leqslant \tau_\gamma$ 时，又有

$$N_c = N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma[1 - N_0(\varepsilon_\beta\tau_\beta + \varepsilon_\gamma\tau_\gamma - \varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma\tau_3)]$$

$$\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} = N_0(1 - N_c\tau_\beta)$$

$$N_0 = \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}(1 + N_c\tau_\beta)$$

如果当 $\tau_\beta = \tau_\gamma = \tau_d$ 时，则

$$\begin{aligned} N_\beta &= N_0\varepsilon_\beta(1 - N_0\varepsilon_\beta\tau_d) \\ N_\gamma &= N_0\varepsilon_\gamma(1 - N_0\varepsilon_\gamma\tau_d) \\ N_c &= N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma[1 - N_0\tau_d(\varepsilon_\beta + \varepsilon_\gamma - \varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma)] \end{aligned}$$

$$\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} \simeq N_0(1-N_c\tau_d)$$

$$N_0 = \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} \frac{1}{1-N_c\tau_d}$$

$$= \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}(1+N_c\tau_d)$$

7. 综合各项修正因子

（1）本底修正

$$N_\beta = N'_\beta - N_{\beta b}$$
$$N_\gamma = N'_\gamma - N_{\gamma b}$$
$$N_c^* = N'_c - N_{cb}$$

（2）分辨时间修正

$$N_c = \frac{N_c^* - 2\tau_R N'_\beta N'_\gamma}{1-\tau_R(N'_\beta + N'_\gamma)}$$

（3）β 计数器对 γ 射线的灵敏度和对内转换电子的修正

$$N_0 = \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} \Big/ \left[1 + \frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta} \frac{1}{1+\alpha}\left(\varepsilon_{\beta\gamma} - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma} + \alpha\varepsilon_{ce}\right)\right]$$

（4）死时间的修正

$$N_0 = \frac{N_\beta N_\gamma}{N_c} \frac{1}{1-N_c\tau_d}$$

综合上述各项，

$$N_0 = \frac{(N'_\beta - N_{\beta b})(N'_\gamma - N_{\gamma b})[1-\tau_R(N'_\beta + N'_\gamma)]}{(N_c^* - 2\tau_R N'_\beta N'_\gamma)(1-N_c\tau_d)}$$

$$\div \left[1 + \frac{1-\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\beta} \frac{1}{1+\alpha}\left(\varepsilon_{\beta\gamma} - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_\gamma} + \alpha\varepsilon_{ce}\right)\right]$$

注意，由于 N'_β、N'_γ、N'_c 是在测量时间 $T = t_2 - t_1$（t_1 为测量开始时刻，t_2 为 测量结束时刻）内各道的观测计数，所以 N_0 实质上为测量时间 T 内放射性核素的绝对衰变数。

设 t_1 时刻的核素原子数为 $n_0 e^{-\lambda t_1}$，

t_2 时刻的核素原子数为 $n_0 e^{-\lambda t_2}$，

其中，n_0 为参考时刻的核素原子数。则

$$N_0 = n_0 e^{-\lambda t_1} - n_0 e^{-\lambda t_2} = n_0 e^{-\lambda t_1}[1 - e^{-\lambda(t_2 - t_1)}]$$
$$= n_0 e^{-\lambda t_1}(1 - e^{-\lambda T})$$

$n_0 = N_0 \dfrac{e^{\lambda t_1}}{1-e^{-\lambda T}}$ 为参考时刻的核素原子数。

$\lambda n_0 = \lambda N_0 \dfrac{e^{\lambda t_1}}{1-e^{-\lambda T}}$ 为参考时刻的核素的放射性强度。

因为对长寿命的核素，$\lambda T \ll 1$，所以，$e^{-\lambda T}=1-\frac{\lambda T}{1!}+\frac{(\lambda T)^2}{2!}-\cdots\cdots$，舍其高次项，$e^{-\lambda T}=1-\lambda T$。因此，

$$N_0=n_0e^{-\lambda t_1}(1-e^{-\lambda T})\simeq \lambda T n_0 e^{-\lambda t_1}=T\lambda N_1$$

或者，$N_0/T=\lambda N_1$。也就是说对于长寿命核素，测量时间T内单位时间的平均衰变数近似等于测量开始时刻（t_1）的放射性强度。

8. 测量结果的统计误差

由前面的讨论可以知道，当本底、死时间和分辨时间等项修正可以忽略时，$N_0=N_\beta N_\gamma/N_c$。现在假设 $\lambda=\left[\frac{(\Delta N_0)^2}{N_0{}^2}\right]^{1/2}$ 为N_0的相对统计误差。由于N_c与N_β、N_γ都是相关的，所以N_β、N_γ和N_c不是相互独立的变量。因此，下式不能成立：

$$(\Delta N_0)^2=\left(\frac{\partial N_0}{\partial N_c}\right)^2(\Delta N_c)^2+\left(\frac{\partial N_0}{\partial N_\beta}\right)^2(\Delta N_\beta)^2+\left(\frac{\partial N_0}{\partial N_\gamma}\right)^2(\Delta N_\gamma)^2$$

但是，我们知道，（$N_\beta-N_c$）等于β道记录的，但没有参与符合的计数，因而与N_c无关。（$N_\gamma-N_c$）等于γ道记录的，但没有参与符合的计数，因而也与N_c无关。令

$$(N_\beta-N_c)=[N_\beta(1-\varepsilon_\gamma)]\equiv x$$

$$N_\beta=x+N_c$$

$$(N_\gamma-N_c)=[N_\gamma(1-\varepsilon_\beta)]\equiv y$$

$$N_\gamma=y+N_c$$

则

$$N_0=\frac{N_\beta N_\gamma}{N_c}=\frac{(N_c+x)(N_c+y)}{N_c}$$

其中三个变量N_c、x和y是相互无关的，各自独立的变量。这样，下面的关系式成立：

$$(\Delta N_0)^2=\left(\frac{\partial N_0}{\partial N_c}\right)^2(\Delta N_c)^2+\left(\frac{\partial N_0}{\partial x}\right)^2(\Delta x)^2+\left(\frac{\partial N_0}{\partial y}\right)^2(\Delta y)^2$$

因为

$$\left(\frac{\partial N_0}{\partial N_c}\right)^2=\left(1-\frac{xy}{N_c{}^2}\right)^2=\left[1-\frac{N_\beta(1-\varepsilon_\gamma)N_\gamma(1-\varepsilon_\beta)}{N_c{}^2}\right]^2=\left[\frac{\varepsilon_\beta+\varepsilon_\gamma-1}{\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma}\right]^2$$

$$\left(\frac{\partial N_0}{\partial x}\right)^2=\left[1+\frac{y}{N_c}\right]^2=\left[1+\frac{N_\gamma(1-\varepsilon_\beta)}{N_c}\right]^2=\frac{1}{\varepsilon_\beta^2}$$

$$\left(\frac{\partial N_0}{\partial y}\right)^2=\left[1+\frac{x}{N_c}\right]^2=\left[1+\frac{N_\beta(1-\varepsilon_\gamma)}{N_c}\right]^2=\frac{1}{\varepsilon_\gamma^2}$$

$$(\Delta N_c)^2=(\sqrt{N_c})^2=N_c=N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma$$

$$(\Delta x)^2=(\sqrt{x})^2=x=N_0\varepsilon_\beta(1-\varepsilon_\gamma)$$

$$(\Delta y)^2=(\sqrt{y})^2=y=N_0\varepsilon_\gamma(1-\varepsilon_\beta)$$

因此

$$(\Delta N_0)^2=\left[\frac{\varepsilon_\beta+\varepsilon_\gamma-1}{\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma}\right]^2N_0\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma+\frac{1}{\varepsilon_\beta^2}N_0\varepsilon_\beta(1-\varepsilon_\gamma)+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon_\gamma^2}N_0\varepsilon_\gamma(1-\varepsilon_\beta)=\frac{N_0}{\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma}[2\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma-\varepsilon_\beta-\varepsilon_\gamma+1]$$

$$\sigma=\left[\frac{(\Delta N_0)^2}{N_0{}^2}\right]^{1/2}=\left[\frac{1}{N_c}(2\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma-\varepsilon_\beta-\varepsilon_\gamma+1)\right]^{1/2}$$

即为在测量时间内衰变数的相对统计误差。

对长寿命核素来说，$N_0=\lambda N_1T$，或者$\lambda N_1=N_0/T$ 即为测量时刻的放射 性 强度。所以

$$\left[\frac{\Delta(\lambda N_1)}{\lambda N_1}\right]=\left(\frac{\Delta N_0}{N_0}\right)^2+\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2$$

$$=\sigma^2+\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2\equiv\sigma_{t_1}^2$$

即 $\sigma_{t_1}=[\sigma^2+(\Delta T/T)^2]^{1/2}$ 为测量时刻的放射性强度的相对统计 误 差。如 果 $\Delta T=0$，则 $\sigma_{t_1}=\sigma$，即当测量时间没有误差时，测量时刻的放射性强度的相对统计误差等于测量 时 间内衰变数的相对统计误差。

另外，由于参考时刻（$t=0$）时的放射性强度为

$$\lambda n_0=\frac{N_0}{T}e^{\lambda t_1}$$

因此

$$[\Delta(\lambda n_0)]^2=\left(\frac{e^{\lambda t_1}}{T}\right)^2(\Delta N_0)^2+\left(\frac{N_0e^{\lambda t_1}}{T^2}\right)^2(\Delta T)^2$$

$$+\left(\frac{N_0}{T}e^{\lambda t_1}t_1\right)^2(\Delta\lambda)^2+\left(\frac{N_0}{T}e^{\lambda t_1}\lambda\right)^2(\Delta t_1)^2$$

$$\left[\frac{\Delta(\lambda n_0)}{\lambda n_0}\right]^2=\sigma^2+\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2+t_1^2(\Delta\lambda)^2+\lambda^2(\Delta t_1)^2\equiv\sigma_0^2$$

σ_0 为参考时刻放射性强度的相对统计误差。如果 $\Delta T=0$，$\Delta\lambda=0$，$\Delta t_1=0$，则 $\sigma_0=\sigma$，即当测量时间、半衰期和零时测量时刻的时间间隔没有误差时，参考时刻的放射性强度的相对统计误差等于测量时间内的衰变数的相对统计误差。

最后，我们从

$$\sigma_0=\sigma_{t_1}=\sigma=\left[\frac{1}{N_c}(2\varepsilon_\beta\varepsilon_\gamma-\varepsilon_\beta-\varepsilon_\gamma+1)\right]^{1/2}$$

还可以看出：

① 当 $\varepsilon_\beta\simeq1$ 时，

$\sigma\simeq1/\sqrt{N_\beta}$，即意味着当β道的效率趋近1时，测量结果的相对统计误差近似等于测量时间内β道总计数的相对统计偏差。

② 当 $\varepsilon_\gamma\simeq1$ 时，

$\sigma\simeq1/\sqrt{N_\gamma}$ 即意味着当γ道的探测效率趋近1时，测量结果的相对统计误差近似等于γ道的总计数的相对统计偏差。然而，这是实践上难以做到的。

③ 当 $\varepsilon_\beta\simeq1$，$\varepsilon_\gamma\simeq1$ 时，

$\sigma\simeq1/\sqrt{N_c}$，即意味着当β和γ道的探测效率都极接近于1时，测量结果的相对统计误差近似等于符合道总计数的相对统计偏差。然而，实际上总是 $\varepsilon_\gamma<1$，所以也是难以实现的。

④ 当 $\varepsilon_\beta\ll1$，$\varepsilon_\gamma\ll1$ 时，

$\sigma\simeq1/\sqrt{N_c}$，即意味着当β道和γ道的探测效率都极低时，测量结果的相对统计误差近似等于符合道总计数的相对统计偏差。用低效率的β—γ符合计数装置的测量[9]，就类似于这种情况。

三、对具有复杂衰变图核素的测量——效率外推法

我们知道，前面的各种叙述和讨论都是针对简单的β-γ衰变核素进行的。在那里，β道和γ道的探测效率很容易地从符合道计数与γ道计数、符合道计数与β道计数之比来确定，从而达到绝对测量放射性强度的目的。然而，对于具有多个分支的β-γ衰变的核素，由于探测效率对能量的依赖性，要从实验上分别确定各分支的探测效率较为复杂。尤其是，当衰变图中还包含有直接到基态的衰变分支时，这个β分支的探测效率就不能从实验上直接得到。这就使β-γ符合测量直接应用于复杂衰变图的核素带来很大的困难。

另外，虽然我们还可以从理论上组成对多个分支衰变的符合测量方程组：

$$N_\beta=N_0\sum_{i=1}^{n}p_i\left[\varepsilon_{\beta_i}+(1-\varepsilon_{\beta_i})\frac{1}{1+\alpha_i}(\varepsilon_{\beta\gamma_i}+\alpha_i\varepsilon_{ce_i})\right]$$

$$N_\gamma=N_0\sum_{i=1}^{n}p_i\frac{1}{1+\alpha_i}\varepsilon_{\gamma_i}$$

$$N_c=N_0\sum_{i=1}^{n}p_i\frac{1}{1+\alpha_i}[\varepsilon_{\beta_i}\varepsilon_{\gamma_i}+(1-\varepsilon_{\beta_i})\varepsilon_{c_i}]$$

其中 $i=1,2,3\cdots n$，

p_i 为第 i 分支的相对强度——分支比。其它符号的意义与前面相同。

但是，由于核参数 p_i 和 α_i 通常是知道得很不准确的。因此，即便效率 ε_{β_i}、ε_{γ_i} 明确了，也很难从上面的方程组中解出 N_0 来。那么如何克服这一困难呢？

1．效率外推法的提出

针对上面谈到的对复杂衰变核素测量的困难，能否通过有目的的实验安排，创造有利的实验条件，由这样的实验提供一些有用的依据，从而达到简化上面的方程组并解出N_0来呢？

为回答这个问题，让我们对β的探测效率$\varepsilon_{\beta i}$进行一些分析。一般地讲，$\varepsilon_{\beta i}$总是小于1。也就是说，总有一些因素造成了β计数的损失。我们假定这些因素的影响遵从一定的规律，也就是说，对于每个β分支，使得计数的损失都受某一相同物理变量的有规律的影响。即

$$1-\varepsilon_{\beta i}=f_i(x)$$

其中$f_i(x)$为x的函数，而x就是某个物理变量。而且还应当有，当x变向某一值时，应能使$1-\varepsilon_{\beta i}$趋向于零，也即$\varepsilon_{\beta i}$趋向于1。那么，如何找到这种物理变量（x），并如何确定$f_i(x)$的函数形式呢？

要解决这一问题，首先必须弄清楚造成非效率的原因何在。一般来说，每个分支的总的非效率（$1-\varepsilon_{\beta i}$），可以认为是造成计数损失的几个因素的“组合”影响：

① 由探测器及电子学线路的死时间引起的计数损失；

② 源的自吸收；

③ 源的膜吸收；

④ 探测器的几何条件造成的计数损失；

⑤ 定标器-放大器系统的阈引起的计数损失；

⑥ 源的非导膜或导电不良引起的计数损失。

在以上六个因素中，由死时间造成的计数损失可以通过精确的计算加以补偿。而其它一些影响，则是以未知的比例组合在一起的，在不同的实验中也是不同的。

由此看来，一个这种效应就相当于有一个物理变量，而且对不同的效应将对应有不同的函数$f_i(x)$。现在的问题是能否把这几个物理变量合成一个物理变量，并找到一个适当的函数形式，去描述这个非效率呢？看来，无论从理论上或是从实践上都是比较困难的，可以说是做不到的。那么，能否找到这样一个函数形式，它是所有物理变量的函数，即为$f_i(x_1, x_2, \cdots\cdots x_5)$。由于各物理变量的作用规律也是完全不同的，所以这样的一个函数形式也是不可能的。那么，是否可以这样呢？即令$f_i(x)=f_i(x_1)+f_i(x_2)+\cdots\cdots+f_i(x_5)$呢？从理论上应该是可以的。但问题是，除了膜吸收和自吸收（可以看作是指数规律的吸收）外，对其它，如几何条件、非导膜、阈值等因素，很难确定它们影响的函数形式。但是实践上可以通过设计实验条件，例如设计内径足够大的球对称或加压的正比计数器，点源，使得几何条件的影响尽量地小；源物质的纯度要高，量要少，使得自吸收尽量地减小；降低阈能；增强膜的导电性；源膜尽量要薄等等，使得各种非效率因素的影响尽量减小，并把它们作相互比较，忽略较小的，仅考虑影响较大的。我们知道，在这几个因素中，膜吸收和自吸收一般是较显著的，而且吸收规律是接近指数衰减规律的。所以，我们可以近似地取$f_i(x_{膜})=f_i(x)$，而忽略其它项。这里的$f_i(x_{膜})$是由膜吸收造成的非效率的那部分函数。对其它因素造成的计数损失，由于都由膜吸收所取代了，因而对测量结果需作相应的修正或将系统误差考虑进去。

另外，有的实验是在测量源中加以不同量的非放射性载体。这样的测量就是基于源的自