

中国工程热物理学会

流体机械学术会议

论文集

一九九七

洛阳

中国工程热物理学会编



感谢中国石化洛阳石油化工工程
公司及其领导对中国工程热物理学会
流体机械学术会议的支持和资助！

流体机械目录

一. 流体机械内部流动数值模拟及分析

- 977025 流体机械内部流动的全三维欧拉方程解 曹智鹏、张扬军、陈乃祥、翟伦富 I -1-6
- 977026 封闭容器内热粘性流动的有限元分析 黄思、薛敦松 I -7-6
- 977016 复杂形状进气箱与叶轮一体的斜流风机内部湍流数值分析 吴克启、赖焕新 I -13-6
- 977017 曲率时间尺度 $K-\varepsilon$ 模型的研究及复杂湍流数值模拟 张洪波、吴克启 I -19-6
- 977024 水轮机蜗壳和固定导叶内部三维紊流流场数值研究 曹树良、许国、吴玉林 I -25-6
- 977021 轴流式叶栅内部流动变工况性能的计算分析 戴韧、陈康民 I -31-5
- 977018 时间推进方法计算气液两相流动 王巍、赵晓路 I -36-5
- 977012 三维流线上风方法 周建华、顾宏中 I -41-7
- 977001 流体机械中高雷诺数流动的大涡模拟 杨建明、吴玉林、曹树良 I -48-5
- 977023 水轮机导水机构内部三维紊流计算 刘文俊、吴玉林、曹树良 I -53-5
- 977015 离心压缩机叶轮几何参数对其内部流动影响的数值分析 樊会元、席光、王尚锦 I -58-6

二. 流体机械的试验及量测

- 977022 非自模化和自模化区域内轴流动叶气动 — 声学性能的实验研究 蔡娜、李地、陈康民、徐保云、王永生 II -1-6
- 977009 降低圆盘摩擦损失新方法实验研究 李巍、陆逢升、徐忠 II -7-5
- 977013 空调系统新风量的测定 夏清、周兴禧、郜秀纺、谢剑锋 II -12-8
- 977029 驻波管型正弦压力振荡器的特性测定 姬忠礼、席葆树、祖佩贞 II -20-6
- 977030 应用 PIV 技术测量压力振荡器的瞬态流场 姬忠礼、席葆树、董守平 II -26-6
- 977005 动态探针测试系统的开发和应用 黄建德 II -32-6
- 977019 阻力对透平压缩机系统稳定性的影响 戴冀、陈静宜 II -38-6
- 977034 离心泵叶轮磨损规律研究 许洪元、罗先武 II -44-6

三. 流体机械设计理论和方法

- 977028 结构参数对单锥液 — 液旋流分离器内流场的影响 陈海、冯进、陈刚、朱宏武、薛敦松 III -1-8
- 977040 超低比转速高速诱导轮离心泵的不稳定特性与控制

.....	朱祖超、汪希萱	III -9-6
977004 多相泵设计方法初探	李清平、薛敦松、班耀涛、王跃武、朱宏武	III -15-8
977033 淹没空化水射流水下模拟实验装置的理论分析	蒋或澄、费或、胡寿根	III -23-5
977002 低比转速叶轮几何参数的优化计算	严敬、李阳	III -28-6
977014 喷射技术设备内部流动的本构关系研究	陆宏圻、龙新平	III -34-8
977003 扭曲叶片设计新方法	严敬、李阳	III -42-6

四. 流体机械性能研究

977006 离心泵叶轮参数对进口回流的影响	黄建德	IV -1-6
977011 空调风机蜗壳三维流场的研究	周建华、沈国安、徐芳、黄建德	IV -7-5
977020 流固耦合作用下叶片的动态特性研究 (1)	黄曲贵	IV -12-6
977010 粘性对轴流风机轴向速度的影响	顾建明、陆明琦	IV -18-6
977007 多相流泵密封研究	班耀涛、薛敦松	IV -24-5

流体机械内部流动的全三维欧拉方程解*

曹智鹏 张扬军 陈乃祥 瞿伦富

(清华大学水利水电工程系 北京 100084)

摘 要

本文通过事先估计全场压力值,应用时间推进法求解动量方程,再利用关于压强的相关方程来修正压力场,使流场内没有压力的信息传播。应用本文发展的方法对某混流式水轮机转轮内部的三维流场进行了数值模拟。

关键词: 流体机械, 欧拉方程, 混流式水轮机, 时间推进法

1、前 言

随着计算流体力学的发展,数值模拟已成为研究流体力学的重要手段,且得到迅速发展。对流体流动的数值模拟分为无粘方法和有粘方法两种。无粘方法是从 Euler 方程或位势方程出发求解全场。Euler 方程求解的计算时间与计算量等方面都大大优于粘性方程,并且抓住了流体机械中流动的主流,可以解决主要矛盾。为此,本文拟发展一种模拟流体机械内部的无粘流动的数值计算方法。

不可压缩欧拉方程,方程类型为混杂型,压强波信息瞬间传遍全域,流线上的信息却由上游传向下游。因此不可压缩三维欧拉解的求解与求解可压缩性欧拉方程相比有更大的困难,可压流的各种数值解法已难于直接套用过来解不可压流^[1]。

2、基本控制方程^[2]

采用贴体坐标系 (ξ, η, ζ) 将不规则的物理域变换为规则的长方体计算域。引进变

换量 $J = \frac{1}{rJ'} = \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{\partial(r, \theta, z) / \partial(\xi, \eta, \zeta)}$, 且令:

$$\left(w_r \xi_r + w_\theta \frac{\xi_\theta}{r} + w_z \xi_z \right) = \bar{w} \cdot \nabla \xi = w^\xi$$

$$\left(\eta_r w_r + w_\theta \frac{\eta_\theta}{r} + \eta_z w_z \right) = \bar{w} \cdot \nabla \eta = w^\eta$$

$$\left(\zeta_r w_r + w_\theta \frac{\zeta_\theta}{r} + \zeta_z w_z \right) = \bar{w} \cdot \nabla \zeta = w^\zeta$$

则贴体坐标系下欧拉相对运动方程为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{w_r}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{w^\xi w_r}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{w^\eta w_r}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{w^\zeta w_r}{J} \right) \\ &= \frac{1}{J} \left[\frac{V_\theta^2}{r} - \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \xi_r + \frac{\partial p}{\partial \eta} \eta_r + \frac{\partial p}{\partial \zeta} \zeta_r \right) \right] \end{aligned} \quad (1a)$$

*国家自然科学基金重大项目, 批准号: 59493700。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{w_\theta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{w^\xi w_\theta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{w^\eta w_\theta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{w^\zeta w_\theta}{J} \right) \\ &= \frac{1}{J} \left[-\frac{1}{r} \left(2r\omega w_r + w_\theta w_r + \frac{\partial p}{\partial \xi} \xi_\theta + \frac{\partial p}{\partial \eta} \eta_\theta + \frac{\partial p}{\partial \zeta} \zeta_\theta \right) \right] \end{aligned} \quad (1b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{w_z}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{w^\xi w_z}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{w^\eta w_z}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{w^\zeta w_z}{J} \right) \\ &= \frac{1}{J} \left[-\left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \xi_z + \frac{\partial p}{\partial \eta} \eta_z + \frac{\partial p}{\partial \zeta} \zeta_z \right) \right] + \frac{z}{J} \end{aligned} \quad (1c)$$

对柱坐标系下的三个欧拉相对运动方程分别对 r , θ , z 求导, 然后三式相加并引入连续性方程得到柱坐标系下的压力相关方程, 类似于(1)式变换得到贴体坐标系下的压力相关方程为:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi} (\alpha p_\xi + \beta p_\eta + \gamma p_\zeta) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\beta p_\xi + \delta p_\eta + \mu p_\zeta) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \zeta} (\gamma p_\xi + \mu p_\eta + \varepsilon p_\zeta) \\ &= -\frac{\partial}{\partial \xi} (\bar{S} \cdot \nabla \xi) - \frac{\partial}{\partial \eta} (\bar{S} \cdot \nabla \eta) - \frac{\partial}{\partial \zeta} (\bar{S} \cdot \nabla \zeta) \\ &+ \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{w^\xi}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{w^\eta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{w^\zeta}{J} \right) \right] / \Delta t + \frac{1}{J} \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{J} \nabla \xi \cdot \nabla \xi, \beta = \frac{1}{J} \nabla \xi \cdot \nabla \eta, \gamma = \frac{1}{J} \nabla \xi \cdot \nabla \zeta, \delta = \frac{1}{J} \nabla \eta \cdot \nabla \eta \\ \mu &= \frac{1}{J} \nabla \eta \cdot \nabla \zeta, \varepsilon = \frac{1}{J} \nabla \zeta \cdot \nabla \zeta, \bar{S} = (s_1, s_2, s_3)^T \\ s_1 &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{w^\xi w_r}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{w^\eta w_r}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{w^\zeta w_r}{J} \right) - \frac{v_\theta^2}{Jr} \\ s_2 &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{w^\xi w_\theta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{w^\eta w_\theta}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{w^\zeta w_\theta}{J} \right) + \frac{w_r w_\theta}{Jr} + \frac{2\omega w_r}{J} \\ s_3 &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{w^\xi w_z}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{w^\eta w_z}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{w^\zeta w_z}{J} \right) \end{aligned}$$

3、方程的差分求解

偏微分方程的信息依赖域是合理设计差分格式的前提。本文根据特征理论关于方程信息依赖域的分析, 利用待定系数法发展了一种具有空间二阶精度的差分格式。

3.1、欧拉方程的差分格式

动量方程的速度项差分依据求解域中的波特征,由逆变速度分量(W^ξ, W^η, W^ζ)的符号决定用上游或用下游的三个网格点来近似。如:

当 $w^\xi > 0$ 时

$$\frac{w^\xi}{J} \left(\frac{\partial w_r}{\partial \xi} \right) = \frac{w^\xi(i, j, k)}{J(i, j, k)} \left[3w_r(i, j, k) - 4w_r(i-1, j, k) + w_r(i-2, j, k) \right] / 2\Delta\xi$$

当 $w^\xi \leq 0$ 时

$$\frac{w^\xi}{J} \left(\frac{\partial w_r}{\partial \xi} \right) = \frac{w^\xi(i, j, k)}{J(i, j, k)} \left[-3w_r(i, j, k) + 4w_r(i+1, j, k) - w_r(i+2, j, k) \right] / 2\Delta\xi$$

类似可以得到其它各项的差分表达式。压力项的信息依赖区域,其方位不随速度变化,用中心差分格式

$$\frac{\partial p}{\partial \xi} = [p(i+1, j, k) - p(i-1, j, k)] / 2\Delta\xi$$

时间导数项用一阶格式:

$$\frac{1}{J} \frac{\partial w_r}{\partial t} = \frac{w_r^{n+1}(i, j, k) - w_r^n(i, j, k)}{\Delta t \cdot J(i, j, k)}$$

$\frac{\partial p}{\partial \xi}$ 、 $\frac{\partial p}{\partial \eta}$ 、 $\frac{1}{J} \frac{\partial w_\theta}{\partial t}$ 、 $\frac{1}{J} \frac{\partial w_z}{\partial t}$ 类似得到,将它们代入(1)式,利用显示格式有:

$$w_r^{n+1}(i, j, k) = w_r^n(i, j, k) + \Delta t \left\{ \left[\frac{v_\theta^2}{r} - (p_\xi p_r + p_\eta p_r + p_\zeta \zeta_r) \right] - \left[w^\xi \frac{\partial w_r}{\partial \xi} + w^\eta \frac{\partial w_r}{\partial \eta} + w^\zeta \frac{\partial w_r}{\partial \zeta} \right] \right\}$$

其中 $w_r = w_r^n(i, j, k)$, $w_\theta = w_\theta^n(i, j, k)$, $v_\theta = w_\theta^n(i, j, k) + w_\theta r(i, j, k)$ 。

$w_\theta^{n+1}(i, j, k)$ 、 $w_z^{n+1}(i, j, k)$ 同理得到。把其它项按第 n 层代入即可得到欧拉方程的差分格式。

3.2、压强关联方程的差分格式

压强关联方程(2)解的信息依赖域不随速度方向的变化而变化。本文利用两个网格点中间的值计算方程中系数,引进两侧差分。令 e 、 w 分别表示网格点 $i+1/2$ 、 $i-1/2$, 压强关联方程(2)式左边第一项的差分格式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} (\alpha' p_\xi) &= [p(i+1, j, k) - p(i, j, k)] \frac{\alpha'_e}{\Delta \xi^2} \\ &+ [p(i, j, k) - p(i-1, j, k)] \frac{\alpha'_w}{\Delta \xi^2} \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \xi}(\beta' p_\eta) = & [p(i+1, j+1, k) - p(i+1, j-1, k) \\ & + p(i, j+1, k) - p(i, j-1, k)] \frac{\beta'_e}{4\Delta\eta\Delta\xi} \\ & - [p(i, j+1, k) + p(i-1, j+1, k) \\ & - p(i, j-1, k) - p(i-1, j-1, k)] \frac{\beta'_w}{4\Delta\eta\Delta\xi}\end{aligned}\quad (3b)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \xi}(r' p_\zeta) = & [p(i+1, j, k+1) + p(i, j, k+1) \\ & - p(i+1, j, k-1) - p(i, j, k-1)] \frac{r'_e}{4\Delta\xi\Delta\zeta} \\ & - [p(i, j, k+1) + p(i-1, j, k+1) \\ & - p(i, j, k-1) - p(i-1, j, k-1)] \frac{r'_w}{4\Delta\xi\Delta\zeta}\end{aligned}\quad (3c)$$

同理可得(2)式左边其它各项的差分格式。对(2)式等号右边的第一项有

$$\frac{\partial}{\partial \xi}(\bar{s} \cdot \nabla \xi) = \left[(s_1 \xi_r + s_2 \xi_\theta / r + s_3 \xi_z)_e - (s_1 \xi_r + s_2 \xi_\theta / r + s_3 \xi_z)_w \right] / \Delta \xi \quad (4)$$

令 $ss(\phi) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{w^\psi \phi}{J''} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{w^\eta \phi}{J''} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{w^\zeta \phi}{J''} \right)$, 则:

$$ss(w_r) - \frac{v_\theta^2}{J''r} = s_1, \quad ss(w_\theta) + \frac{1}{J''r} (w_r w_\theta + 2w_r w_r) = s_2, \quad ss(w_z) = s_3$$

4、边界条件及初始条件

进口边界: 根据特征信息的传播方向, 在进口给定三个定解条件 W_r , W_θ , W_z , 进口压力 P 由外推得到。

出口边界: 依据特征理论, 给定出口压力 P , 速度 W_r , W_θ , W_z , 分别由外推得到。

壁面边界: 在壁面上采用速度滑移条件: $\vec{W} \cdot \vec{n} = 0$ 。壁面上的速度由逆变速度 W^ξ , W^η , W^ζ 分别给出, 实际坐标中 W_r , W_θ , W_z 通过(5)式计算出壁面上的压力由外推得到。

初场的给定: 为了增加稳定性及加快收敛速度, 采用 S1 与 S2 流面迭代的准三维流场作为全三维计算的初始场。

$$\begin{bmatrix} W_r \\ W_\theta \\ W_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_r & \frac{1}{r}\xi_\theta & \xi_z \\ \eta_r & \frac{1}{r}\eta_\theta & \eta_z \\ \zeta_r & \frac{1}{r}\zeta_\theta & \zeta_z \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} W^\xi \\ W^\eta \\ W^\zeta \end{bmatrix} \quad (5)$$

5、结果及讨论

本文针对一水泵水轮机的水轮机工况用本文方法进行了计算, 转轮叶片及计算用通道三维图形详见图 1~图 2。计算结果详见图 3~图 8(其中横坐标 $\bar{m}$ 为准流线上离出口边的相对位置), 分别为上冠、中间准流线断面和下环处叶片表面上的速度分布和压力分布图, 其中虚线为准三维^[3]的结果。两者比较说明结果较为接近, 速度和压力分布较为合理, 说明该方法的一定的可行性。

众所周知, 不可压 Euler 方程的求解有较大的难度, 国际上不成熟, 国内尚无成功的结果。本文只是作了初步尝试。程序的收敛性及对初场的要求较高等方面尚都存在一定的缺陷, 有待进一步努力改善。

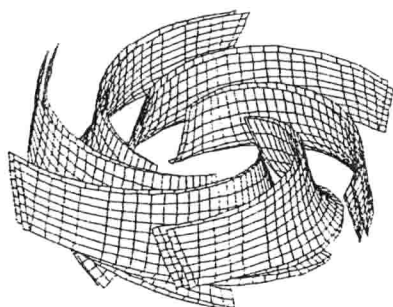


图 1 转轮叶片图

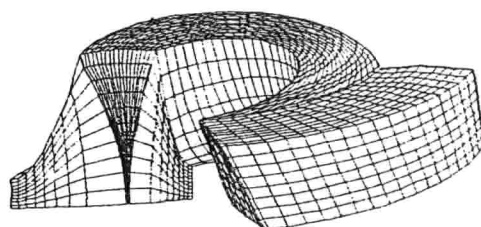


图 2 计算域网格图

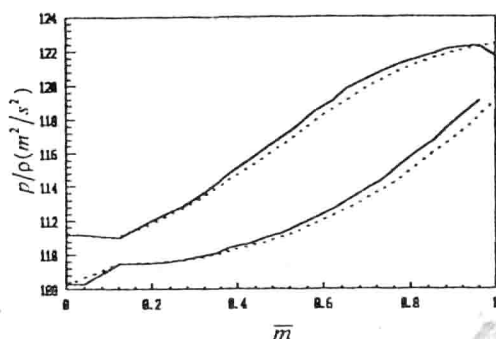


图 3 上冠处叶片表面压力分布图

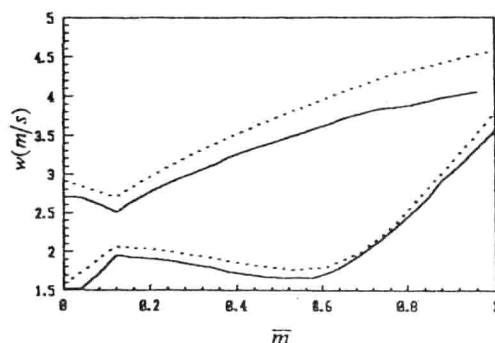


图 4 上冠处叶片表面速度分布图

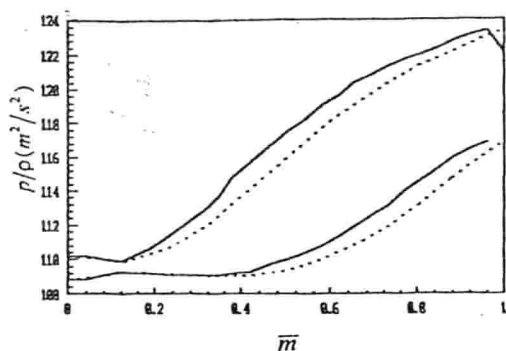


图5 中间准流线处叶片表面压力分布图

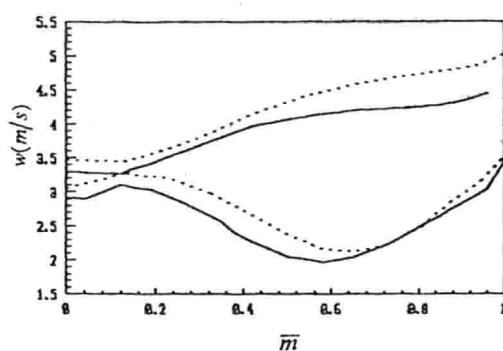


图6 中间准流线处叶片表面速度分布图

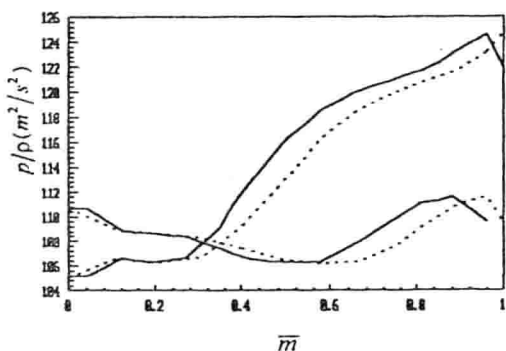


图7 下环处叶片表面压力分布图

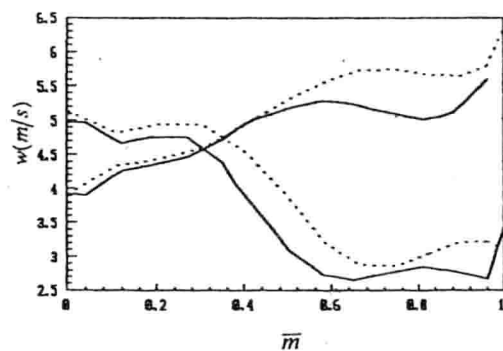


图8 下环处叶片表面速度分布图

参 考 文 献

- 1 张导治. 计算流体力学基础. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989
- 2 Abdallah, S., Smith, C. F., 1990, " Three-Dimensional Solutions for Inviscid Incompressible Flow in Turbomachines," Journal of Turbomachinery, vol. 112, pp.391-398.
- 3 林汝长、赖敏儿、瞿伦富等. 水泵水轮机转轮的准三元计算, 1980, 清华大学水力机械教研组

封闭容器内热粘性流动的 罚有限元分析

黄 思 薛敦松
石油大学(北京)机电系

摘要 本文运用罚有限元方法分析封闭容器内部二维粘性不可压缩非定常热流动问题。该问题涉及连续方程、运动方程和温度的对流扩散方程的联合求解问题。数值方法上对有限元的非线性方程组采用线性化的迭代法求解;速度的插值函数为二次函数,而压力及温度的插值函数为线性函数。计算结果表明,该计算方法及程序是可靠的,具有一定的工程实用价值。

主题词 热粘性非定常流动 罚有限元方程 封闭容器

一、前言

封闭容器内部的流体由于容器壁面受到外部加热或冷却带来流场中的温度变化,引起流体密度改变,垂直方向上密度差产生的浮力将形成对流而影响流动状态。容器内部热流动问题作为工业中的一个实际应用课题,多年来一直引起研究人员的重视【1—6】。但具体应用粘性流体运动方程组求解不可压缩流动时,速度场散度条件和复杂边界条件上的处理一般较为困难。另一方面,由于温度的对流与扩散以及浮力效应的存在,使得粘性流体的连续性方程、运动方程和温度的对流扩散方程是相互耦合的,必须联合求解,从而增加了数值计算上的困难。

近些年来,有限元方法在计算流体力学的许多领域中得到了广泛应用,罚有限元方法【7, 8】的出现更是拓宽了原有的应用范围。本文运用罚有限元方法,分别以直角坐标系和圆柱坐标系下的封闭容器内部自然对流问题为例,探讨二维粘性不可压缩非定常热流动的数值计算问题。

二、基本变量方程的有限元离散及求解方法

假定流动是非定常不可压缩粘性自然对流,故满足以下方程组【9】

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{v} - \mathbf{g}\beta(T - T_0) \quad (1)$$

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \lambda \nabla^2 T$$

在本文的算例中包括直角坐标系和圆柱坐标系下的封闭容器内部热流动两种情况, 为简明起见, 这里只给出二维直角坐标系下的基本变量方程及有限元离散方程, 圆柱坐标系下的有限元离散方程同理可以得到。由式(1), 得出直角坐标系下的无量纲基本变量方程【10, 11】

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) + \text{Gr} \cdot \text{Pr}^2 \cdot T \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (5)$$

其中 Pr、Gr 分别为 Prandtl 数和 Grashof 数。

在有限单元中, 对速度场采用九结点二次等参单元, 压力场和温度场采用四结点线性单元

$$v_i = \sum_{m=1}^9 v_{i,m} N_m \quad p = \sum_{n=1}^4 p_n M_n \quad T = \sum_{n=1}^4 T_n L_n \quad (6)$$

将式(6)代入式(3) — (4), 并作伽辽金积分后有

$$\begin{aligned} & \langle N_k, N_m \rangle \frac{\partial v_{i,m}}{\partial t} + v_j \left\langle N_k, \frac{\partial N_m}{\partial x_k} \right\rangle v_{i,m} + \left\langle N_k, \frac{\partial M_n}{\partial x_i} \right\rangle p_n \\ & + \text{Pr} \left\langle \frac{\partial N_k}{\partial x_k}, \frac{\partial N_k}{\partial x_k} \right\rangle v_{i,m} - \text{Gr} \cdot \text{Pr}^2 \cdot \langle N_k, L_n \rangle T_n \delta_{i2} = \text{Pr} \left\langle N_k, \frac{\partial v_i}{\partial n} \right\rangle \end{aligned} \quad (i=1, 2) \quad (7)$$

其中 $\langle, \rangle$ 表示伽辽金内积; δ_{ij} 为克罗内克符号, 即 $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ 。同样对式(5),

有

$$\langle L_k, L_n \rangle \frac{\partial T_n}{\partial t} + v_j \left\langle L_k, \frac{\partial L_n}{\partial x_k} \right\rangle T_n + \left\langle \frac{\partial L_k}{\partial x_k}, \frac{\partial L_k}{\partial x_k} \right\rangle T_n = \left\langle L_k, \frac{\partial T}{\partial n} \right\rangle \quad (8)$$

连续方程(2)亦可采用类似上述的离散方法, 但由此得到的速度、压力和温度有限元

刚度矩阵是非对称的且对角线上含有零元素, 对于高雷诺数情形较难得到收敛解, 故按文献【8】的建议采用罚有限元方法, 引入罚参数 μ , 令压力

$$p = -\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad (9)$$

将式(6)代入式(9), 作伽辽金积分后有

$$\left\langle M_k, \frac{\partial N_m}{\partial x_i} \right\rangle v_{i,m} + \frac{1}{\mu} \langle M_k, M_n \rangle p_n = 0 \quad (10)$$

这样由式(7)、(8)和式(10)共同构成了基本变量 v_x 、 v_y 、 p 和 T 的有限元离散方程组。

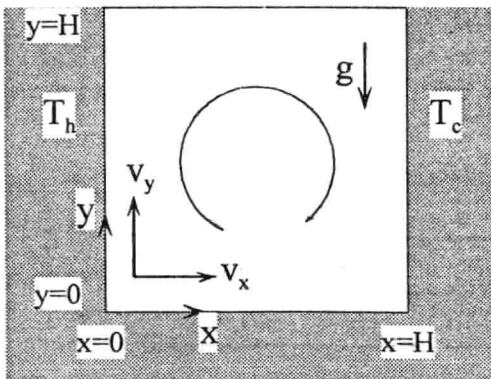
方程组(7)、(8)和(10)可通过对时间变量的离散, 化为一非线性的代数方程组。为保证求解过程的稳定性及解的二阶精度, 这里对时间采用了三层隐式差分, 即

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{3f^{n+1} - 4f^n + f^{n-1}}{2\Delta t} \quad (11)$$

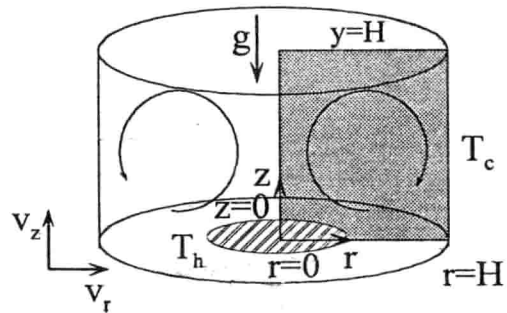
非线性的代数方程组可通过线性化的 Newton — Raphson 迭代法【12】求解。

三、计算实例及结果

利用上述方法, 编制了可处理任意边界形状、分别对应直角坐标系和圆柱坐标系下的计算程序。这里给出两个实例, 第一个例子为直角坐标下, 二维容器壁面的左侧加热, 右侧冷却形成封闭容器内的自然对流, 如图1(a)所示。第二个例子为圆柱坐标系下, 轴对称的圆柱形容器的部分底面加热, 容器侧面冷却所形成的自然对流, 如图1(b)所示。



(a) 直角坐标系



(b) 圆柱坐标系

图1 封闭容器内自然对流的分析模型

在第二个例子中为简化起见, 由对称性我们只讨论图中的阴影部分。此时方程组 (7)、(8) 和 (10) 中的几个无量纲参数和变量的表达式为

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= \frac{x_i}{H}, \quad \tilde{v}_i = \frac{v_i H}{\alpha}, \quad \tilde{p} = \frac{p}{\rho} \left(\frac{H}{\alpha} \right)^2, \quad \tilde{T} = \frac{T - (T_h + T_c)/2}{T_h - T_c}, \\ \tilde{t} &= \frac{t \alpha}{H^2}, \quad \text{Gr} = \frac{g \beta (T_h - T_c) H^3}{\nu^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \end{aligned} \quad (12)$$

其中 α 为热扩散率, $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ 。这两个实例的边界条件见图 2 的 (a) 和 (b), 图中的变量已按式 (12) 进行了无量纲化并去掉符号 $\sim$ 。

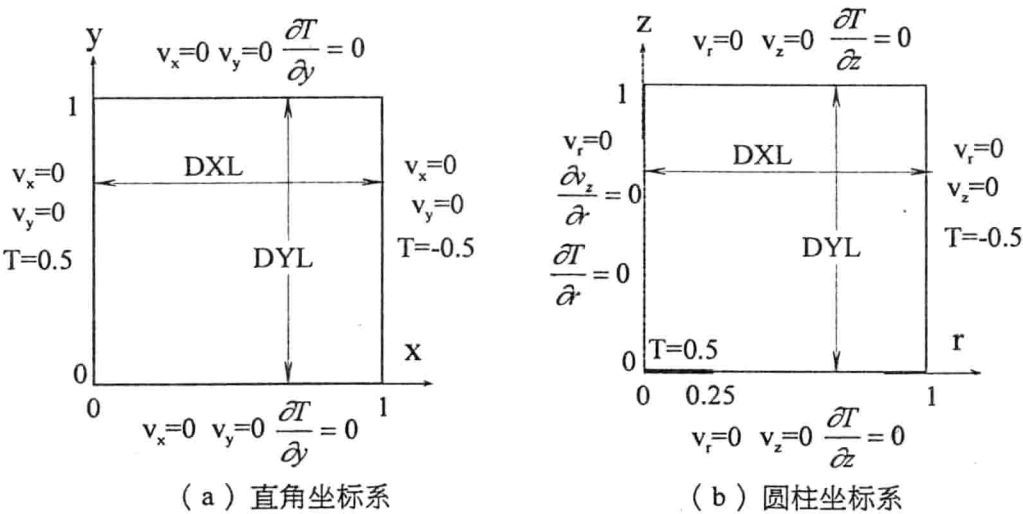


图 2 定解的边界条件

表 1 中给出两算例中所采用的参数值。

表 1 算例中所采用的计算参数

横向单元数	纵向单元数	DXL	DYL	Gr 数	Pr 数	时间 Δt
15	15	1	1	10^6	0.71	10^{-4}

两个实例中计算得到的速度矢量场及等温线分别见图 3 和图 4。该结果与按有限差分格式的 SIMPLE 解法得到的结果【13, 14】相当一致, 可见本文的罚有限元解法具有良好的精度和可靠性。

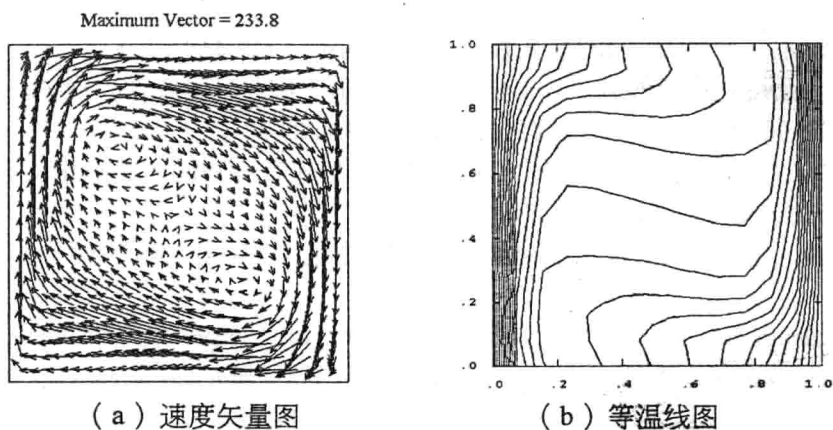


图3 计算结果 (直角坐标系, $t=10$)

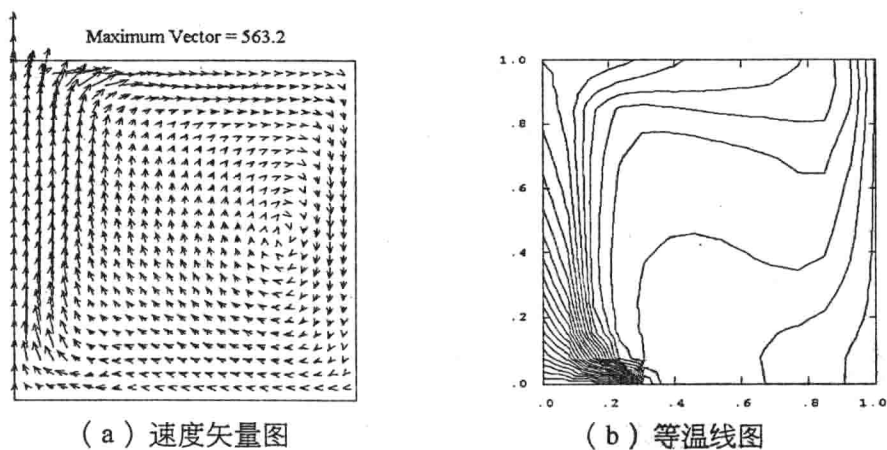


图4 计算结果 (圆柱坐标系, $t=10$)

四、结论

本文根据有限元方法的特点,对封闭容器内部二维粘性不可压缩非定常热流动问题建立了罚有限元基本变量方程式,从而解决速度场散度条件和边界条件上处理的困难。对非线性方程组采用线性化的 Newton — Raphson 迭代法求解;速度的插值函数为二次函数,而压力及温度的插值函数为线性函数。计算结果表明,该计算方法及程序是可靠的。

参考文献

- 【1】 Kawahara, M., et al., Steady and Unsteady Finite Element Analysis of Incompressible

Viscous Fluids, Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 10, 1976, 437-456 .

【 2 】 Kawahara, M., Steady and Unsteady Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Fluids, Finite Elements in Fluids, Vol. 3, 1978, 23-54 .

【 3 】 Clever, R. M. and Busse, H., Convection at Very Low Prandtl Numbers, Phys. Fluids Ser. A, Vol. 2, No. 3, 1990, 334-339 .

【 4 】 藤井 哲, 傳熱工学の進展, 自由対流熱伝達の基礎, 第3巻, 1974, 1-110, 養賢堂。

【 5 】 Graham de Vahl Davis and Jones, I. P., Natural Convection in a Square Cavity-A Comparison Exercise, Int. J. Num. Meth. in Fluids, Vol. 3, 1983, 227-248 .

【 6 】 尾添岡之, 佐藤信彦, 傾斜矩形容器内の自然対流の三次元解析による粒子軌道とその的検証, 化工論文集, 第5巻, 1974 .

【 7 】 巴斯 K. J. 著, 傅子智译, 工程分析中的有限元法, 机械工业出版社, 1991, 363-367 .

【 8 】 Heinrich J. C. and Marshall R. S., Viscous Incompressible Flow by a Penalty Function Finite Element Method, Computers and Fluids, Vol. 9, 1981, 73-83 .

【 9 】 Bird, R. B., et al., Transport Phenomena, John Wiley & Son, 1960 .

【 10 】 甲藤好郎, 傳熱概論, 1964, 養賢堂。

【 11 】 Hellums, J. D. and Churchill, S. W., Simplification of the Mathematical Description of Boundary and Initial Value Problems, A. I. Ch. E. Journal, Vol. 10, 1964, 110-114 .

【 12 】 Kawahara, M., et al., Analysis of Steady Incompressible Viscous Flow, Finite Element Methods in Flow Problems, ed. Oden, J. T. et al., UAH Press, 1974, 107-120 .

【 13 】 河村 洋, 土方邦夫, 熱と流れのシミュレーション, 丸善株式会社, 1995, 42-72 .

【 14 】 荒川忠一, 数値流体工学, 東京大学出版会, 1994, 75-82 .

复杂形状进气箱与叶轮一体的 斜流风机内部湍流数值分析*

吴克启 赖焕新

(华中理工大学能源学院, 武汉 430074)

摘 要

本文采用混合平面法实施通流元件之间的流场信息传递,旨在建立斜流风机统一正命题的流动模型与数值方法。将非正交曲线坐标系下压力修正法求解 $k-\varepsilon$ 模型封闭 Reynolds 时均方程的三维程序模块化,使其可适用于静止及旋转坐标系,进气箱与叶轮采用各自独立的贴体网格,按照串行方法轮换调用计算模块并在进气箱出口与叶轮进口之间设置混合平面,用以传递与转换动静元件之间耦合流动的信息,从而在单一微机系统上实现了从进气箱到叶轮出口的整机内部湍流的一体计算。

本文采用上述方法数值模拟某斜流风机内部流场,计算与已有实验结论大体吻合。

一、引言

流体机械通流元件之间有着复杂的耦合流动机制[1],运动与静止元件之间当轴向距离较小时,非定常干涉变得十分明显。大型风机进气箱是一个具有复杂形状的叶轮进口导流元件,气流在进气箱内作近似 90° 拐弯同时绕流轴套,后经几何不规则的收敛段排出时变得不均匀,严重影响着叶轮内的流动及整机性能。迄今为止,进气箱内流动细节及其不均匀来流条件下叶轮内部流场的研究除文献[2.3]外,见诸报道的论文国内外都少见。

本文采用压力修正算法求解 $k-\varepsilon$ 两方程湍流模式封闭的 Reynolds 时均方程,模拟斜流风机从进气箱到叶轮出口的整体流场。为分析进气箱出口不均匀来流对叶轮的影响并避免完全非定常 N-S 方程的求解,认为进气箱与叶轮内流动相对稳定,这与文献[2.3]实验结论吻合;同时,在进气箱出口与叶轮进口之间设置混合平面[4],用以传递与转换通流元件的耦合流动信息,以此建立适合于斜流风机粘性正命题为目标的流动模型与数值计算方法。

二、流动方程及其求解

* 本文研究受国家教委博士点基金项目资助。