百科全書

第九編　算術

商務印書館發行

五彩國民遊戲

已出十七種

暇時行樂。人情之常。惟向來習慣。大抵從事博戲。有害無利。本館特出新意。編輯遊戲玩具。或爲牌。或爲圖。以引起國民對於社會之觀念。尙武之精神。及普通之智識。於遊戲之中。寓教誨之意。未始非補助教育之用也。茲將各種名目列左。

飛艇進行圖	三角
國旗牌	二角
英文字母牌	二角
九九數牌	一角五分
動物牌	二角
五彩從軍圖	一角
五彩交通進化圖	一角
五彩修身圖	一角
歷史遊戲圖	四分

二十四孝圖	四分
五彩打獵圖	四分
運動圖	四分
賽跑圖	四分
跑馬圖	四分
中國鐵路圖	四分
中國航路圖	四分
環遊世界圖	四分

第九編 算術

筆算類 附珠算籌算

算表類

第九編　算術

筆算類

實用筆算

一　四則

加法

1定名　集合二數或二數以上之數而使成一數。其法謂之加法。加得之總數謂之和。

2加號(＋)　置於兩數之間。以示兩數相加也。

例　6+3　謂6與3相加也。

3等號(＝)　置於兩數之間。以示兩數互相等。

例　6+3=9　乃6與3相加等於9也。

4加法之演算　先將各同位之數相加。(一位數與一位數相加。十位數與十位數相加等、)而求其和。次將各和相加而求其總和。

例　求 371, 593, 84 之和。

$$\begin{array}{r} 371 \\ 593 \\ 84 \\ \hline 1048 \end{array}$$

取相加諸數。將同位之數並列之。乃先加一位之數得8為和之一位。次加十位之數得24 此4為和之十位。將2進於百位。(此2暗記於心中)次以所進之2與百位數相加。得10 此0為和之百位。1為其千位也。

如 3.71+5.93+.84 則其算法亦如前例。

$$\begin{array}{r} 3.71 \\ 5.93 \\ .84 \\ \hline 10.48 \end{array}$$

將同位之數並列之。而其和之小數點。必與各數之小數點同行。

【法則】將同位之數。各各並列成行。下引一橫線。自一位之行始。各行各自相加。記其和於相當行下。若其和大於九。則僅將其一位之數記於相當行下。而以十位之數加於次行。

減法

5定名　從一數減去他數而求其餘數。其法謂之減法。減得之餘數謂之差。

減法僅可自大數減小數。不可從小數減大數。又其減餘之差與小數之和。卽大數。其小數名減數或名法。大數名被減數或名實。

6減號(－)　置於左右數之間。以示從左數減去右數也。

如 4−3 乃從4減去3也。

7括弧 ( ) [ ] { }　等之記號。謂之括弧。恆置於數之兩旁。乃括諸數為一數之意也。

如 5−(2−1)者。謂從2減1 又從5減其差也。

8減法之演算

例　試從 956 減去 274

$$\begin{array}{r} 956 \\ 274 \\ \hline 682 \end{array}$$

置減數於被減數之下。將同位之數並列之。自一位始。從6減4餘2為差之一位。次從十位5減7不足減。乃於左位數中借1(心中暗記之)作為十而併入本位。得15。內減7。餘8。為差之十位。如是被減數百位既借去1。尚餘8。內減減數百位2。餘6為差之百位。

如 9.56−2.74 則其算法亦如前例。將同位之數並列。順次從右向左。將各

$$\begin{array}{r} 9.56 \\ 2.74 \\ \hline 6.82 \end{array}$$

縱行行減法。卽可求得其差。惟其差之小數點。必與各數之小數點同行。因被減數有幾位小數。則其差亦有幾位小數。故須記小數點於其同行也。

【法則】置減數於被減數之下。將同位之數。各各並列成行。引橫線於其下。自一位之行始。以被減數之各行。各減去減數之各行。而記其差於相當行下。若某位之被減數。小於同位之減數。則從其左位借一。作十併入本位數而為本位之被減數。

乘法

9定名　累加甲數。使其次數與乙數相當。是謂以乙數乘甲數。

所累之甲數。名被乘數。或稱實。累加之次數即乙數。名乘數。或稱法。累加之和謂之積。又稱實及法。曰積之因數。

某數以一數乘之。於其積以第二數乘之。如此逐數連乘者。謂之連乘。其結果名連乘積。

10 乘號（×） 恆置於兩數之間。以示兩數相乘。

如 5×3 爲五乘以三。

11 乘法之演算

（一）一位數之乘法 凡習乘法。其一位數與一位數相乘之積。當讀至極熱。則運算時始便。茲列九九表如下。以便學者練習。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

（二）一位數乘多位數 以乘數乘被乘數之各位而加其積。

例 4乘762 法 先自一位始。2,4…8.此8爲積之一位。次乘十位、4,6…24.此4爲積之十位。將2寄於次位（暗記於心中）次乘百位。4,7…28.併前所寄之2爲30此0爲積之百位3爲千位。

```
 762
   4
────
3048
```

（三）多位數乘法 以乘數之各位數字。一一乘被乘數而相加。

例 求563×192

```
   563
   192
──────
  1126
 5067
 563
──────
108096
```

以一位數2乘實之積爲1126 以十位9乘實之積爲5067 此末位7爲十位。以百位1乘實之積爲563末位3爲百位。故將如此排列之數加之。即得積。

12 小數之乘法 法與整數之乘法無異。而其相乘積之小數位。等於乘數被乘數所有小數位之和。

例 求26.57×.12及.0355×.00028

```
 26.57
   .12
──────
  53 14
 2 65 7
───────
 3.18 84
```

```
      .0355
     .00028
───────────
       2840
       170
───────────
.0000099400
```

前例乘數被乘數共有小數四位。故其積亦有四位小數。後例共有小數九位。故其積亦當有九位小數。惟其結果僅有四位數字。故於左端附0五個以補足之。

【法則】自乘數之一位始。各位各乘被乘數。並書各積。令其一位數。在乘數之相當位下。而求各積之和。 若小數乘法。則以法實小數位之和爲積之小數位。

13 某位爲0之乘法 乘數之某位爲0。其分乘積亦爲0。故可略之而即進於次位。

乘數及被乘數之右端若有0。則可先去其0而求兩數之積。後視兩數右端共有若干0即附若干0於積之右端。爲所求積。

例 360300×10050

```
    360300
     10050
──────────
    18015
   3603
──────────
3621015000
```

被乘數右端有二0乘數右端有一0故附三0於積之右端。

14 10, 100, 1000, 或 .1 .01, .100, 之乘法

附一0於任一數之右端。則其各位數。皆爲此數各位數之十倍。即十倍其全數也。依此以10乘某數者。其積即等於附0於其數之右端

也。而以 100, 1000 等乘者。祇須附二0,三0,等於其數之右端即得。而此 10, 100, 1000 等。稱爲十進數之乘法。

例　$123\times10=1230$

$123\times1000=123000$

依同理以 10, 100, 10000 等乘小數者。可視乘數有若干 0 即將小數點移右若干位。

例　$1{\cdot}23\times10=12{\cdot}3$

$1{\cdot}23\times1000=1230$

依同理以 ·1, ·01, ·001 等乘者。可視乘數之小數位有若干。即將被乘數之小數點。亦移左若干位。

例　$12{\cdot}3\times{\cdot}1=1{\cdot}23$

$1230\times{\cdot}001=1{\cdot}23$

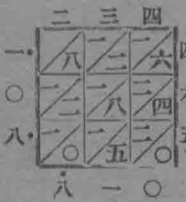
附、鋪地錦算法

鋪地錦爲舊時筆算法之一種。用於乘法之演算頗爲簡便。以一定之格式。分記各數。能使位置秩然不紊。其法有足述者。

佈算之形式。與西式之以行次別者。大略相似。惟西式僅有橫列。可以查見某法數與諸實數相乘之積。而此則有橫格。以顯某法數與諸實數相乘之積。又有縱格。以顯某實數與諸法數相乘之積。更有斜格。以分別乘積之箇位與十位。似較西式爲密。是亦學算者所不可不知也。

法先畫縱橫線相交。使成方格。更於方格中畫一斜線。格之多少。依法實之位數而定。實數幾位。則畫縱線幾行。法數幾位。則畫橫線幾行。使各相交成格。乃於格外之上端列實數。右端列法數。法實相乘。記其乘積之箇位數於斜線之下格。十位數於斜線之上格。乘畢。在同一斜線內之數併計之。自箇位起。依次逆數而上。即得所求之乘積。

例如二三四與四六五相乘。其式如下。



此因法實俱爲三位。故縱橫各列三格。格內之斜線。所以別乘積之箇位與十位也。如匝以二三四爲法。書列於格之上端。以四六五爲實。書列格之右端。以實之箇位。先乘法之箇位。得二〇。記〇於斜線之下。記二於斜線之上。次乘法之十位。得一五。又次乘法之百位。得一〇。依前法分別記之。　又以實之十位遍乘法數。得數各記於相當之格內。　又以實之百位遍乘法數。得數亦各記於相當之格圖。乘畢。依斜線併計其乘積。凡在同一斜線內者。各數相併。逾十者用點計之。

15 方乘　相等數之連乘積。名方乘積。即相等二數之積。名自乘積。或名平方積。相等三數之積名三乘積。或名立方積。相等四數、五數之積。名四乘積、五乘積。餘類推。

如 $5\times5=25$ 爲 5 之自乘積。$5\times5\times5=125$ 爲 5 之三乘積。

依此求方乘積。其寫式甚覺繁雜。故另立一簡便之法。將連乘積之次數。用小數字。記於其數之右肩以表明之。此右肩之數名指數。

如 5^2 爲 5 之平方積。5^4 爲 5 之四乘積。

方乘之乘法如下例。

例一　$9^3\times9^4=(9\times9\times9)\times(9\times9\times9\times9)=9^7=9^{(3+4)}$

故同因數之方乘積相乘。其積等於以各指數之和爲指數之方乘積也。

例二　$(9^2)^3=9^2\times9^2\times9^2=9^{(2+2+2)}$

$=9^{(2\times3)}$

故某數若干方乘積之若干方乘。其積等於以兩指數之積爲其指數之方乘積也。

除法

16 定名　求甲數中含有乙數之幾倍。是謂以乙數除甲數。其所得之倍數謂之商。

故除法全爲乘法之反法。乃知兩個因數中

之一及積、而求餘一因數之法也。此甲數名被除數。或名實。乙數名除數。或名法。

除法亦有除不盡者。其所餘之數曰餘數。餘數恆比除數小。

能除盡而無餘數。謂之整除。

17 除號(÷) 置於兩數中間。以示用右數除左數也。

如 21÷3 爲二十一以三除之。

18 除法之演算

(一)一位數之除法 法與商俱爲一位時。可依乘法之智識而直除之。如 6 除 48 可呼 6,8…48. 卽知其商爲 8. 6 除 50 者。可呼 6,8…48, 6,9…54. 卽知其商爲 8,而餘數爲 $50-48=2$.

(二)多位數之除法 法分被除數爲數部而除之。

例　求 1854086÷261

```
261)1854086 |7103…商
    1827
      270
      261
        986
        783
        203……餘數
```

其商或以 $7103\frac{203}{261}$ 記之。答

於被除數之左端。取小於 261 之十倍數 1854 乃以 261 度之。知其中含有 7 個 261 卽知商之首位爲 7 從此數減去 $261\times7=1827$ 而得 27 併被除數之次位 0 爲 270 此中僅含有一個 261 故商之次位爲 1 從 270 減 261×1 得 9 依前併次位 8 而得 98 因 98 比 261 小。故商之又次位爲 0 再以末位 6 併入之。則爲 986 如是則商之末位爲 3 而餘數爲 203 惟除法若有餘數時。可作一橫線而記餘數於上。記除數於下。故其商又可以 $7103\frac{203}{261}$ 記之。

(三)除數僅爲一位之除法 算法與前無異。惟演算練習若已純熟。則各次之餘數。又可略之不記、而將其商書於被除數之下。(將各次位之餘數併實之次位、暗記心中、以爲次商實、)

例　求 586÷4

```
4)586
  146……2 或 =146 2/4
```

答

19 小數之除法

被除數與除數。各以同一之數乘之。其商之值不變。故演算小數除法時。恆以 10 之若干方乘積。乘被除數及除數。而化除數爲整數。然後依整數除法除之也。

例一　求 1·4274÷·061

```
61)1427·4(23·4
   122
    207
    183
     244
     244
       0
```

以 1000 乘二數。而化除數爲整數。然後依法除之。以 61 除 142(2 爲十位數)得 2 爲商之十位。由是續商之。得次商 3 爲一位數。又次商 4 爲分位數。故小數點當置於 3 之右。

例二　求 ·00876÷5·4

```
54)·0876(·001622
    54
    336
    324
     120
     108
      120
      108
       12
```

以 10 乘二數。而化除數爲整數。如前法除之。而得首商 1 其所取首商實乃 87 毫。故 1 爲商之毫位。如是續除之。而至被除數之數字取盡後。乃附 0 於餘數。再除之。

(注意)　如例二。除至任何位。終不能盡。故計算小數時。可依問題之性質。求至小數若干位止。其小數末位之下一位數。若不小於 5 則可進於末位而爲 1 如小於 5 則棄之不計。此謂之四捨五入法。

【法則】先視法實之首位孰大。設法首位小於實首位。則按法有幾位。卽照截實之右端幾位爲第一商(初商)實。若法之首位大於實之

首位。或法實首位相等。而次位以後。法大於實者。則多截一位。爲第一商實。乃察實首位足容法首位幾倍。以其倍數乘法。其積若不大於實。卽以此倍數爲商之首位。（若其積大於實、則當退商、而以積於實內減去之。自其餘數之右端。續取實之次位。爲次商實之本位。依前法得商之次位。如是遞推。至實之各位取盡而止。若附實之次位於餘數之右端後。其數比法小。則商之次位爲 0。乃更附以實之次位。尚小。則商又爲 0。而復附實之次位。至其數大於法而止。

小數除法。則法實各以 10 之若干方乘之。而化法爲整數。乃依上法除之。惟其定位法最宜注意。法視首商實之末位。爲何位數。卽定商之首位亦爲何位數。卽得。

20 末位有 0 之除法 可將 0 消去之。視消去有幾 0。卽於被除數之右端亦消去幾位而除之。乃將末位之殘數幷被除數上所消去之數字爲此除式之餘數。

例 求 1883720÷23000

```
23000)1883720(81
      184
       43
       23
      20720……餘數
```

21 10, 100, 1000 或 ·1, ·01, ·001, 之除法

以 10 之若干方乘積除小數者。視除數有若干 0 卽將小數點移左若干位。或以 ·1 之若干方乘積除小數。視除數之小數位有若干。卽將小數點移右若干位。

如以 100 除 12, 344，可將其小數點移左二位。而得 ·12344。以 ·001 除 12·344。可將其小數點移右三位而得 12344。卽爲所求之商。

二 複名數

22 定名 用一個單位之名數。謂之單名數。併用二個或二個以上之名數。謂之複名數。

如云三十二人。則僅用一人爲單位。故爲單名數。若五里十三步四尺。卽併用里、步、尺三單位者。故爲複名數。

單名數無論整數小數。必皆合於十進法。而複名數。則各位間之關係。非必合於十進法者。此所以另有複名數之算法也。

23 基本單位及補助單位 計算時所用爲標準之單位數。曰基本單位。其餘皆謂之補助單位。

甲種權度

甲種權度、卽營造尺庫平制。爲我國之舊制也。

24 長度 度物體之長短厚薄廣闊。及二點之距離里程等所用之名稱也。 基本單位爲尺。

1 度 =200 里　1 里 =180 丈 =360 步

1 丈 =2 步　1 步 =5 尺

1 尺 =10 寸　1 寸 =10 分

1 分 =10 釐　1 釐 =10 毫

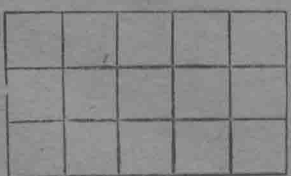
通常里、丈、步、尺等。用以度道路江河等之長短。丈、尺、寸、分等。用以度器物布帛等之長短。

25 面積 度物體之表面或地面等之大小者也。恆以長度單位爲邊而作正方形之面積爲單位。

如邊一尺之正方形面積爲單位者。名平方尺。一分之正方形面積爲單位者。名平方分。

由是矩形之面積。當以其長闊相乘之積表明之。

設有長五尺闊三尺之矩形。如下圖。以線區分之。則每列有五個一平方尺。共三列。故全面積爲五平方尺之三倍。卽 $5\times3=15$ 平方尺。依此理一平方尺（其

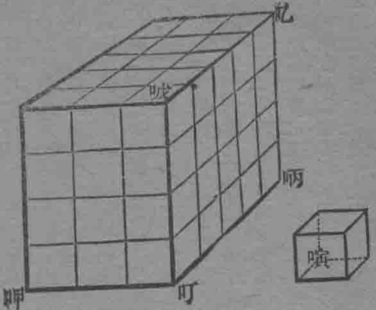


邊十寸之正方形面積)爲百(卽10×10)平方寸。一平方寸爲百平方分可知矣。

基本單位爲平方尺。惟地積以方步爲基本單位。

1方里 =540 畝　1頃 =100畝
1 畝 =10 分　1畝 =240 方步
1 分 =6 方丈　1分 =24 方步
1方丈 =4 方步　1方丈 =100方尺
1方步 =25 方尺　1 方尺 =100方寸
1方寸 =100 方分

26 體積 用以度體積大小者也。當以長度單位爲邊而作立方形之體積爲單位。



如一尺爲邊之立方體積名一立方尺是也。

由是矩形之體積當以長闊高相乘之積表明之。

設有長五尺闊三尺高四尺之矩形體積。如上圖。以面區分之各小區分皆爲一立方尺。其上層之積。有 3×5=15 小區分。卽爲十五立方尺。如是者共有四層。則全體積必爲其四倍。卽 3×5×4=60 立方尺。依此理。一立方尺爲千(卽 10×10×10) 立方寸。一立方寸。爲千立方分可知矣。

基本單位爲立方尺。

1 立方丈 =8 立方步 =1000 立方尺
1 立方步 =125 立方尺
1 立方尺 =1000 立方寸
1 立方寸 =1000 立方分

惟容量本與體積相通。故亦入體積類。

基本單位爲升。其體積爲三十一立方寸六百立方分。

1石=10斗　1斗=10升　1升=10合
1合=10勺　1勺=10抄　1抄=10撮
1撮=10圭　1圭=6粟

27 重量 權輕重所用者也。基本單位爲兩。兩與斤以及錢分釐毫之關係如次。(毫以下尙有絲忽微纖等名稱)

1引=200斤　1斤=16兩　1兩=10錢
1錢=10分　1分=10釐　1釐=10毫

乙種權度

乙種權度卽萬國通制。亦卽法國邁當法。我國權度法所採用者也。

28 長度 基本單位爲公尺。其長等於地球子午線四千萬分之一。

公尺合營造尺3·125尺。合海關尺2·7983尺。

自公尺次第十倍之。謂之公丈、公引、公里。自公尺次第十分之。謂之公寸、公分、公釐。

1 公里 =10 公引　1 公引 =10 公丈
1 公丈 =10 公尺　公尺 =10 公分
1 公分 =10 公釐

29 面積 基本單位爲方公尺。卽每邊一公尺之正方面積。

1 方公里 =100 方公引
1 方公引 =100 方公丈
1 方公丈 =100 方公尺
1 方公尺 =100 方公分
1 方公分 =100 方公釐

量地積之全本單位曰公畝。合甲制16·276畝。

1公頃=100公畝　1公畝=100公丈

30 體積

30 體積 基本單位爲立方公尺。即每邊一公尺之立方體積。其常用者爲立方公釐。

1 立方公釐 =.000001 立方公尺

1 立方公分 =.001 立方公尺

容量之基本單位爲公升。即一立方公寸也。自公升次第十倍之。謂之公斗、公石、公秉。自公升次第十分之。謂之公合、公勺、公撮。

1公秉=10公石　1公石=10公斗

1公斗=10公升　1公升=10公合

1公合=10公勺　1公勺=10公撮

31 重量

31 重量 基本單位爲公分。以一立方公釐之器注以攝氏4度蒸汽水而令其重爲1公分。

1 公分合庫秤 .026809 兩。

自公分之十倍之名。謂之公錢、公兩、公斤、公衡、公石、公鐓　自公分十分之。謂之公釐、公毫、公絲。

1公鐓=10公石　1公石=10公衡

1公衡=10公斤　1公斤=10公兩

1公兩=10公錢　1公錢=10公分

1公分=10公釐　1公釐=10公毫

1公毫=10公絲

貨幣

32 貨幣 我國幣制。現用銀本位。依國庫條例之規定、每元重庫平七錢二分爲正幣。餘以銀銅鎳製者爲副幣。而以元爲單位。其制如下。

1元=10角　1角=10分　1分=10釐

此外又有用碎銀元寶以重量計者。謂之銀兩。銀兩之兌銀元價值隨時隨地不同。其詳參觀第二十五編貨幣類。

時間

33 時間 時間以日爲基本單位。通常所謂一日者。自夜半十二點鐘始至次夜之十二點鐘止。又每日之前半稱午前。後半稱午後。其曆法有二種。如下。

陰曆 以太陰與日會合一次爲一月。故名陰曆。即我國向時所用者。其實太陰會日一次約 29 日 12 點鐘 44 分 3 秒。而每月必取整日。故分大小以消息之。每年猶有餘日。則置閏月以歸納之。三年一閏。五年二閏。十九年七閏。

1 平年 =12 月　1 閏年 =13 月

1 大月 =30 日　1 小月 =29 日

1 日 =12 時　1 時 =8 刻

1 刻 =15 分

陽曆 以地球繞太陽一週爲一年。故名陽曆。爲泰東西各國所通用。近自改革以來。吾國亦採用陽曆矣。

1週 =7 日　1日=24小時(即點鐘)

1小時=60分　1分=60秒

1年=12月　凡平年365日　閏年366日

大月=31日 (一、三、五、七、八、十、十二等月) 是也。

小月=30日 (四、六、九、十一等月) 是也。

惟二月則平年28日　閏年29日。

角度

34 角度 角度之基本單位爲圓周。

1 圓周=4直角=360度

1 直角=90度(度之記號用°)

1 度=60分(分之記號用′)

1 分=60秒(秒之記號用″)

其記號恆置於數之右角如三十二度十五分六秒則書 32° 15′ 6″

一直角亦稱一象限。

又有以 30 度稱爲宮者惟星學家用之。

通法及命法

35 通法 以複名數化爲單名數曰通法。

上列諸表中大半皆依十進法者如丈、尺、寸、分、石、斗、升、合等是也。此等皆可依單名數法處之。如云一石二斗三升四合以斗爲單位者可以 12.34 記之。以合爲單位者可以 1234 記之。

是直以整數或小數表之可也。若五里三步四尺。則自尺至步至里。皆非十進。決不可以1234記之也明矣。故凡遇此等當先化爲單名數。然後演算。

試設例以明之。

例一 二里十五步四尺。化爲尺數。

解 2 里 ＝360×2＝720 步

2 里 15 步 ＝720＋15＝735 步

＝5×735＝3675 尺

2 里15步4尺＝3675＋4＝3679尺答

略之則如下式。

2 里15步4尺＝(2×360＋15)×5＋4

＝3679 尺 答

例二 三日十六小時二十五分三十秒。化爲日數。

解 以30秒變爲分＝30÷60＝·5分。

故25分30秒＝25＋·5＝25·5分。

次以25·5分變爲小時＝25·5÷60＝·425小時。

故16小時25分30秒＝16·425小時。

又以 16·425 小時變爲日＝16·425÷24＝·684375 日。

故 3 日 16 小時 25 分30秒＝3＋·684375＝3·684375日。 答

36 命法

化單名數爲複名數曰命法。

例一 3679尺。試以里步尺表之。

解 5)3679尺

735步 4 尺

360)735步(2里

720

15步

故得 2 里 15 步 4 尺 答

37 複名數四則

複名數之加減乘除。先化複名數爲單名數。然後加減乘除。其結果再化爲複名數。依此演算。甚屬煩雜。故可變通其法。不必盡化複名數爲單名數也。

38 加法及減法

各位間之關係。非必爲十進者。故較之單名數加減法。當稍注意。

例一 求 2 畝 224 方步 24 方尺、加 1 畝 55 方步 18 方尺。

畝	方步	方尺
2	224	24
1	55	18
3	279	42
4	40	17

將同等之數各各並列相加。得尺位之和42。原等於 1 步 17 尺。故以 17 爲和之尺位。而進 1 於步位。如是則步位之和爲 280 卽等於 1 畝 40步。故以 40 爲和之步位。而進 1 於畝位。故和之畝位爲 4

例二 求 3 里 3 步 4 尺與 1 里 300 步 2 尺之差。

里	步	尺
3	3	4
1	300	2
1	63	2

尺位之差爲2。而步位則減數大於被減數。不足減。故當化被減數 3 里 3 步爲 2 里 363 步。由是步位之差爲 63。里位之差爲 1。

【法則】複名數之加法。將各單位分別相加。而以各單位之和。用命法化之。減法則各單位分別相減。若被減數某單位小於減數。則從高位借一再減。

39 乘法及除法

當以乘數分別乘被乘數各位。不可混雜。因其各位間之關係非必爲十進者也。

例一 3 磅 6 志 12 片以 13 乘之。

磅	志	片
3	6	12
		13
39	78	156
4	13	
43	11	答

以 13 分別乘被乘數各位。得 39 磅 78 志 156 片。惟 156 片卽 13 志。當進於志位而得91志。而 91 志卽 4 磅 11 志。故卽得積之片位爲 0。志位爲 11。磅位爲 43。

例二 求 10 日 18 小時 23 分 ÷7 得若干。

先以 7 除 10 日。得商 1 日。餘數 3 日。將三日化小時。得 72 小時。與 18 小時相加。得90

小時。次以7除90小時。得商12小時。殘數6小時。以下再如前法化小時之餘數爲分。化分之餘數爲秒。逐漸除之。如下式。

日　7)10　　小時　18
　　1日
餘3×24=72小時
　　7)90小時
　　　12小時
　　餘6×60分

分　23
　　360
7)383
　　54分
餘5×60秒

秒　0
7)300
　　42
餘6秒

故求得1日12小時與54分42秒餘7分之6秒　答

例三　設某人一分能行六十五步四尺。今有甲地至乙地。費二小時八分。問甲乙距離若干。

化2小時8分=128分。(34)

65步4尺×128得8320步512尺

即8422步2尺。

將步數用命法化之=23里142步2尺。

例四　二小時八分行路二十三里一百四十二步二尺。一分時行路若干。

本例全爲前例之反對。故其算法亦與前例反對。2小時8分=128分。

23里142步2尺÷128=65步4尺。

(例二)

例五　18小時3分10秒。爲40分25秒之幾倍。

凡遇此等問題。當化除數與被除數爲同單位之單名數。然後如通常之法除之。

18小時3分10秒=64990秒。(79)

40分25秒=2425秒。(79)

64990秒÷2425=26.8倍。　答

【法則】不名數乘複名數者。將乘數分別乘被乘數之各單位。而以各單位之積。用命法化之。

不名數除複名數者。自高位起。而以所得之殘數用通法化之。併入次單位。而爲次單位之被除數。

複名數乘除複名數者。化乘除數爲單名數。然後如法乘除之。除法之除數被除數若爲同名數。則當化之爲同單位之單名數。然後如通常之法除之。

40 經緯度　時差

與赤道相交至南北兩極之弧線。曰經度線。與赤道平行繞地球一周之弧線。曰緯度線。

各地之經度線。謂之子午線。因太陽經過其地之經度時。即其地之正午時也。而子午線中。又有本初子午線。

由各國協議。以英國格臨維基天文臺子午儀經過之子午線。爲本初子午線。

經緯度亦如弧度。以度分秒計算。經度由本初子午線算起。偏東者謂東經幾度。偏西者謂西經幾度。至其終皆一百八十度。而本初子午線爲零度。

緯度由赤道算起。偏南者謂南緯幾度。偏北者謂北緯幾度。而赤道線爲零度。

41

故知兩地經度而求經差（經度之差）者。設兩地均爲東經或西經。則相減。若一爲東經一爲西經。當相加。

例如甲地在東經145°14′。乙地在東經92°15′。則此兩地之經差爲145°14′−92°15′=52°59′。而知甲地在乙地之東52°59′。

又若甲地爲東經3°55′。乙地爲西經18°5′。則其經差爲3°55′+18°5′=22°。是甲地在乙地之東22°也。

依此法所求之度數。若大於180°者。當從360°內減去之。以其差爲經差。

例如甲地爲東經125°18′。乙地爲西經128°23′。則其經差爲125°18′+158°23′=283°41′。從360°內減去之。得76°19′。是甲地在乙地西76°19′也。蓋地球全周360°。

故甲地在乙地東283°41′.無異於在乙地西76°19′也。

42 地球一日（卽24小時）迴轉地軸一周。故自地球上望太陽。恰如太陽於24小時間自東而西環繞地球一周。（卽360°）

既假設太陽爲如此運行。則太陽經過某地之子午線（卽正午）時。從此以東之子午線。在太陽已經過之後。（卽午後）而以西之子午線。在太陽未經過之前。（卽午前）然則東地較西地早見太陽、可知各地之經度不同。故各地之時刻亦異、今將經差及時差之關係表之如下。

經差360° 生時差24小時
經差 1° 生時差24÷360×60=4分
經差 1′ 生時差4÷60×60=4秒
經差 1″ 生時差4÷60=1÷15秒
又時差24小時生經差360°
時差1小時生經差360÷24=15°
時差1分 生經差15′
時差1秒 生經差15″

43 時差與經差之算法

I. 知經差求時差。

例 甲地爲東經21°15′27″.乙地爲西經16°33′18″.問甲地之午後1小時7分13秒。爲乙地之幾時。

兩地之經差爲 21°15′27″+16°33′18″=37°48′45″

惟因每時差1小時。生經差15°.故欲知時差之數。應以15除其經差之數。

```
15)37°          48′        45″
   30
     7×60′=420′          180
           468′           225
            45             15
            18             75
            15             75
              3×60″         0
(2時  31分  15秒
```

答 卽兩地時差爲2時31分15秒。又因乙地在甲地之西。則乙地時刻遲於甲地。故所求時刻爲從午後1時7分13秒減2時31分15秒。卽從午前（12小時+1小時7分13秒）減2小時31分15秒=午前10小時35分58秒。

此卽東地之時刻加時差爲西地之時刻。依同理。西地之時刻減時差卽東地之時刻可知。

II. 知時差求經差。

例 西經15°30′之地。當午後3小時23分之時。問該時在何處適爲午前10小時。

時差=12小時+3小時23分減10小時=5小時23分。

```
  5小時  23分
         15
─────────────
  80°    45′
```

故經差=80°45′

惟考題意。知所求之地。其時刻較晚於西經15°30′之地。是知所求地在西經15°30′之西80°45′.

故所求經度=西經（15°30′+80°45′）=西經96°15′. 答

【法則】經差求時差。法將經差十五除之。卽得時差。時差求經差。法將時差十五乘之。卽得經差。

三 整數之性質

44 偶數與奇數

偶數者。二能除盡之數也。奇數者。不能以二除盡之數也。

如2·4·6·8·10……等爲偶數也。1,3,5,7,9……等爲奇數也。

45 約數與倍數

甲數得除盡乙數時。則甲數爲乙數之約數。（或因數）乙數爲甲數之倍數。

如3可以除盡12則此二數中3爲12之約數。12爲3之倍數。

（注意） 無論何數皆可爲本數及1除盡。

46 倍數之求法

欲考某數合於何數

之倍數就以下諸則求之頗覺便利。

10, 100, 等之倍數 10之若干方乘積之倍數其右端必有若干0（0之數與指數同）

如 6400 右端有二0 卽爲 $10^2=100$ 之64倍。

2之倍數 凡數若末位爲0或爲偶數者。則其數爲2之倍數。蓋以10之倍數及一切偶數皆可以2爲約數故也。

5之倍數 凡數若末位爲0或爲5則其數爲5之倍數。

4之倍數 凡數若末二位爲0或爲4之倍數者則其數爲4之倍數。

25之倍數 凡數若末二位爲0或爲25之倍數者則其數爲25之倍數。

（注意） 由以上諸例推之卽可知無論何數若其末幾位爲0或爲2與5之幾方乘積（其位數與方乘積之指數相同）之倍數者則其數亦必爲2與5之同方乘積之倍數也。

8之倍數 因8爲2^3故凡數之末三位若爲0或爲8之倍數則其數爲8之倍數。

125之倍數 因125爲5^3故凡數之末三位若爲0或數125之倍數者則其數爲125之倍數。

9之倍數 凡數各位數字之和若爲9之倍數者則其數爲9之倍數。

3之倍數 凡數各位數之和若爲3之倍數者則其數爲3之倍數。

6之倍數 凡偶數若爲3之倍數者則其數爲6之倍數。

11之倍數 凡數若各奇位數字和與各偶位數字和相等或其差爲11之倍數者則其數爲11之倍數。

7之倍數 凡數。20倍其末位數。與上位數之較若可以7除盡或爲0者。則其數爲7之倍數。

13之倍數 凡數。40倍其末位數。與上位數之和若可以13除盡者則其數爲13之倍數。

17之倍數 凡數。50倍其末位數與上位數之較若可以17除盡或爲0者則其數爲17之倍數。

19之倍數 凡數。20倍其末位數。與上位數之和若可以19除盡者則其數爲19之倍數。

素數與非素數

47 素數 素數者。除一與本數外。無他數可以約盡之數也若除一與本數之外尚有他數可以約盡者。其數謂之非素數。

如2,3,5,7,11,13等爲素數。4,6,8,9,等爲非素數。

（注意） 除2之外。一切偶數皆爲非素數。卽除2之外。一切素數皆爲奇數。

48 素數之判別 凡欲判定某數爲素數與否無他法惟將各素數2,3,5,7,11,13,17,等逐次除之至其商小於除數而止。

例 試判269爲素數否。

以2,3,5等逐次除269而試之。知皆不能除盡惟以17除之之商小於17.由是知以17以上之數除之其商必皆小於17而不能除盡者故知269爲素數。

互素數 凡二數若除1之外。無公同之約數者曰互素數。

如4與9,互素數也。因此二數除1之外。無公同之約數故也。

（注意） 二數以上之數。若有二數爲互素數。則衆數皆爲互素數。

49 因數及素因數 凡數爲諸數相乘而生者。則此相乘諸數爲其數之因數而因數中之素數。謂之數因素。

如12爲3×4或2×6所生之數。故3,4,2,6皆爲12之因數。又12卽2×2×3所生之數故2,2,3,爲12之素因數。

50 因數之分解　凡非素數。可分解爲素因數。

例　求 2394 之素因數。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2364 \\ \hline 3 & 1197 \\ \hline 3 & 399 \\ \hline 7 & 133 \\ \hline & 19 \end{array}$$

先以 2 除之。知 $2394=2\times1197$.

又以 3 除其商。知 $2394=2\times3\times399$.

又以 3 除其二次之商。知 $2394=2\times3\times3\times133$.

又以 7 除其三次之商。知 $2394=2\times3\times3\times7\times19$.

而 19 爲素數。故此數之素因數爲 2,3,3,7,19 也。

【法則】先取可以除盡之素數除之。其商若爲非素數。則再取可以除盡之素數除之。至其商爲素數而止。其各除數及最後之商。皆爲其數之素因數也。

（注意）欲分解某數爲素數與否。既無簡法。惟有順次用 2, 3, 5, 7, 11,…等諸素數求之。至求得之商小於除數。即可確認其數爲素數。

今揭從一到一千之素數表於次。以便初學者檢視之用。

素數表

1	2	3	5	7	11	13	17	19	23
29	31	37	41	43	47	53	59	61	67
71	73	79	83	87	97	101	103	107	109
113	127	131	157	139	149	151	157	163	167
173	179	181	191	193	197	199	211	223	227
229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
281	283	293	307	311	313	317	331	337	347
349	353	359	367	373	379	383	389	397	401
409	419	421	431	433	439	443	449	457	461
463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599
601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701	709	719	727
733	739	743	751	757	761	769	773	787	797
809	811	821	823	827	829	839	853	857	859
863	877	881	883	887	907	911	919	929	937
941	947	953	967	971	977	983	991	997	