

用大地测量资料反演的1976年 唐山地震的位错模式

陈运泰
林邦慧
王新华

黄立人
刘妙龙

(国家地震局地球物理研究所) (国家地震局测量大队)

摘 要

运用反演理论探讨了由“零频”资料反演大地震震源模式的基本原理和方法,并用大地测量资料反演了1976年唐山7.8级地震的位错模式。得到的结果表明唐山地震的发震构造是一个总体走向为北东 49° 的右旋-正断层,断层面倾向南东,倾角 76° 。这个地震的断层长84公里,宽34公里,走向滑动错距459厘米,倾向滑动错距50厘米,地震矩 4.3×10^{27} 达因-厘米,应力降29巴,应变降 4.3×10^{-4} ,释放的能量 3.7×10^{23} 尔格。由形变资料反演的平均错距和地震矩远大于由地震波资料定出的平均错距(270厘米)和地震矩(1.8×10^{27} 达因-厘米),它表明在地震区的地壳内震前可能已经发生了无震滑动——断层蠕动。无震滑动的规模比主震还要大一些,它的矩估计约为 2.5×10^{27} 达因-厘米。唐山地震前虽然没有前震,但是却有规模这么大的“震前蠕动”,这可能是唐山地震与其他许多有前震的地震(如海城地震)的根本区别,它的许多与别的地震不同的前兆可能与此有关。

一、引 言

自从弹性位错理论引进地震学领域以来^[1-4],位错就作为地震震源的一种理想化的模式而得到相当广泛的研究和应用^[5-14]。根据这个理论,可以运用地面的持久位移、地倾斜和地应变等“零频”地震资料反演地震的震源参数^[14-22]。但是,迄今在运用观测资料反演震源参数时往往是采用试错法或网格搜寻法,有时也采用随机尝试法;并且往往是采用最简单的位错模式。用试错法得到的结果,在相当大的程度上受主观判断的影响,故所得结果的可靠性较差。用网格搜寻法或随机尝试法反演震源模式时,是在预先得定的参数空间内搜寻或尝试。人们不可能寻遍或试遍所有的模式,所以这种搜寻或尝试总是欠周到的。为了克服上述方法的缺点,我们运用近十年来发展起来的反演理论探讨由静力学形变资料反演大地震震源模式的原理和方法,并用大地测量资料反演1976年唐山7.8级地震的震源模式。

二、用大地测量资料反演震源模式的原理

1. 经典的最小二乘估计

设在均匀、各向同性和完全弹性的半无限介质中有一个和地面斜交成 θ 角、长度为

$2L$ 、宽度为 W 的矩形断层。这种断层引起的地震位移场可以由弹性静力学位错理论求得^[8,14]。将直角坐标系 (x_1, x_2, x_3) 的原点置于地面,以断层走向为 x_1 轴,以其倾向为 x_2 轴,以垂直地面向下的方向为 x_3 轴(图 1),则在这个坐标系(震源坐标系)中,任一观测点的位移分量 $u_k (k = 1, 2, 3)$ 都可以表示为^[8,14]

$$u_k = u_k(x_1, x_2, x_3; \theta, L, d, D, \Delta U_s, \Delta U_d), \quad (1)$$

式中, (x_1, x_2, x_3) 是观测点的坐标, d 是断层面的上界, $D = d + W$, 是断层面的下界, ΔU_s 是走向滑动错距, ΔU_d 是倾向滑动错距。现在,另取一个坐标系 (X_1, X_2, X_3) , 也将

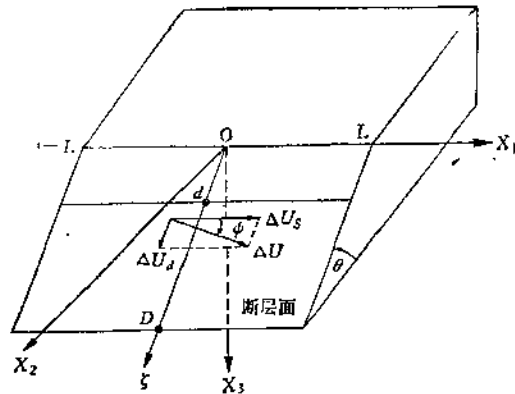


图 1 矩形断层模式

其原点置于地面,但 X_1 轴指向北, X_2 轴指向东, X_3 轴仍向下。设震源坐标系的原点在这个坐标系(地理坐标系)中的坐标为 $(S_1, S_2, 0)$, 并设 x_1 轴和 X_1 轴之间的夹角(断层的走向)为 α , 那么在地理坐标系中坐标为 (X_1, X_2, X_3) 的观测点的位移分量 $U_k (k = 1, 2, 3)$ 为:

$$\begin{cases} U_1 = u_1 \cos \alpha - u_2 \sin \alpha, \\ U_2 = u_1 \sin \alpha + u_2 \cos \alpha, \\ U_3 = u_3. \end{cases} \quad (2)$$

因为两个坐标系间有如下的坐标变换关系:

$$\begin{cases} x_1 = (X_1 - S_1) \cos \alpha + (X_2 - S_2) \sin \alpha, \\ x_2 = -(X_1 - S_1) \sin \alpha + (X_2 - S_2) \cos \alpha, \\ x_3 = X_3. \end{cases} \quad (3)$$

所以,

$$U_k = U_k(X_1, X_2, X_3; \alpha, \theta, L, d, D, \Delta U_s, \Delta U_d, S_1, S_2). \quad (4)$$

为简便起见,以 $x_j (j = 1, 2, 3, \dots, m)$ 表示 (4) 式中的模式参数 $\alpha, \theta, L, d, D, \Delta U_s, \Delta U_d, S_1, S_2$ 。以 y 表示位移的某一分量,则

$$y = f(x_j). \quad (5)$$

以 y_i^1 表示位移的第 i 个观测值,以 $y_i = f_i(x_i)$ 表示相应的理论计算值,则残差为

$$e_i^1 = y_i^1 - f_i(x_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (6)$$

式中, $f_i(x_i)$ 是 x_i 的函数。我们将它在某一初始值 x_i^0 处作泰勒展开,然后略去二次和二

次以上的高次项:

$$e_i^1 \doteq e_i \equiv y_i^1 - \left[f_i(x_i^0) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Delta x_j \right], \quad (7)$$

式中,

$$\Delta x_j = x_j - x_j^0. \quad (8)$$

若以 Δy_i 表示观测的残差:

$$\Delta y_i \equiv y_i^1 - f_i(x_i^0), \quad (9)$$

以 A_{ij} 表示偏导数矩阵:

$$A_{ij} = [\partial f_i / \partial x_j]_{x_j^0}, \quad (10)$$

则 e_i 可以解释为观测的残差减去理论的残差 ($0 - C$ 残差):

$$e_i = \Delta y_i - A_{ij} \Delta x_j. \quad (11)$$

用矩阵符号, 可以把上式表示成紧凑的形式:

$$\mathbf{e} = \Delta \mathbf{y} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}. \quad (12)$$

若观测方程的个数 n 大于模式参数 x_i 的个数 m , 则方程组 (12) 便是不相容的方程组。在这种情形下, 可以按最小二乘准则求解, 这就是使残差平方和

$$S = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\Delta \mathbf{y} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{x})^T (\Delta \mathbf{y} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}) \quad (13)$$

取极小值, 以获得模式参数的改正向量 $\Delta \mathbf{x}$ 的估计值 $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ 。式中, T 表示转置。按最小二乘准则不难得到下列的正则方程:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{y}, \quad (14)$$

此时, 如果 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 是非奇异矩阵, 则可得到 $\Delta \hat{\mathbf{x}}$:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{y}. \quad (15)$$

按广义反演理论的说法^[3], 所谓反演问题就是: 给定一个向量 $\Delta \mathbf{y}$, 要求一个向量 (“真实”参数) $\Delta \mathbf{x}$, 使满足

$$\mathbf{A} \Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{y}. \quad (16)$$

这也就是要求得一个算子 $\mathbf{H}$, 使得它作用于 $\Delta \mathbf{y}$ 后得到 $\Delta \mathbf{x}$ 的估计值 $\Delta \hat{\mathbf{x}}$:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H} \Delta \mathbf{y}. \quad (17)$$

上式中的 $\mathbf{H}$ 称为广义反演算子。对比 (15) 和 (17) 两式, 可知在最小二乘估计情形下,

$$\mathbf{H} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T. \quad (18)$$

将 (16) 式代入 (17) 式后得到:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{R} \Delta \mathbf{x}, \quad (19)$$

式中, 算子

$$\mathbf{R} = \mathbf{H} \mathbf{A} \quad (20)$$

是把 “真实” 参数 $\Delta \mathbf{x}$ 和估计的参数 $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ 联系起来的 “窗” 或滤波器, 因而可以称之为 “分解度” 算子。显而易见, 对于最小二乘估计来说, $\mathbf{R}$ 等于单位矩阵 $\mathbf{I}$:

$$\mathbf{R} = \mathbf{H} \mathbf{A} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}. \quad (21)$$

换言之, 由最小二乘法得到的参数是完全分解了的。

若以 $\Delta \hat{\mathbf{y}}$ 表示 $\Delta \mathbf{y}$ 的理论计算值, 即

$$\Delta \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{A} \Delta \hat{\mathbf{x}}, \quad (22)$$

那么将 (17) 代入上式后可以得到

$$\Delta \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{A} \mathbf{H} \Delta \mathbf{y} = \mathbf{S} \Delta \mathbf{y}. \quad (23)$$

上式中, 算子

$$\mathbf{S} = \mathbf{A} \mathbf{H} \quad (24)$$

是将 $\Delta \hat{\mathbf{y}}$ 和 $\Delta \mathbf{y}$ 联系起来的、表示观测资料提供讯息情况的矩阵, 通常称之为“讯息”分布矩阵.

以 E 表示数学期望算子, 那么 $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ 的协方差矩阵 $\mathbf{C}(\Delta \hat{\mathbf{x}})$ 是:

$$\mathbf{C}(\Delta \hat{\mathbf{x}}) = E\{(\Delta \hat{\mathbf{x}} - E\{\Delta \hat{\mathbf{x}}\})(\Delta \hat{\mathbf{x}} - E\{\Delta \hat{\mathbf{x}}\})^T\}. \quad (25)$$

将 (17) 式代入上式, 得:

$$\mathbf{C}(\Delta \hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{H} \mathbf{C}(\Delta \mathbf{y}) \mathbf{H}^T, \quad (26)$$

如果 $\Delta \mathbf{y}$ 的分量 Δy_i 是彼此独立的、均值为 0、方差为 $\sigma_{\Delta y}^2$ 的随机变量, 那么

$$\mathbf{C}(\Delta \hat{\mathbf{x}}) = \sigma_{\Delta y}^2 \mathbf{H} \mathbf{H}^T. \quad (27)$$

可以证明,

$$\sigma_{\Delta y}^2 = E \left\{ \frac{S_{\min}}{n - m} \right\}, \quad (28)$$

式中, $S_{\min}$ 是 S 的极小值:

$$S_{\min} = (\Delta \mathbf{y} - \mathbf{A} \Delta \hat{\mathbf{x}})^T (\Delta \mathbf{y} - \mathbf{A} \Delta \hat{\mathbf{x}}). \quad (29)$$

由于 (28) 式的缘故, 我们可以用 $\sigma_{\Delta y}^2$ 的无偏估计

$$\hat{\sigma}_{\Delta y}^2 = \frac{S_{\min}}{n - m} \quad (30)$$

近似地代替 $\sigma_{\Delta y}^2$. 这样一来,

$$\mathbf{C}(\Delta \hat{\mathbf{x}}) = \hat{\sigma}_{\Delta y}^2 \mathbf{H} \mathbf{H}^T. \quad (31)$$

在最小二乘反演情形下, 因为 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 是对称矩阵, 所以 $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$ 也是对称矩阵, 从而

$$\mathbf{H} \mathbf{H}^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}, \quad (32)$$

$$\mathbf{C}(\Delta \hat{\mathbf{x}}) = \hat{\sigma}_{\Delta y}^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}. \quad (33)$$

2. 发散困难

用经典的最小二乘法估计 $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ 时, 常因为 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 是奇异矩阵或接近于奇异矩阵而出现发散困难. 出现这种困难的原因是在观测资料中没有或只有少量的某些模式参数或其线性组合的讯息. 为了说明这点, 我们在这里引用兰乔士 (Lanczos) 的矩阵的基本分解定理^[24]. 按照兰乔士的这个定理, 任何一个 $n \times m$ 矩阵 $\mathbf{A}$, 都可分解成:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_p \mathbf{\Lambda}_p \mathbf{V}_p^T, \quad (34)$$

式中, $\mathbf{U}_p$ 是 $n \times p$ 的半正交矩阵, $\mathbf{V}_p$ 是 $m \times p$ 的半正交矩阵, 它们的行向量分别是资料空间和解空间的基向量. $\mathbf{\Lambda}_p$ 是 $\mathbf{A}$ 的非零本征值构成的对角线矩阵, p 是 $\mathbf{A}$ 的秩, 将 (34) 式代入 (15) 式, 可得:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{V}_p \mathbf{\Lambda}_p^{-1} \mathbf{U}_p^T \Delta \mathbf{y}, \quad (35)$$

式中,

$$\Lambda_p^{-1} = \begin{bmatrix} 1/\lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1/\lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1/\lambda_p \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_p^2$ 是正则方程 (14) 中的矩阵 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 的本征值。由 (35) 式可见, 当 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 的本征值中有一个或多个本征值很小时, $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ 的一个或多个分量便会很大。当然, 在对 $\mathbf{A}$ 进行分解时, 已去掉了零本征值; 可是在实际计算中, 因为数值误差, 一般会遇到本征值很小的情形。这样, 就不能以 (13) 式所示的残差平方和的近似值 S 代替残差平方和 s :

$$s = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (37)$$

因为使 S 取极小值的解 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^0 + \Delta \hat{\mathbf{x}}$ 不一定也能使得 s 取极小值。

3. 阻尼最小二乘法

为了克服上述困难, 可以设法限制或阻止 $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ 的增长, 以保证一级泰勒近似成立。这可以通过同时使近似残差平方和以及解的增量取极小值来实现^[25,26]。现在, 令

$$\bar{S} = \theta^{-2} S + Q, \quad (38)$$

其中, θ^{-2} 是一个权系数, 而

$$Q = \Delta \hat{\mathbf{x}}^T \mathbf{W} \Delta \hat{\mathbf{x}}, \quad (39)$$

$\mathbf{W}$ 是一个权矩阵。若设当 $\Delta \mathbf{x} = \Delta \hat{\mathbf{x}}$ 时 $\bar{S}$ 取极小值: $\bar{S} = \bar{S}_{\min}$, 则可以求得修正的正则方程:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \theta^2 \mathbf{W}) \Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{y}, \quad (40)$$

从而

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \theta^2 \mathbf{W})^{-1} \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{y}. \quad (41)$$

可以证明, 由 $\bar{S} = \bar{S}_{\min}$ 得到的 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^0 + \Delta \hat{\mathbf{x}}$ 能使 S 减少。并且可以证明, 解的增量在 $\mathbf{x}^0$ 的切线总是沿着 s 减少的方向。另外还可以证明, 如果 $\mathbf{W} = \mathbf{I}$, 则解的增量在 $\mathbf{x}^0$ 的切线方向就是最陡下降方向。在这种情形下,

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{y}. \quad (42)$$

利用矩阵的基本分解定理, 可将上式化为:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{V}_p \{ (\Lambda_p^2 + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \Lambda_p \} \mathbf{U}_p^T \Delta \mathbf{y}, \quad (43)$$

上式中

$$(\Lambda_p^2 + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \Lambda_p = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1}{\lambda_1^2 + \theta^2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_2}{\lambda_2^2 + \theta^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{\lambda_p}{\lambda_p^2 + \theta^2} \end{bmatrix}. \quad (44)$$

经典的最小二乘法相当于 $\theta^2 \rightarrow 0$ 的极端情形。对于这种情形, $\Delta \hat{x}_i$ 随着 $\lambda_i \rightarrow 0$ 趋于无穷大 (图 2); 对于阻尼最小二乘法, 当 $\lambda_i \rightarrow 0$ 时, $\Delta \hat{x}_i \rightarrow 0$, 这就保证了在本征空间中那些不提供讯息或只提供少量讯息的方向上本征谱是尖灭的 (图 2)。

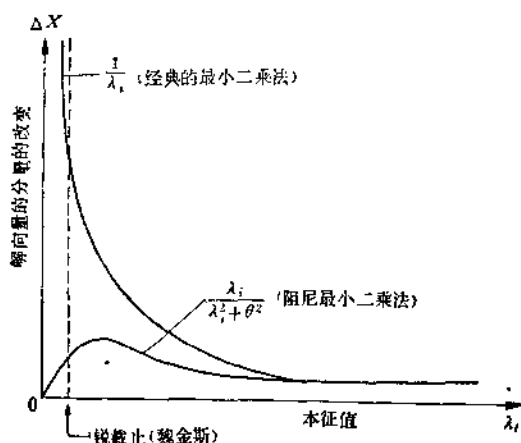


图2 解向量的分量的改变量随本征值的变化示意图

魏金斯 (Wiggins) 曾经用突然截断本征谱的办法来克服上述发散困难^[27]。这就是先按 (34) 式分解 $\mathbf{A}$, 然后考察本征值很小时的本征谱, 建立截断本征谱的准则以避免发散 (图 2)。用这种方法可以得到和阻尼最小二乘法类似的结果, 但方法本身比较麻烦, 因为需要作分解矩阵的计算。阻尼最小二乘法要简便的多, 它只需要解一个修正的正则方程 (40)。考虑到这种情况, 我们在这里采用阻尼最小二乘法。

由 (18)、(20)、(27)、(42)、(43) 等公式, 可得在阻尼最小二乘估计这种情况下,

$$\mathbf{H} = \mathbf{V}_p \{ (\mathbf{\Lambda}_p^2 + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{\Lambda}_p \} \mathbf{U}_p^T, \quad (45)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}_p \{ (\mathbf{\Lambda}_p^2 + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{\Lambda}_p^3 \} \mathbf{V}_p^T, \quad (46)$$

$$\mathbf{C}(\Delta \hat{\mathbf{x}}) = \sigma_{\Delta y}^2 \mathbf{V}_p (\mathbf{\Lambda}_p^2 + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{\Lambda}_p^2 (\mathbf{\Lambda}_p^2 + \theta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{V}_p^T. \quad (47)$$

4. 收敛准则

按照上述方法, 我们可以由某一初值 $\mathbf{x}^0$ 出发, 求得新值 $\mathbf{x} = \mathbf{x}^0 + \Delta \hat{\mathbf{x}}$ 。然后, 以新值作为下次的初值, 逐次叠代, 直至模式参数满足预先给定的收敛准则, 最后这一次的初值就取为问题的“最优解”。如果以 $\sigma_{\Delta \hat{\mathbf{x}}_i}$ 代表 $\Delta \hat{\mathbf{x}}_i$ 的标准误差, 则当

$$|\Delta \hat{\mathbf{x}}_i| \leq \sigma_{\Delta \hat{\mathbf{x}}_i} \quad (48)$$

时, 从讯号中就不能得到任何有意义的讯息, 因为与资料相联系的随机噪音将完全淹没掉讯息。据此, 我们可以用 (48) 式作为一条收敛准则。另一条准则是, 相邻两次叠代得到的残差平方和 $s^{(K)}$ 和 $s^{(K+1)}$ 满足不等式:

$$r_1 \equiv \left| \frac{s^{(K)} - s^{(K+1)}}{s^{(K)}} \right| \leq \gamma, \quad (49)$$

式中 γ 是一个预先给定的小于 1 的正数。

5. 系统的标准化

方程 (16) 并非标准形式, 也就是说, 观测资料和模式参数都是有量纲的量, 它们在统

计上也不独立。反演时必须将它们标准化。

位移资料的标准化问题比较简单, 因为它们的单位都相同, 只是各资料点的精度不同罢了。为简单计, 我们忽略各资料点的相关性, 只按各观测点位移的均方误差 σ_{U_i} 将位移 U_i 标准化, 也就是

$$\tilde{U}_i = \frac{U_i}{\sigma_{U_i}}, \quad (50)$$

$\tilde{U}_i$ 表示观测点位移的某一分量的标准化形式。

至于模式参数, 则应以 $\Delta \hat{x}_i$ 的标准误差 $\sigma_{\Delta \hat{x}_i}$ 将其标准化:

$$\tilde{\Delta \hat{x}}_i = \Delta \hat{x}_i / \sigma_{\Delta \hat{x}_i}, \quad (51)$$

其中, $\tilde{\Delta \hat{x}}_i$ 是 $\Delta \hat{x}_i$ 的标准化形式。当然 $\sigma_{\Delta \hat{x}_i}$ 预先并不知道, 所以, 反演时先以模式参数的最大许可误差 ε_i 近似地代替标准误差 $\sigma_{\Delta \hat{x}_i}$, 待叠代初步成功求得 $\sigma_{\Delta \hat{x}_i}$ 后再改成以 $\sigma_{\Delta \hat{x}_i}$ 对 $\Delta \hat{x}_i$ 标准化。由 (51) 式, 我们可将 (48) 式所示的收敛准则表示成:

$$|\tilde{\Delta \hat{x}}_i| \leq 1. \quad (52)$$

为计算方便起见, 我们不以 (48) 或 (52) 式作为收敛准则, 而代之以

$$r_2 = (\tilde{\Delta \hat{x}}^T \tilde{\Delta \hat{x}} / m)^{1/2} \leq 1. \quad (53)$$

这个准则是一个均方根准则, 它比 (52) 所表示的准则要弱一些, 允许有的模式参数超过其标准误差。

三、唐山地震地形变资料的反演

1976 年 7 月 28 日唐山 7.8 级地震前后在震中区及其周围广大地区进行了大地测量。测量结果表明, 这次地震造成了地面明显的持久形变。我们在这里, 根据反演理论, 以大地测量资料反演这次地震的震源模式, 借以了解这次地震震源的性质。

1. 精密水准测量

1975 年在唐山地区施测的一等精密水准测量成果和 1976 年震后复测的一等精密水准测量成果是用以确定唐山地震造成的地面垂直形变的观测依据。重复测量的水准路线的分布见图 3。1975 年的一等精密水准测量按自由网平差后求得单位权均方误差为 ± 1.04 毫米/(公里)^{1/2}; 相对于起算点的最弱点高程均方误差为 ± 11.9 毫米。1976 年的精密水准测量则分别为 1.22 毫米/(公里)^{1/2} 和 ± 14.9 毫米。考虑到整个测区内各结点高程均方误差的差别不大(最大与最小之比为 11:7), 因此我们对于所有的垂直形变资料采取一个统一的精度指标。

考虑到反演时所有的位移向量都是相对于庙山三角点而言的, 而庙山三角点的垂直位移则是从垂直形变图(图 4)量取的, 因而在反演中我们取各水准点相对于庙山三角点的垂直位移的均方误差为 ± 22.3 毫米。

图 4 是唐山地震前后的垂直形变图。测区的东南是滨海沉积层较厚的地区, 这个部位的水准点受到较明显的局部地质条件的影响, 我们在反演中舍去了这些点, 共采用 163 个水准点的资料。

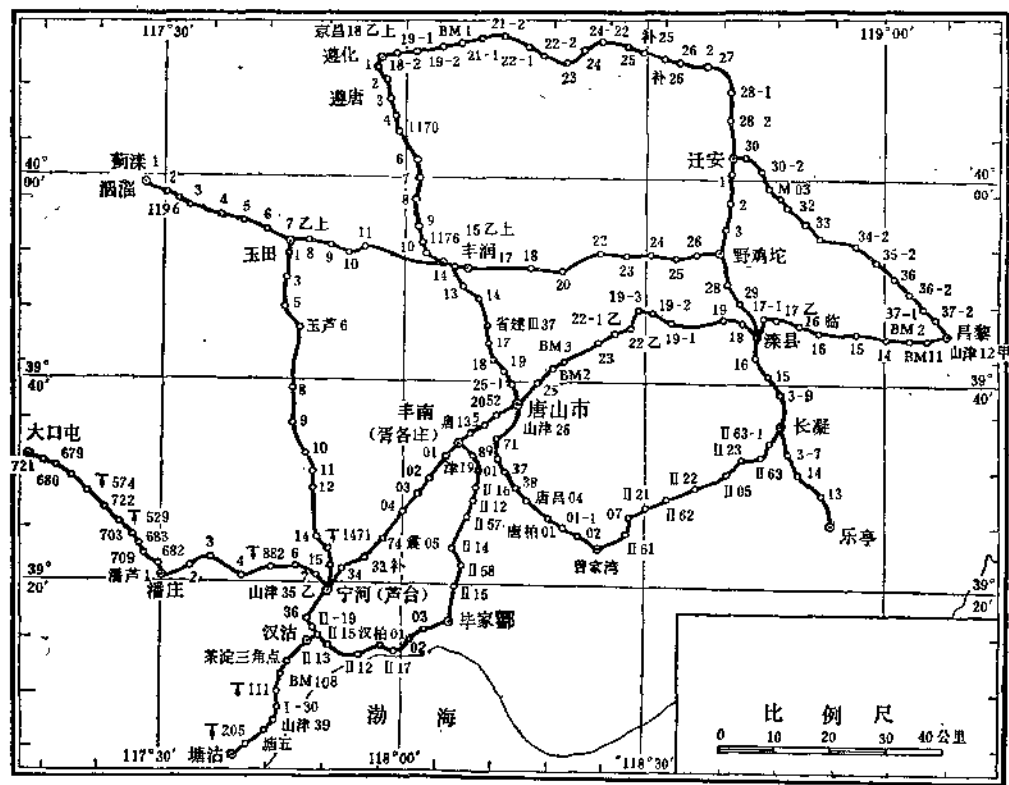


图3 唐山地区重复测量的水准路线图

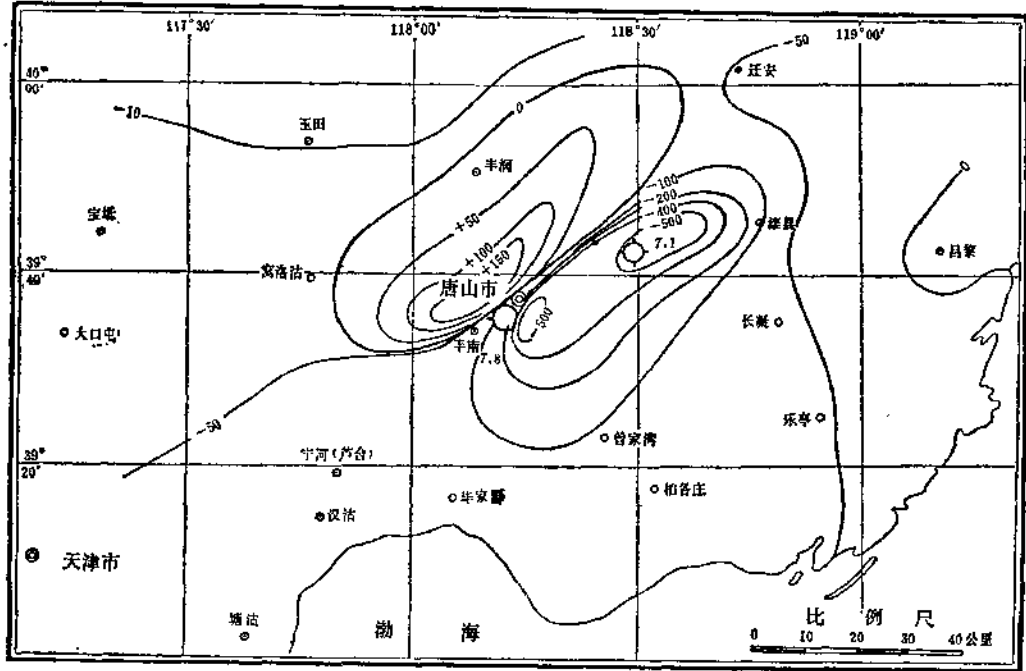


图4 唐山地震前后的垂直形变(1975年至1976年)图。垂直位移的单位是毫米,向上为正。带十字的圆圈表示主震和最大余震的微观震中

2. 微波和三角测量

我们以 1960 年前施测的国家一、二、三等三角测量成果和 1976 年唐山地震后 8—11 月间用 DI-50 微波测距仪复测的微波测量网的成果来确定这次地震引起的水平形变。第一期的三角测量资料直接采用了国家三角测量成果表中的结果,其边长的相对精度为 9×10^{-6} 。复测的微波测距网按自由网作了平差处理,其边长的相对精度约为 2.2×10^{-6} 。

图 5 是复测的微波测距网图,图 6 为两期测量的公共三角点的位移向量图。考虑到局部干扰因素的影响,我们舍去了图 6 中的福田村和皂甸两个三角点,反演时共采用 18 个观测点的水平形变资料。

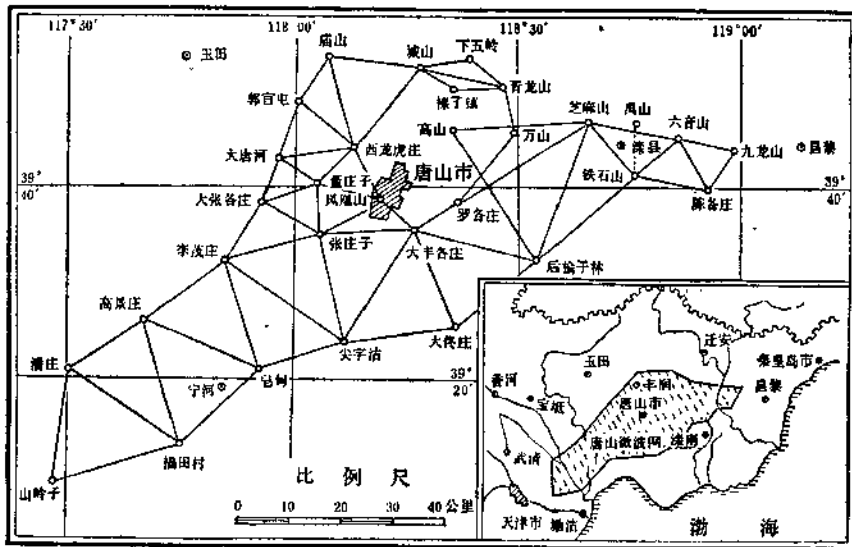


图 5 唐山地区复测的微波测距网图

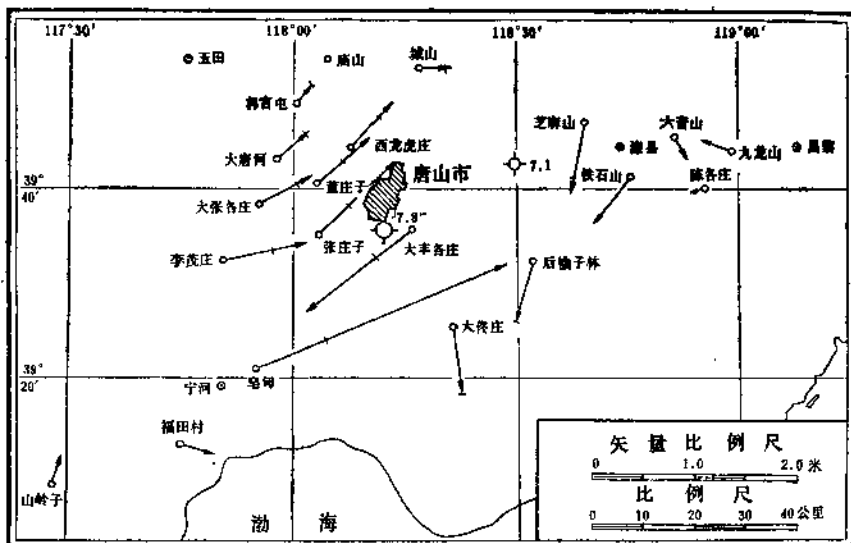


图 6 唐山地震前后的水平位移矢量图。带十字的圆点表示主震和最大余震的微观震中

所有的位移向量都是相对于庙山三角点计算的。我们按文献[28]的公式(166)近似估算了这些水平位移的均方误差,并以与位移向量相同的比例尺用短线标在相应的位移向量(或其延长线)上。

3. 不动点

在分析地震引起的地面形变时,通常假定参考点本身的位移为零,称之为“不动点”。当参考点位于远离震中区的构造上比较稳定的地区时,这样假定尚合理;但当它距离震中较近,仍然把它当作不动的观测点来处理就不适宜了。为了克服这个缺点,我们在反演中都以观测点位移减去参考点位移作为该观测点位移的理论计算值。

4. 计算结果

按照上述方法,同时运用水平和垂直形变测量资料反演唐山地震的震源参数。计算时,取表1所示的模式参数的最大许可误差和初始值。开始时,取阻尼因子 θ^2 为50;叠代

表1 模式参数的最大许可误差、初值、终值和标准误差

模式参数	$\alpha(^{\circ})$	$\theta(^{\circ})$	$L(\text{公里})$	$d(\text{公里})$	$D(\text{公里})$	ΔU_s (厘米)	ΔU_d (厘米)	$S_1(\text{公里})$	$S_2(\text{公里})$
最大许可误差	1.5	3	3	0.5	2.5	50	5	2	2
初 值	45	85	55	0.5	30	-250	90	51.7	112.6
终 值	49	76	42	0.0	34	-459	50	45	105
标准误差	1	3	2	0.3	2	48	5	2	2

时,按0.7的比例逐次降低它。不等式(49)中的 r 取为0.01。在DJS-6机上叠代一次约需10分钟,共叠代了19次,全部计算时间约需三个半小时。叠代结束时,(49)式中的 $r_1 = 0.001$, (53)式中的 $r_2 = 0.92$ 。表1的第四行为叠代得到的结果,最后一行为标准误差。现在定义分解度 r_i 为:

$$r_i = \left[\sum_{k=1}^n (R_{ik} - \delta_{ik})^2 \right]^{1/2}. \quad (54)$$

若 r_i 愈接近于零,则意味着 $\mathbf{R}$ 愈接近于单位矩阵。由表2可见, r_i 在叠代结束时大多数

表2 模式参数的分解度

模式参数	α	θ	L	d	D	ΔU_s	ΔU_d	S_1	S_2
分 解 度	0.0443	0.0415	0.0744	0.0218	0.0870	0.4953	0.1476	0.0592	0.0680

都很小,这说明 $\mathbf{R}$ 很接近于单位矩阵,也就是说所得结果的分解度是高的。

图7表示平均残差

$$\bar{r} = (s/n)^{1/2} \quad (55)$$

在叠代时逐次下降的情况。对于所采取的简单的矩形断层模式,最优解的 $\bar{r} = 1.323$ 。由于观测资料总会有误差,而以数学模式表示复杂的物理情况时模式本身总会有缺陷,所以由反演得出的模式参数计算的理论位移值总不会完全符合观测值。现在得到的最优解

$\bar{r} = 1.323$, 意味着模式本身还有可以改进之处。唐山地震可能是一个复杂的地震事件。考虑到以一个如此简单的矩形断层模式竟能比较圆满地解释观测到的水平和垂直位移场, 应当认为这个模式在相当高的程度上客观地反映了唐山地震的发震构造。

图 8 表示唐山地震引起的地面垂直位移的理论等值线图, 图 9 表示水平位移的理论矢量图。图中用虚线画的矩形表示反演得出的地震断层在地面上的投影, 断层迹线的中点以带十字的圆圈表示, 其坐标是 $39^{\circ}33.5' \text{ N}$, $118^{\circ}07.7' \text{ E}$ 。对比图 8 和图 4、图 9 和图 6 可以看到, 如同 $\bar{r} = 1.323$ 所意味的, 理论计算值与观测结果相当符合。两者拟合程度最差的地方在震中东北部, 恰是唐山地震的最大余震(滦县 7.1 级地震)震中所在处。这说明, 现在所采取的模式的最主要缺陷可能是未能考虑这个最大余震的发震构造。可以预计, 倘若采取考虑了滦县 7.1 级地震的复杂的震源模式, 应当可以使理论值更佳地拟合观测值。这部分工作放在下一步进行。现在得到的结果已经可以使我们对唐山地震主震的震源过程有所了解。

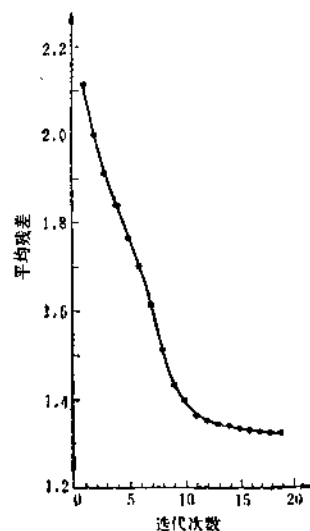


图 7 叠代时平均残差逐次下降的情况

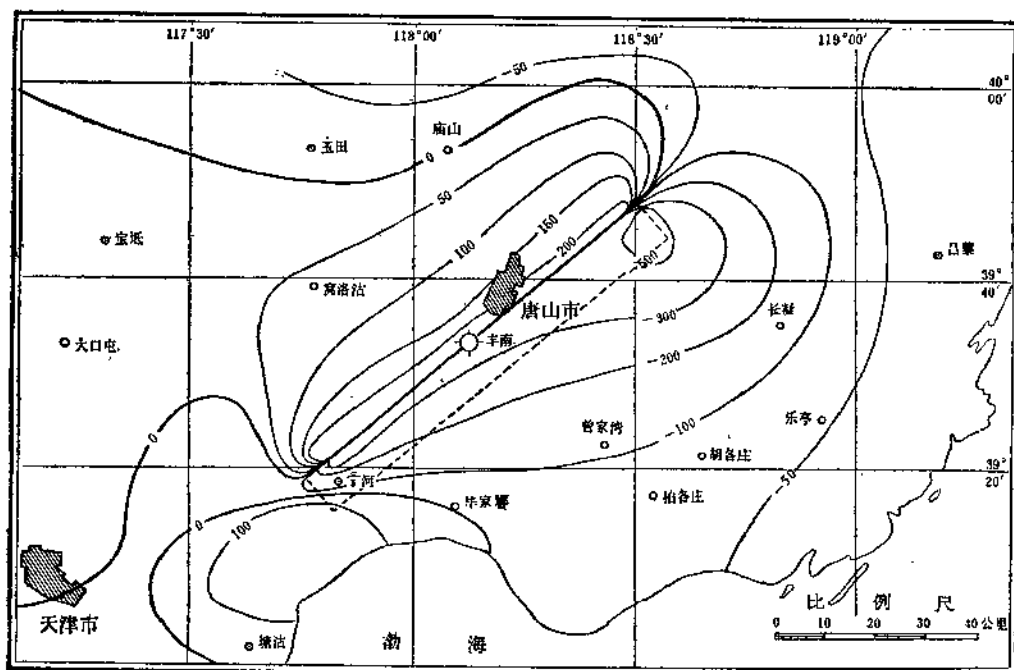


图 8 唐山地震引起的地面垂直位移的理论等值线图。

垂直位移的单位是毫米, 向上为正

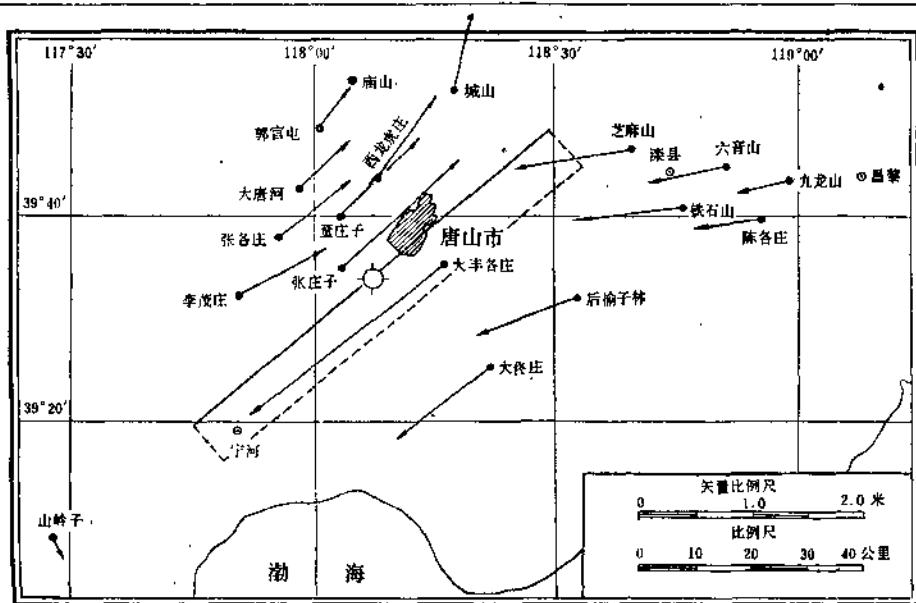
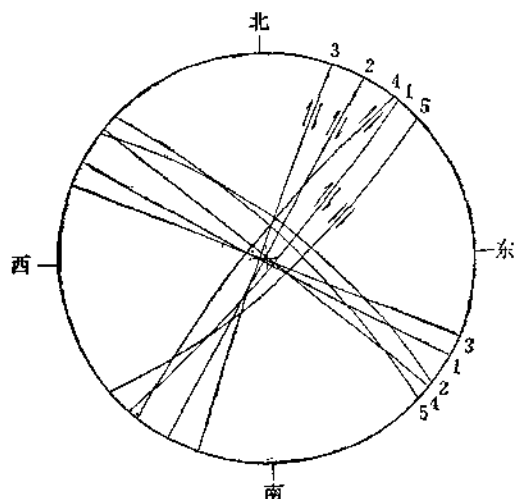


图9 唐山地震引起的地面水平位移的理论矢量图

四、唐山地震震源过程的若干特点

1. 总体破裂方向和初始破裂方向不一致

从地面形变的观测资料反演得到唐山地震的发震构造是一个走向为北东 49° 的近乎直立的右旋-正断层, 断层面略向东南倾斜, 倾角 76° . 这个结果和由 P 波初动资料得到的结果明显地不同^[29-31]. 文献 [29] 得到的结果是, 断层面走向北东 41° , 倾向南东, 倾角 85° (图 10 的 1); 由地震体波频谱得到的结果表明, 断层面是直立的, 走向北东 30° (图 10 的 2). 文献 [30] 由 P 波初动资料求得唐山地震的断层面走向是北东 20° (图 10 中的

图10 不同作者得到的唐山地震的断层面解答。
震源球下半球投影

3), 而由合成面波地震图拟合观测到的面波地震图求得断层面走向是北东 40° (图 10 的 4). 本文由形变资料得到的走向(图 10 的 5)和文献 [30] 由面波资料得到的比较接近, 既然面波的周期较体波的长, 而地面形变资料是“零频”资料, 它们两者都应当反映唐山地震总体破裂的性质, 所以由这两种资料得到的结果应当一致, 而不一定要与由 P 波初动资料得到的完全一致. 照此看来, 唐山地震不是一个简单的破裂过程, 它的总体的走向是北东 49° , 而初始破裂的走向是北东 30° .

唐山地震的余震分布在北东 50° 的地带上(图 11). 余震分布方向与面波和地

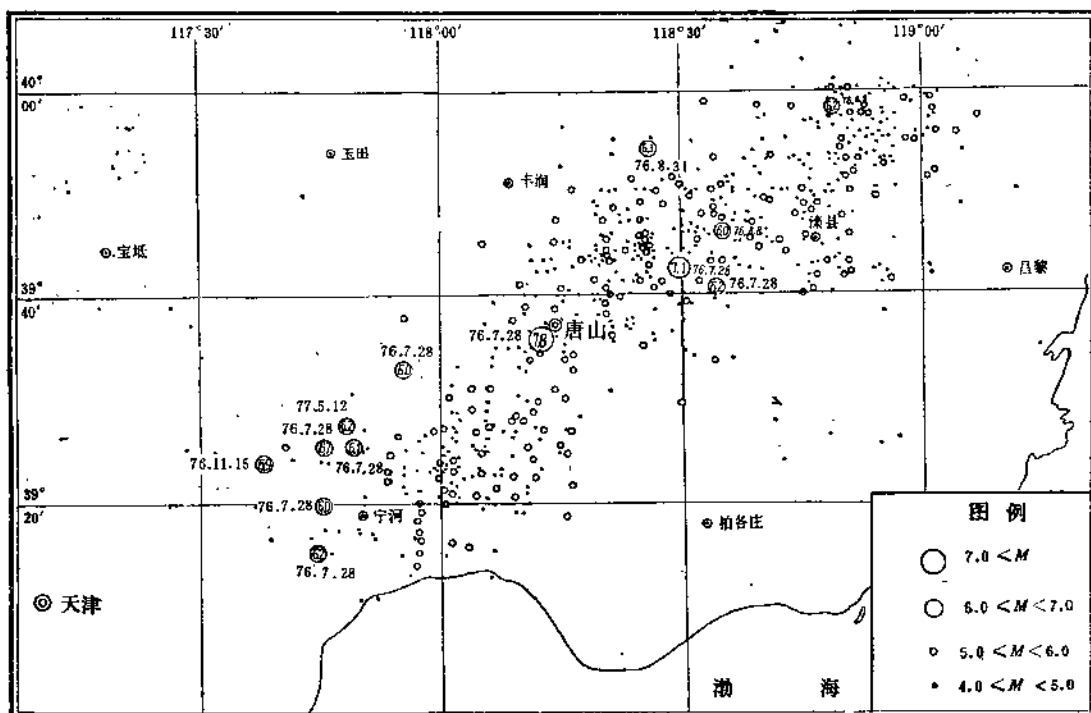


图 11 唐山地震及其余震震中分布图 (1976.7.28—1978.6.30)

形变资料定出的断层面走向一致, 而与 P 波初动资料定出的不一致。这进一步说明了唐山地震初始破裂的走向和总体破裂的走向有明显的差异。从 P 波初动资料得到的断层面走向与余震震中的分布方向可以有明显的差异, 这是值得注意的一个事实。文献 [31] 曾报导过类似的结果。图 12 是格林 (Green) 等得到的 1969 年 9 月 29 日南非西锐斯 (Ceres) 6.3 级地震的断层面解和余震区的走向。可以看出, 和唐山地震的情况类似, 由 P 波初动得

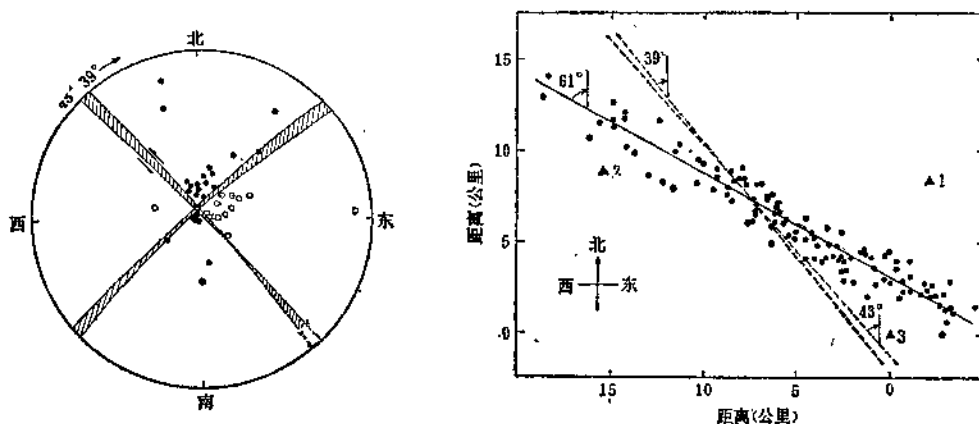


图 12 1969 年 9 月 29 日南非西锐斯 (Ceres) 6.3 级地震的断层面解和余震分布。

黑色三角形表示地震台

到的断层面走向和余震区走向相差约 20° 。这说明,地震时的破裂过程要比通常设想的复杂,过去人们常简单地将由 P 波初动解得到的断层面走向和余震区走向等同起来,现在看来是不适宜的。

2. 唐山地震的破裂面从地表一直延伸到莫霍界面

唐山地震断层面的下界是 34 公里(表 1)。将这个结果和国家地震局物探队在极震区作的丰南—胡各庄地壳测深剖面作一比较是很有意思的,这条剖面大体上横穿余震区。它表明极震区下面的莫霍界面有大约 4 公里的落差,东南深、西北浅。这与由地震波资料^[30]和形变资料得到的唐山地震的发震构造一致,就是断层面微向东南倾斜,东南盘下降。按照地壳测深结果,可以推知极震区在地质年代里的构造运动的性质是东南下降,西北上升。由形变资料可知唐山地震继承了这个地区的构造运动,在从地面延伸到莫霍界面的长约 84 公里的范围内发生了约 50 厘米的正断层性质的倾向滑动,它是一个规模宏大的板内地震。

3. 唐山地震没有前震,但震前可能有蠕动

唐山地震和海城地震明显地不同,没有发生前震。这两个震中相距不远的板内地震前的地震活动图象和前兆异常有很大的差异,充分地说明了地震前兆的多样性。为什么唐山地震没有前震?这个问题从本文的结果可以得到部分的回答。

由地面形变反演得到唐山地震的断层面长 84 公里、宽 34 公里,平均错距 (462 ± 50) 厘米,取刚性系数为 3.3×10^{11} 达因/厘米²,则估计地震矩为 4.3×10^{27} 达因-厘米,应力降为 29 巴,应变降 4.3×10^{-5} ,释放的能量为 3.7×10^{23} 尔格。断层比由地震波资料得到的要短和宽,平均水平错距和地震矩都大。由地震体波频谱资料得到,断层长度 114 公里,宽 31 公里,平均水平错距 102 厘米,地震矩 1.2×10^{27} 达因-厘米。文献[30]的结果则是,断层长度 140 公里,宽 15 公里,平均错距 270 厘米,地震矩 1.8×10^{27} 达因-厘米。由形变资料定出的平均错距和地震矩远大于由地震波资料定出的,其差别大大超过标准误差。地震波资料反映的是地震前后很短时间内的运动和变化,形变资料反映的是复测期间内的运动和变化,它既包含前者,也包含震前和震后的效应。两种资料所得结果的显著差异说明在震前和(或)震后,极震区的地壳内曾经发生过规模和主震相当的断层运动。从前面已经提到的情况我们知道唐山地震的最大余震(滦县 7.1 级地震)主要影响主震震中东北的位移,它对整个观测到的位移场影响不大。从文献[30]得到的结果看,这个地震的地震矩是 8×10^{26} 达因-厘米,还不到主震的一半。这些情况说明,上述差别主要应归因于震前地壳内的断层运动。自 1945 年 9 月 23 日滦县 $6\frac{1}{4}$ 级地震以来,唐山及其附近就未曾有过 6 级以上地震。所以,上述断层运动必定是以无震滑动即蠕动的形式进行的。

由地震体波频谱资料求得的断层宽度和由形变资料求得的相近。如果接受这个数据,自然要认为唐山地震之前从地面直至莫霍界面的断层面上已经发生了大规模的无震滑动。如果发生这种情况而地面在震前又不出现可见断裂这是难以思议的。但是如果接受文献[30]关于断层宽度等于 15 公里的结果;则必须设想在极震区地壳的下半部震前已经发生了断层蠕动。这种无震滑动的规模相当大,它的矩大约为 2.5×10^{27} 达因-厘米,这

意味着在 1960 年至 1976 年间,在长约 84 公里、深度 15—34 公里的断层面上发生了滑距大约 473 厘米的无震滑动。虽然唐山地震没有前震,但却有这种规模巨大的“震前蠕动”,许多观测到的前兆现象可能与此情况有关。前震和“震前蠕动”可能同是孕育地震过程中的重要现象——在有些情况下表现为前震,在另一些情况下表现为“震前蠕动”。在地震危险区监测无震滑动至少是和监测微震活动同样重要的。

4. 华北及辽南地区的构造应力方向

由形变反演得到,唐山地区地震时释放的主压应力轴方向是北东 104° ,这个方向和近十年来华北及辽南地区的大地震如邢台、海城地震时释放的主压应力轴方向基本上一致^[14,32]。统计地看^[33],这一事实说明华北及辽南地区的大地震都是在一个方向比较一致的构造应力场作用下发生的,这个构造应力场的主压应力轴的方向是近东西向。在近东西向的构造应力作用下,这个地区的北东向及北西向构造是易于发震的,如同岩石力学实验结果^[33]及近十年来的地震活动性所表明的。根据这种情况,这个地区的北东向和北西向构造的潜在的地震危险性,今后仍值得予以注意。

参 考 文 献

- [1] A. B. Введенкая, Определение полей смещений при землетрясениях с помощью теории дислокаций, Изв. АН СССР, сер. геофиз., №. 3, 277—284, 1956.
- [2] J. A. Steketee, On Volterra's dislocation in a semi-infinite elastic medium, *Can. J. Phys.*, 36, 2, 192—205, 1958.
- [3] J. A. Steketee, Some geophysical applications of the elasticity theory of dislocations, *Can. J. Phys.*, 36, 9, 1168—1198, 1958.
- [4] T. Maruyama, Static elastic dislocation in an infinite and semi-infinite medium, *Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo Univ.*, 42, 2, 289—368, 1964.
- [5] M. A. Chinnery, The deformation of ground surface faults, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 50, 3, 355—372, 1961.
- [6] F. Press, Displacements, strains, and tilts at teleseismic distances, *J. Geophys. Res.*, 70, 10, 2395—2412, 1965.
- [7] J. C. Savage, and L. M. Hastie, Surface deformation associated with dip-slip faulting, *J. Geophys. Res.*, 71, 20, 4897—4904, 1966.
- [8] L. Mansinha, and D. E. Smylie, The displacement fields of inclined faults, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 61, 5, 1433—1440, 1971.
- [9] R. Sato, and M. Matsu'ura, Static deformations due to the fault spreading over several layers in a multi-layered medium. Part I. Displacement, *J. Phys. Earth*, 21, 3, 227—249, 1973.
- [10] R. Sato, Static deformations in an obliquely layered medium. Part I. Strike-slip fault, *J. Phys. Earth*, 22, 4, 455—462, 1974.
- [11] D. B. Jovanovich, M. I. Hussein, and M. A. Chinnery, Elastic dislocations in a layered half-space. I. Basic theory and numerical methods, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 39, 2, 205—217, 1974.
- [12] D. B. Jovanovich, M. I. Hussein, and M. A. Chinnery, Elastic dislocations in a layered half-space. II. The point source, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 39, 2, 219—239, 1974.
- [13] R. Sato, and T. Yamahita, Static deformations in an obliquely layered medium. Part II. Dip-slip fault, *J. Phys. Earth*, 23, 2, 113—125, 1975.
- [14] 陈运泰等, 根据地面形变的观测研究 1966 年邢台地震的震源过程, *地球物理学报*, 18, 3, 164—181, 1975.
- [15] J. A. Savage, and L. M. Hastie, A dislocation model for the Fairview Peak, Nevada earthquake, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 59, 5, 1937—1948, 1969.
- [16] N. Canitez, and M. N. Toksöz, Static and dynamic study of earthquake source mechanism, San Fernando earthquake, *J. Geophys. Res.*, 77, 14, 2583—2594, 1972.

- [17] T. Mikumo, Faulting process of the San Fernando earthquake of February 9, 1971, inferred from static and dynamic near-field displacements, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **63**, 1, 249—269, 1973.
- [18] M. Ando, A fault-origin model of the Great Kanto earthquake of 1923 as deduced from geodetic data, *Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo Univ.*, **49**, 1, 19—32, 1973.
- [19] R. W. Alewine and T. M. Jordan, Generalized inversion of earthquake static displacement field (Abstract), *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **35**, 1—3, 357—380, 1973.
- [20] D. B. Jovanovich, An inversion method for estimating the source parameters of seismic and aseismic events from static strain data, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **43**, 2, 347—365, 1975.
- [21] M. Matsu'ura, Inversion of geodetic data. Part I. Mathematical formulation, *J. Phys. Earth*, **25**, 1, 69—90, 1977.
- [22] M. Matsu'ura, Inversion of geodetic data. Part II. Optimal model of conjugate fault system for the 1927 Tango earthquake, *J. Phys. Earth*, **25**, 2, 233—255, 1977.
- [23] R. S. Crosson, Crustal structure modeling of earthquake data. 1. Simultaneous least-squares estimation of hypocenter and velocity parameters, *J. Geophys. Res.*, **81**, 17, 3036—3046, 1976.
- [24] C. Lanczos, Linear Differential Operators, Chap. 3, D. Van Nostrand Co., London, 1961.
- [25] K. Levenberg, A method for the solution of certain non-linear problems in least squares, *Quart. Appl. Math.*, **2**, 2, 164—168, 1944.
- [26] D. W. Marquardt, An algorithm for the least squares estimation of nonlinear parameters, *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, **11**, 2, 431—441, 1963.
- [27] R. A. Wiggins, The general linear inverse problem: Implication of surface waves and free oscillations for earth structure, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **10**, 1, 251—285, 1972.
- [28] К. И.普罗沃洛夫, 论连续三角网的精度, 1958.
- [29] 邱群, 1976年7月28日河北省唐山7.8级地震的震源背景及其活动性, 地球物理学报, **19**, 4, 259—269, 1976.
- [30] R. Butler, G. S. Stewart and H. Kanamori, The July 27, 1976 Tangshan, China earthquake — A complex sequence of intraplate events, Manuscript, 1977.
- [31] R. W. E. Green, and A. McGarr, A comparison of the focal mechanism and aftershock distribution of the Ceres, South Africa earthquake of September 29, 1969, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, **62**, 3, 869—871, 1972.
- [32] 顾浩鼎, 陈运泰, 高祥林, 赵毅, 1975年2月4日辽宁省海城地震的震源机制, 地球物理学报, **19**, 4, 270—285, 1976.
- [33] N. Yamakawa, Stress fields in focal regions, *J. Phys. Earth*, **19**, 4, 347—355, 1971.

A DISLOCATION MODEL OF THE TANGSHAN (唐山) EARTHQUAKE OF 1976 FROM THE INVERSION OF GEODETIC DATA

CHEN YUN-TAI

HUANG LI-REN

LIN BANG-HUI

LIU MIAO-LONG

WANG XIN-HUA

(Institute of Geophysics,
State Seismological Bureau)

(The Geodetic Survey Brigade for Earthquake
Research, State Seismological Bureau)

Abstract

The fundamental principles and method of deducing a source model of the earthquake from "zero frequency" data are developed, and a dislocation model of the Tangshan earthquake ($M_s = 7.8$) of 1976 is deduced from the inversion of geodetic data. The results obtained indicate that the source of the Tangshan earthquake is a right-lateral normal fault striking generally N 49°E, and dipping 76°SW. The fault is of length, 84 km, width 34 km, average strike-slip dislocation 459 cm, average dip-slip dislocation 50 cm, seismic moment 4.3×10^{27} dyne-cm, stress-drop 29 bar, strain-drop 4.3×10^{-6} , and strain-energy release 3.7×10^{28} ergs. The fact that the average dislocation deduced from the geodetic data is much larger than that from seismic data, implies that before the earthquake, an aseismic slip i.e. a precursory fault creep, had occurred within the crust beneath the epicentral area. The moment of the aseismic slip is estimated to be 2.5×10^{27} dyne-cm. It is concluded that although before Tangshan earthquake, no foreshock was observed, a large-scale pre-creep had occurred instead of the ordinary foreshock. This may be an essential characteristic of the Tangshan earthquake, and many peculiar precursory phenomena before the shock may be related to this pre-creep.