

# 导弹飞行力学

上册

北京工业学院151教研室

1981.6

## 前 言

本讲义是为战术导弹总体设计等专业编写的一份试用通用教材。教学时数约为 110~140 学时。

导弹飞行力学是研究导弹在外力、力矩和制导系统工作条件下在空间的飞行规律的一门课程，包括导弹弹道学和导弹动态分析两部分内容。弹道学是将导弹当作一个可控制质点，在理想制导条件下，研究导弹惯性中心的飞行轨迹——弹道。动态分析是将导弹作为可控制质点系，研究导弹对操纵机构偏转和对各种外界干扰作用的反应。这两部分内容是密切相关。在导弹设计工作中，飞行力学的研究是一项重要的工作，它是导弹总体设计、制导系统设计和飞行准确度分析的基础。本课程是导弹总体设计等专业所必须具备的专业基础知识。

本讲义分上、下两册。上册为弹道学部分，内容包括导弹运动方程组的建立，导引弹道的运动学分析，几种导弹弹道的介绍。下册为动态分析部分，内容包括导弹动态特性的研究方法，导弹的纵向和侧向动态特性分析，旋转导弹的动态特性分析。

导弹飞行力学课程与数学、理论力学、空气动力学、控制理论、制导原理等课程密切联系，它要求善于运用所学的这些知识去回答和解决导弹设计实践中提出的有关飞行力学的问题。课程中的公式较多，学习中应注意物理概念、推导公式的前提，以及公式的适用范围和得出的结论。

本讲义由林瑞雄同志编写第一、三章及合编第四章，张鸿端同志编写第二章及合编第四章，钱杏芳同志编写第五、六、七、八章。

在编写本讲义的过程中曾参考和借鉴了西北业大学、北京航空学院等兄弟院校的有关教材，特一并致谢。

由于编写水平有限，加上时间仓促，一定有许多错误和不妥之处，欢迎批评指正。

编者

1981年6月

# 上册 弹道学部分

## 目 录

### 第一章 绪论

- § 1-1 导弹飞行力学所研究的对象、内容  
及其研究方法..... 1.1
- § 1-2 控制飞行的一般知识..... 1.3

### 第二章 导弹运动方程组的建立

- § 2-1 引 言..... 2.1
- § 2-2 变质量物体的动力学基本方程..... 2.4
- § 2-3 导弹质心运动的矢量方程..... 2.14
- § 2-4 导弹飞行动力学中常用的坐标系  
及它们之间的转换矩阵..... 2.17
- § 2-5 作用于飞行中导弹上的力和力矩..... 2.32
- § 2-6 导弹运动方程组..... 2.65
- § 2-7 导弹运动方程组的简化..... 2.83
- § 2-8 导弹运动方程组的分解..... 2.88
- § 2-9 导弹的机动性能和过载..... 2.95
- § 2-10 低速旋转导弹的运动方程..... 2.103
- § 2-11 对几种扰动因素的考虑..... 2.121
- § 2-12 导弹运动方程的数值解法..... 2.132

### 第三章 导引弹道的运动学分析

- § 3-1 相对运动方程..... 3.2
- § 3-2 追踪法..... 3.8
- § 3-3 平行接近法..... 3.23

§ 3-4 比例导引法.....	3.28
§ 3-5 三点法.....	3.53
§ 3-6 前置量法(矫直法).....	3.76
§ 3-7 选择导引方法的基本要求.....	3.90

#### 第四章 几种导弹弹道的介绍

§ 4-1 反坦克导弹弹道.....	4.1
§ 4-2 地空导弹弹道.....	4.42
§ 4-3 飞航式导弹弹道.....	4.82
§ 4-4 弹道式导弹弹道.....	4.100

附录：方程组(2-187)的计算程序

## 第一章 绪 论

### § 1-1 导弹飞行力学所研究的对象、内容及其研究方法：

导弹飞行力学是研究导弹在外力、外力矩和制导系统工作条件下在空间的飞行规律的一门科学。本课程包括两部分内容：导弹弹道学和导弹动态分析。前者是将导弹当作一个可控制质点，在理想制导条件下，研究导弹惯性中心(即重心)的飞行轨迹——弹道。后者是将导弹作为可控制质点系，研究导弹对操纵机构偏转和对各种外界干扰作用的反应。

导弹飞行力学的研究目的，就是解决导弹设计过程中的弹道计算和分析、以及导弹稳定性、操纵性等动态特性问题，为弹体结构设计和制导系统的设计提供必要的依据，并找出保证满足战术技术要求和满足制导系统及结构强度等所提出的限制条件的有利飞行弹道。例如在保证射程的情况下，使结构重量(特别是燃料重量)达到最小；或者在给定的燃料情况下，使射程最大等等。

导弹是可控制的飞行器，由于燃料的消耗，它的质量也是变化的。因此，研究导弹飞行的问题是非常复杂的。导弹作为一个刚体，在空间运动有六个自由度，它的空间运动是由十二个一阶微分方程来描述。至于描述导弹制导系统所有元件中发生的电气、机械运动过程的运动方程，所需的微分方程数目就更多了。为了简化对问题的研究，通常将一个复杂问题分几个阶段来研究，从简单的入手，逐渐到解决复杂的问题。

研究的第一阶段，将导弹的运动的运动看作可控制质点的运动，在许多情况下是完全许可的。大家知道，刚体的空间运动可分解成重心运动和绕重心的转动。这时，研究导弹飞行的基本规律性时，在一

定条件下可以不考虑旋转运动，导弹的运动可以想象成质点的运动，质点的质量等于导弹的质量，同时在质点上作用着重力、发动机推力和空气动力，制导系统的工作相应地加以简化，在导弹重心运动上，加上描绘制导系统理想工作的约束关系式。

应该指出：即使这样简化处理问题，在许多情况下也必须要考虑作用在导弹上的力矩平衡关系和操纵机构所需的偏转角，否则不能建立起升力和攻角、侧力和侧滑角之间的关系。

第二阶段：详细地计及绕重心转动时的导弹运动方程。这阶段的任务是把导弹看成为制导系统的一个环节（被控对象），研究被控对象的动态特性。在这里，主要研究导弹对操纵机构偏转和对各种外界干扰作用的反应。

只有这样研究之后，才能进入最后的和最复杂的阶段，即研究闭合制导系统（在该系统中包含了许多其它环节，也包含着导弹本身）的动态特性。

最后阶段的主要任务之一，是研究导弹飞行的准确度，这个准确度是以导弹相对于所需弹道的偏离量及其概率来表征的。这些偏差的产生是由于：实际上所有制导系统元件都不能理想准确地工作，导弹并不是理想地跟随着操纵机构的偏转而改变其运动状态，此外，在飞行中，导弹及其制导系统上还作用着随机干扰。为了研究制导准确度的问题，必须足够完整地用微分方程来描述导弹的运动和制导系统的工作过程；此外，还必须考虑随机干扰。因此，研究的问题需要用很高阶的常微分方程组来描述。这些方程一般是非线性的，方程右端明显地与时间有关、有滞后变量、有随机函数等。要研究这种方程组，可以用近代科学和技术提供的有关方法，特别是数学分析法、概率和随机过程理论、数值分析、控制理论、数字模拟、电子计算机上计算

的方法。

本课程只研究第一、二阶段中的许多问题，也就是说只研究导弹本身的动力学问题。

## § 1-2 控制飞行的一般知识

所谓控制飞行，就是导弹在飞行过程中，遵循一定的规律或约束改变其飞行方向和速度大小，使导弹按预定的弹道或跟踪目标飞行，以实现命中目标的预定飞行任务。

### 一、控制飞行的力学原理

根据牛顿的惯性定律，要改变物体的运动状态，就要在所需的运动方向上施予作用力。显然，为了控制导弹的飞行，就必须按需要来改变作用在导弹上的合力大小和方向。大家知道，导弹在大气层内飞行时，作用在导弹上有如下一些力：

- (1) 重力（导弹重量） $\bar{G}$ ；
- (2) 发动机推力 $\bar{P}$ ；
- (3) 总空气动力 $\bar{R}$ （空气动力是空气介质和导弹表面之间的相互作用力），等等。

但是，以上各力并非都能按照需要而随意地改变其大小和方向的。导弹的重量在整个飞行过程中是不能随意改变其大小和方向。因此，控制导弹飞行只能靠改变总空气动力 $\bar{R}$ 和发动机推力 $\bar{P}$ 的合力 $\bar{N}$ 来实现。 $\bar{N}$ 可以表示为：

$$\bar{N} = \bar{R} + \bar{P}$$

### 1. 控制飞行的切向力和法向力

为了讨论方便，将 $\bar{N}$ 分成沿速度矢量和垂直速度矢量的两个分量（见图1-1），可表示为：



$$\bar{N} = \bar{N}_n + \bar{N}_t$$

上式中：

$\bar{N}_t$  称为切向力，其方向沿速度矢量  $\bar{v}$ ，依靠它来改变飞行速度的大小。切向力的大小等于：

$$N_t = P_t - X$$

其中： $X$ ——空气阻力；

$P_t$ ——发动机推力在速度

度矢量上的投影。

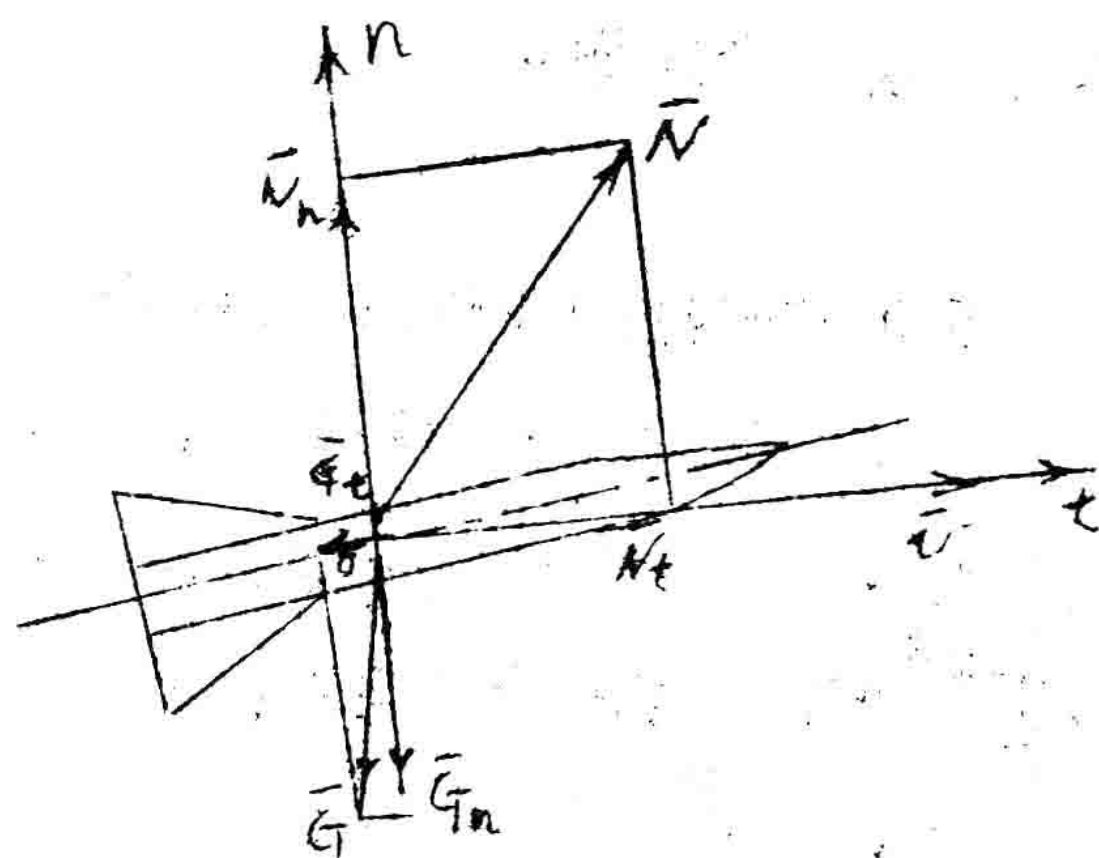


图 1-1 控制飞行的切向力和法向力

由此可知：为了改变导弹飞行速

度的大小，需要在飞行方向上给导弹以正的或负的加速度，这可以由改变发动机的推力或运用减速装置来实现。

调节燃料的秒流量，以及开动或关闭辅助发动机，就可以改变推力。广泛采用的起飞发动机或加速器，可以作为这种辅助发动机的例子。为了减速，有时还采用反推力（即将推力倒向）、助力伞、空气阻流器等。

$\bar{N}_n$  称为弹道法向力，或简称为法向力，该力的方向垂直于速度矢量，依靠它来改变飞行方向。它的大小等于总气动力和推力在垂直于速度矢量平面内投影的几何和：

$$\bar{N}_n = \bar{P}_n + \bar{R}_n = \bar{P}_n + \bar{Y} + \bar{Z}$$

其中： $\bar{Y}$ ——升力；

$\bar{Z}$ ——侧力；

$\bar{P}_n$ ——发动机推力的法向分力。

法向力  $\bar{N}_n$  既用来改变飞行方向，也可用来保持给定的飞行方

向。

实际上，为了保持给定的飞行方向，所有作用在导弹上的力在垂直于速度矢量的平面内的投影之和必须等于零。所以导弹直线飞行的必要条件是法向力  $\bar{N}_n$  恰好和重力在弹道法向上的分力  $\bar{G}_n$  相平衡（即  $\bar{N}_n + \bar{G}_n = 0$ ）（见图 1-2）。

为了改变导弹飞行方向，需要有改变法向力大小和方向的可能性。下面我们来讨论一下改变法向力的一些可能方法。

## 2. 气动法向力的形成

大家知道，非对称地流过导弹的弹翼、尾翼和弹身，产生总空气动力，它通常以在速度坐标系上的投影给出。气动法向力  $\bar{R}_n$  是升力  $\bar{Y}$  和侧力  $\bar{Z}$  的几何和。

$$\bar{R}_n = \bar{Y} + \bar{Z}$$

在形成气动法向力中，通常弹翼起着主要作用。

下面按导弹的不同气动外形来分别叙述气动法向力的形成。

### (1) 气动轴对称型：

气动轴对称型导弹的特点是两对弹翼安置在相互垂直的平面内（如图 1-3 所示）。这种型式的导弹，从产生的气动效应来说也是对称的，即气动法向力的大小，实际上不依赖于导弹在那个平面内获得攻角和侧滑角组合，故称为气动轴对称型。

出现攻角  $\alpha$  时，弹翼产生升力；同时地，出现侧滑角  $\beta$  时，弹翼产生侧力。 $\alpha$  和  $\beta$  的一定组合，就可以产生任何方向的气动法向力  $\bar{R}_n$ 。

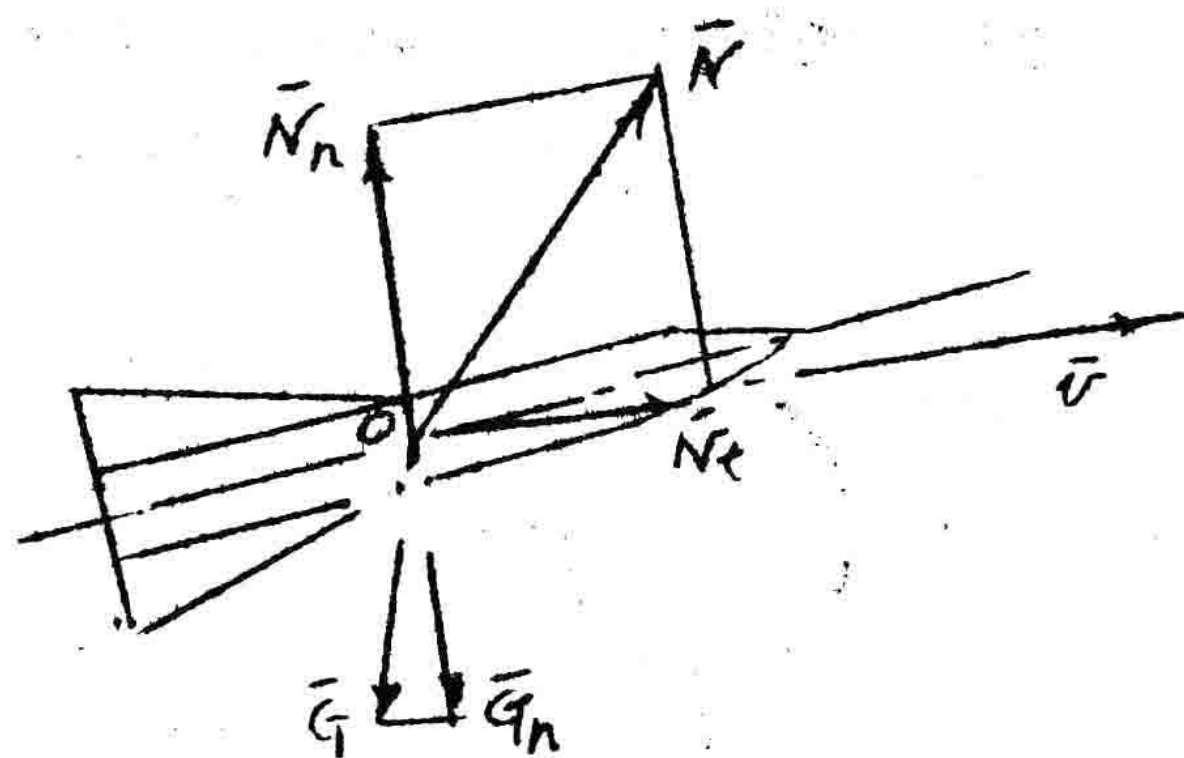
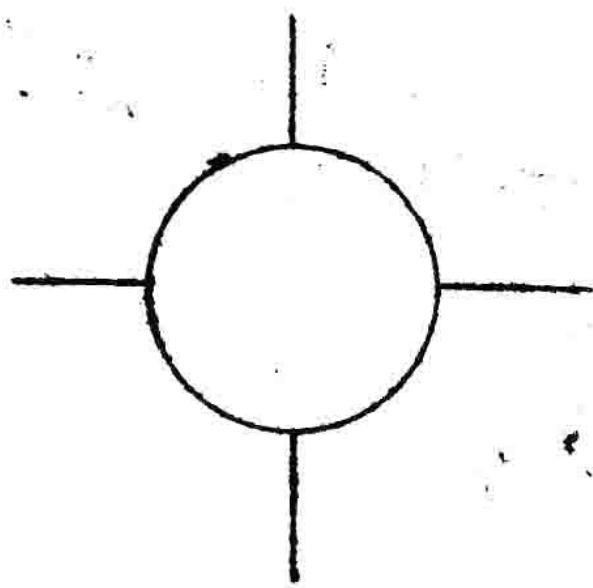


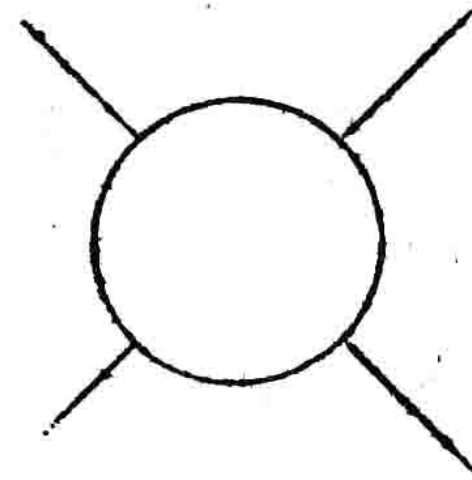
图 1-2 直线飞行条件 ( $\bar{N}_n + \bar{G}_n = 0$ ) 示意图

## (2) 气动面对称型

气动面对称型的特点是导弹上只有一对平置弹翼。有攻角时，弹翼所产生的升力位于它的对称平面内。有侧滑角时，侧力  $\bar{z}$  主要由弹身和垂直尾翼产生，弹翼不形成侧力。由于这类导弹的侧力比较小，弹道的曲率半径很大（图 1-4 所示）。所以面对称型的导弹在水平面内作曲线飞行，通常靠导弹绕纵轴转动使其倾斜来实现（如图 1-5 所示）。有攻角飞行时，升力位于导弹的对称平面内，当导弹倾斜转弯时，升力的方向也差不多偏斜了  $\gamma_c$ ，它的水平分量  $y \sin \gamma_c$  就作为使水平面内弹道弯曲的向心力。为保证  $\gamma_c$  面内飞行，垂直分量  $y \cos \gamma_c$  还要平衡导弹重量  $G$ 。



a)



b)

图 1-3 气动轴对称型导弹

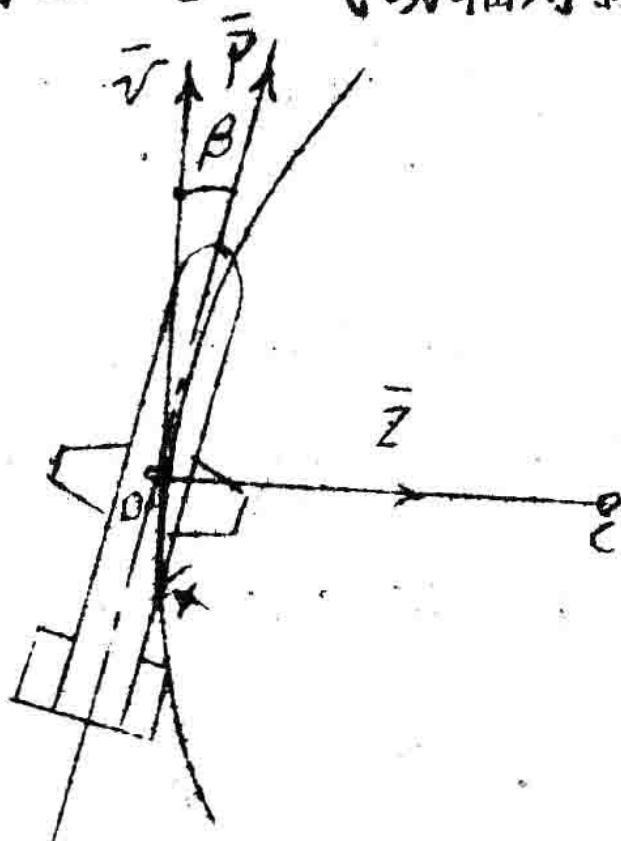


图 1-4 侧滑飞行时作用在导弹上的向心力  $\bar{z}$

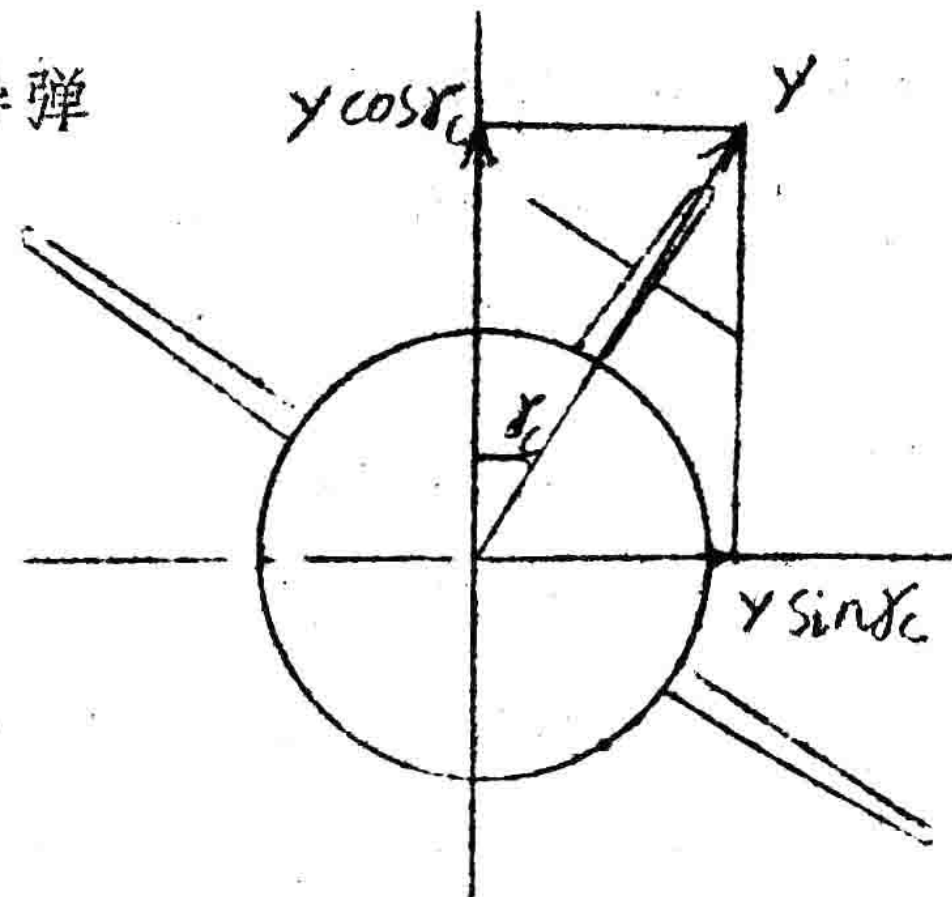


图 1-5 在水平面内作倾斜转弯飞行时作用在导弹上的力

为了使导弹获得所需的倾斜角，需要有一段时间，时间长短取决于倾斜角速度的大小，若倾斜角速度越大，则导弹能更快地在需要的方向上产生所需要的法向力，说明导弹的操纵性能越好。

要使导弹能无倾斜地完成机动飞行，需要有足够大的侧力，为了增大侧力，往往在弹翼配置上最广泛地采用气动轴对称型。

### 3. 推力法向力的形成

产生和维持导弹速度用的发动机，通常是这样安装，使推力  $\bar{P}$  沿导弹纵轴或者与纵轴形成一个小的可以忽略的角度。为了产生推力法向力，导弹弹体和发动机一起，应该相对于飞行速度矢量转过某一角度（如  $\alpha$ ，见图 1-6）。这时推力法向力的大小等于：

$$P \sin \alpha \approx P \frac{\alpha}{57.3}$$

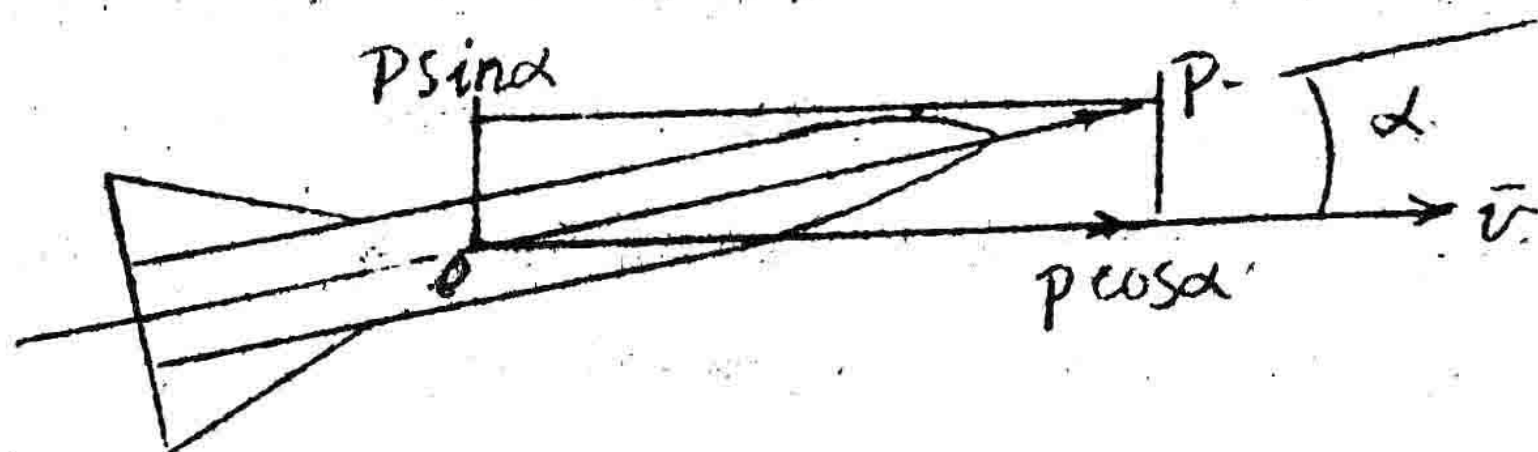


图1-6 发动机推力法向分力产生的示意图

在某些情况下，起飞发动机的轴，有时续航发动机的轴与导弹的纵轴形成一定的角  $\varphi$ （图 1-7）。在这种情况下，法向力的获得，不但由于导弹相对于速度矢量有一转角  $\alpha$ ，而且还由于发动机相对导弹纵轴有一安装角  $\varphi$ 。这时推力的法向力将等于：

$$P \sin(\alpha + \varphi) \approx P \frac{\alpha + \varphi}{57.3}$$

有一种特殊的例子，发动机的轴垂直于导弹纵轴，且通过导弹的重心，依靠这种发动机也可以产生法向力。

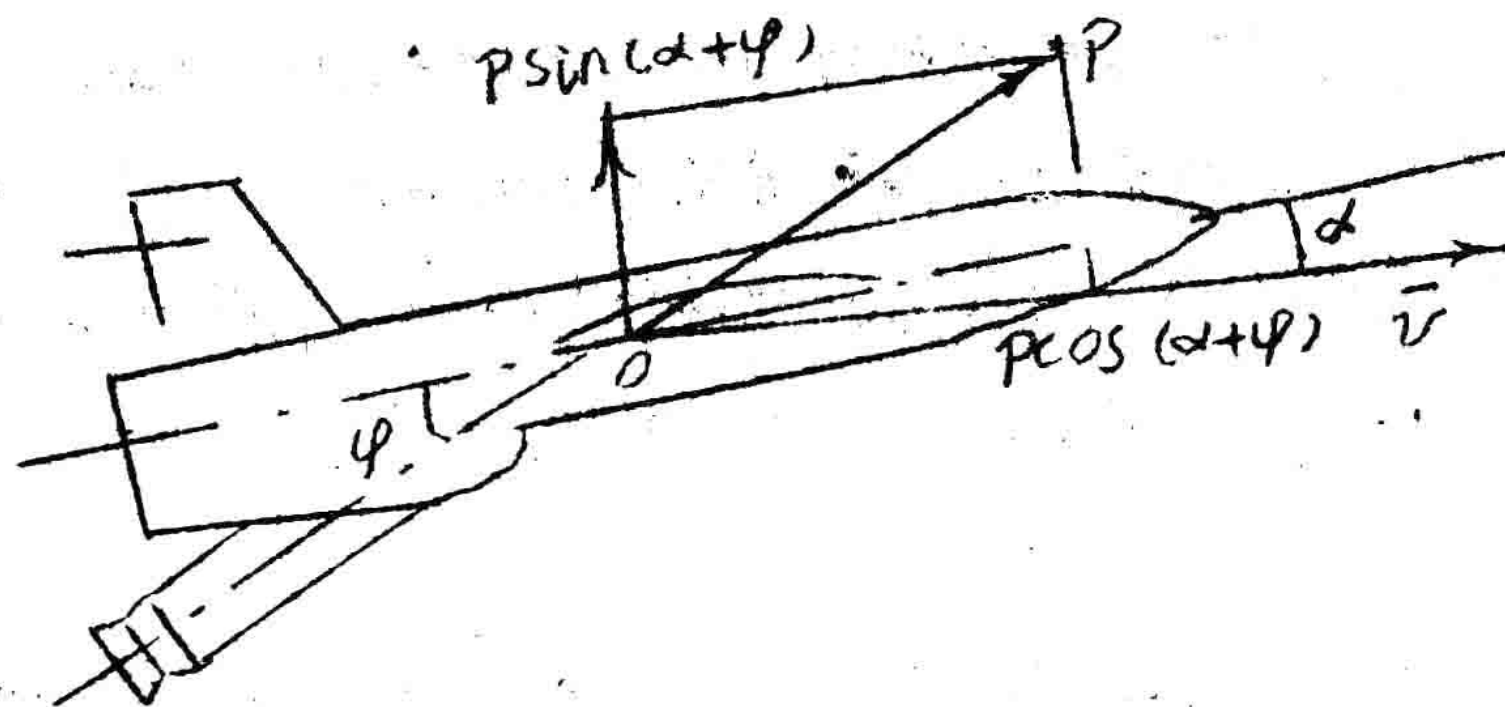


图 1-7 发动机相对于导弹纵轴有安装角的例子

## 二、导弹的操纵机构

从上述得出，为了改变法向力的大小和方向，在一般情况下需要改变攻角、侧滑角和倾斜角。这可以用偏转相应的操纵机构来达到，其结果操纵机构的控制力产生使导弹按需要方式来转动的控制力矩。

作用在导弹上的所有控制力的合力矩，通常沿导弹弹体坐标系的轴  $Ox_1$ 、 $Oy_1$ 、 $Oz_1$  分成三个分量。这些分量  $M_{cx_1}$ 、 $M_{cy_1}$  和  $M_{cz_1}$  相应地称为倾斜控制力矩、偏航控制力矩和俯仰控制力矩。

在大多数情况下，为了改变法向力，可以只限于利用偏航和俯仰的操纵机构来使导弹绕轴  $Oy_1$  和轴  $Oz_1$  转动，产生侧滑角和攻角，或者用倾斜和俯仰操纵机构来使导弹（指气动面对称型）绕  $Ox_1$  轴和  $Oz_1$  轴转动，产生倾斜角和攻角。

利用绕三个轴的转动来改变法向力是毫无必要，只会使控制系统复杂化，所以通常限于只利用绕两个轴的转动。但这时必须对绕第三轴的转动加上一定的约束。为此，还需要一个操纵机构（在第一种情况下是倾斜操纵机构；第二种情况下是偏航操纵机构），例如，常常要求导弹无倾斜地飞行（也就是需要倾斜稳定）。

对于绕纵轴旋转的旋转式导弹，改变法向力，只要利用一个操纵机构即可提供在旋转一周中所需要的控制力平均向量，它等于俯仰和偏航方向所需控制力之几何和，相应地产生攻角和侧滑角。这形式可以简化控制系统，近年来在反坦克导弹上应用较广，某些地空导弹也有应用。

最后，还需一个操纵机构来调节推力，也就是控制飞行速度。

这样一来，依靠四个操纵机构来直接控制导弹的四个运动（三个转动和飞行速度），我们就在所需时间内将导弹导引到空间的给定位置。

### 1. 攻角和侧滑角的控制

为了改变攻角和侧滑角，需要偏转相应的操纵机构，操纵机构上的控制力产生俯仰力矩和偏航力矩。这些控制力可能是空气动力，也可能是燃气的反作用力，这取决于所采用的操纵机构形式。

#### (1) 用空气动力来控制

用空气动力来控制的操纵机构，常见的有空气舵、旋转弹翼、扰流片等。下面分别作介绍（为叙述方便，以“十一十”气动布局为例）：

(a) 空气舵：它是在导弹上最广泛采用的操纵机构，它们是离导弹重心某距离上所安置的不大承力面。空气舵可能安装在弹身上、安定面上（安定面是安装在弹身上、与弹翼相类似的不动承力面）或弹翼后缘处。安装在弹身上的安定面和舵面一起，或者没有安定面的单独舵面都称为导弹的尾翼（指舵面在弹翼之后的“正常”式气动布局的导弹而言）或前翼（指舵面在弹翼之前的“鸭”式气动布局的导弹而言）。舵安装在弹翼后缘处的气动布局称为“无尾”式导弹。

“正常”式导弹的攻角控制（如图 1-8 所示）是当一对水平舵偏转同一角度  $\delta_z$  时，就产生空气动力——控制力，该力作用在舵的

压力中心上，并产生相对于导弹重心的俯仰控制力矩。这个力矩使得导弹绕重心转动。这样，固定在弹身上的弹翼和弹身本身，可以获得产生升力所需的攻角。同样地，当一对方向舵偏转同一角度  $\delta_y$  时，可获得产生侧力所需的侧滑角。

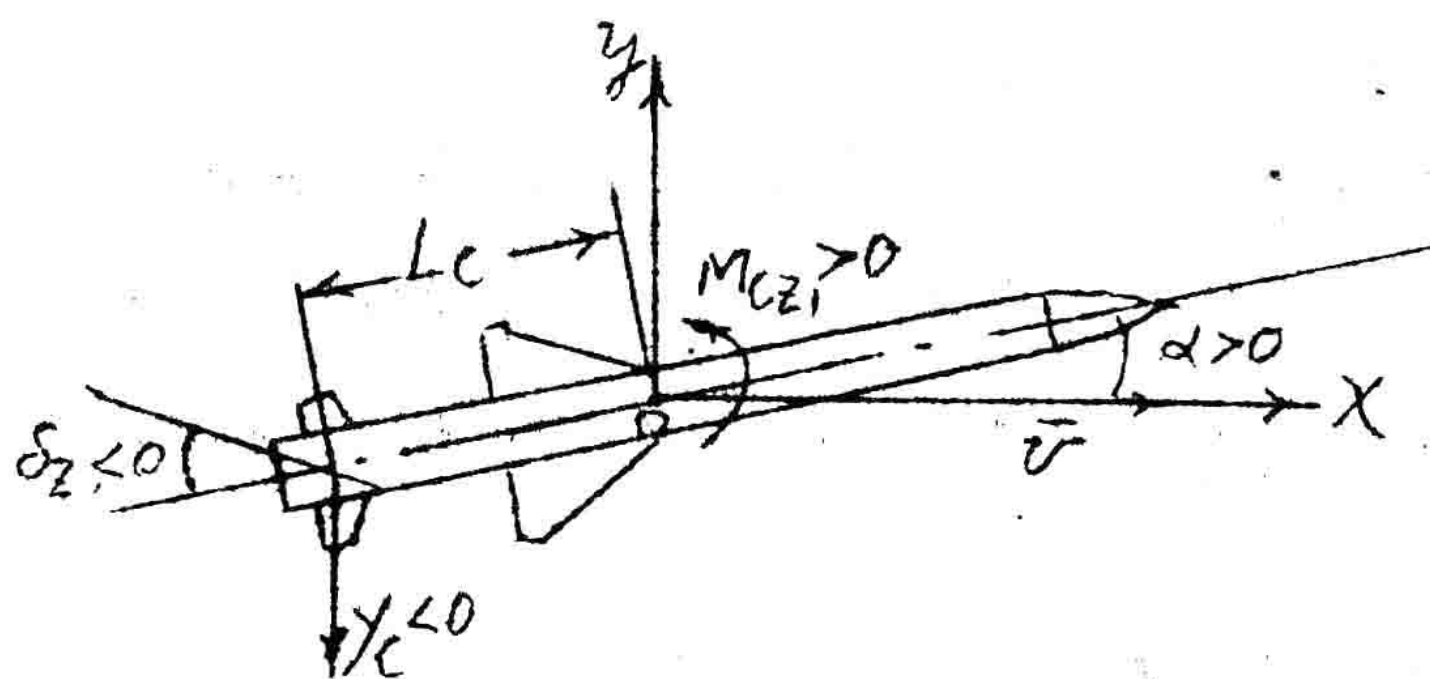


图 1-8 “正常”式导弹攻角控制示意图

“鸭”式导弹的攻角控制

(如图 1-9 所示)

原理同“正常”式导弹。所不同的是：若要获得正攻角，

“正常”式导弹则要求水平舵偏角  $\delta_z < 0$ ，控制力  $y_0$  向下；“鸭”式导弹的水平舵在导弹重心之前，则要求水平舵偏角  $\delta_z \geq 0$ ，控制力  $y_0$  向上。

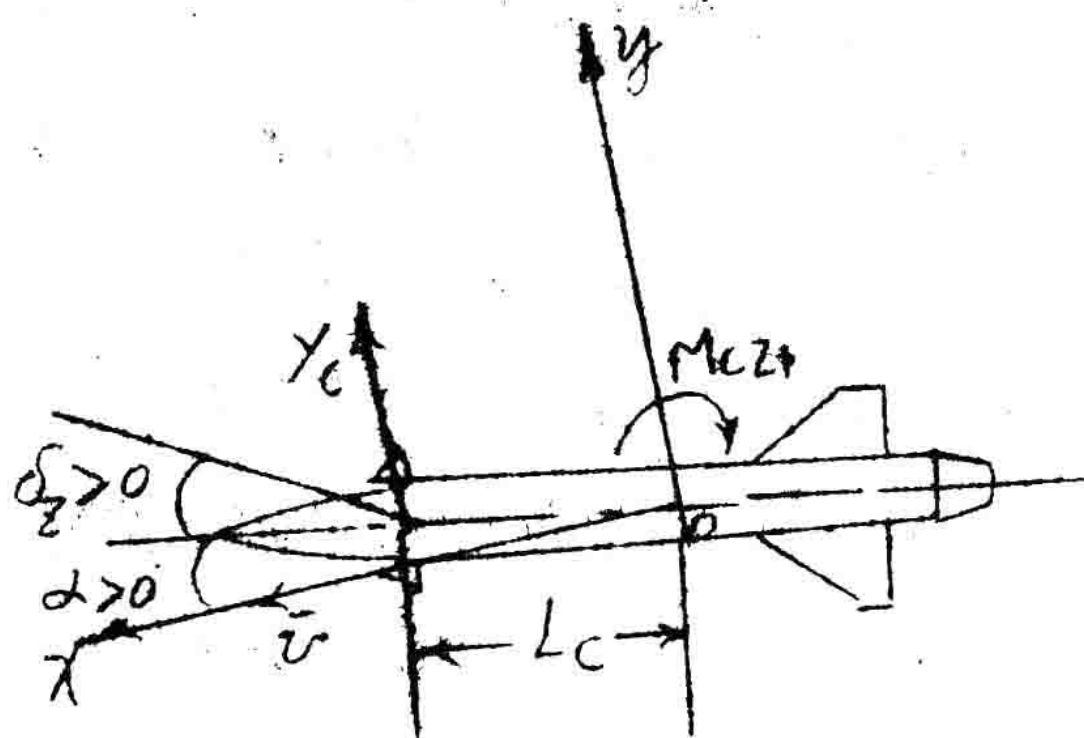


图 1-9 “鸭”式导弹攻角控制示意图

(b) 旋转弹翼：弹翼可相对于弹身偏转，当一对水平弹翼偏转同一角度  $\delta_z$  时，就产生空气动力——控制力，该力作用在弹翼的压力中心上，并产生相对于导弹重心的俯仰控制力矩。这个力矩使导弹绕重心转动，获得产生升力所需的攻角(图 1-10)。旋转弹翼式

导弹通常在尾部有大的安定面，所以弹身的攻角仍然很小，但它已足以产生需要的升力。同样地，垂直旋转弹翼偏转，可获得产生侧力所需的侧滑角。

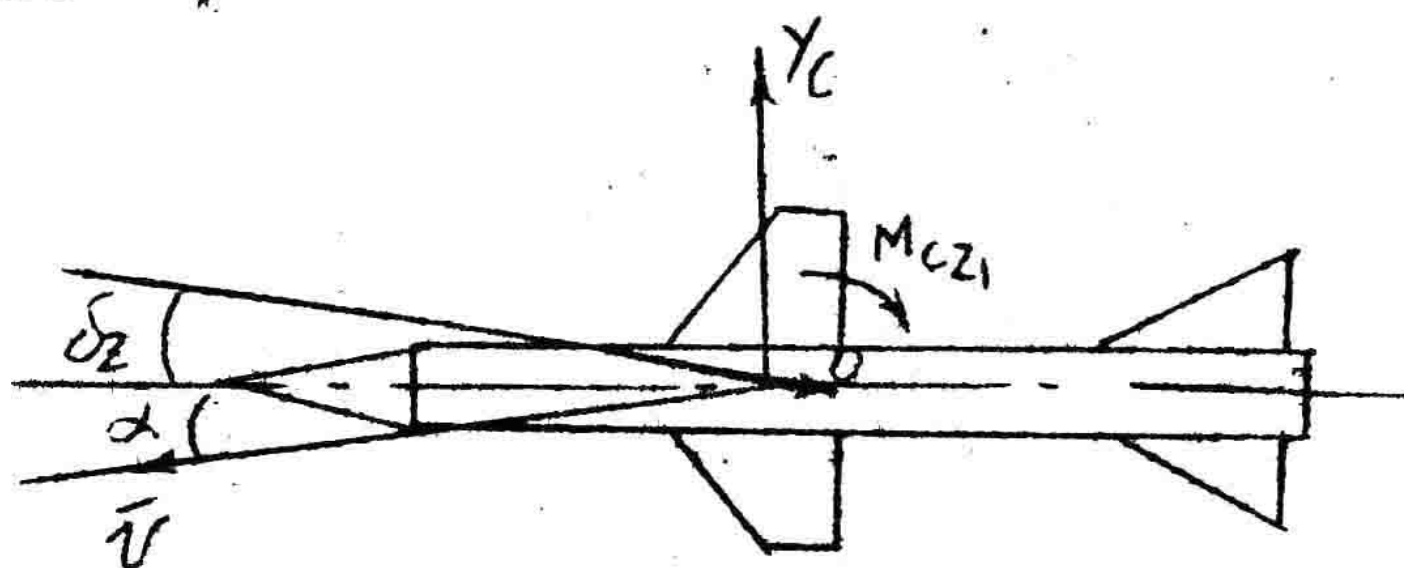


图 1-10 旋转弹翼式导弹攻角控制示意图

(c) 扰流片：扰流片是与来流垂直地安装在安定面或弹翼上的平板（如图 1-11 所示）。当扰流片离开它的中立位置而上下方向偏离时，就改变安定面或弹翼上的升力，因而也改变了该力对导弹重心的力矩。扰流片有不同的类型，下面举出二种：

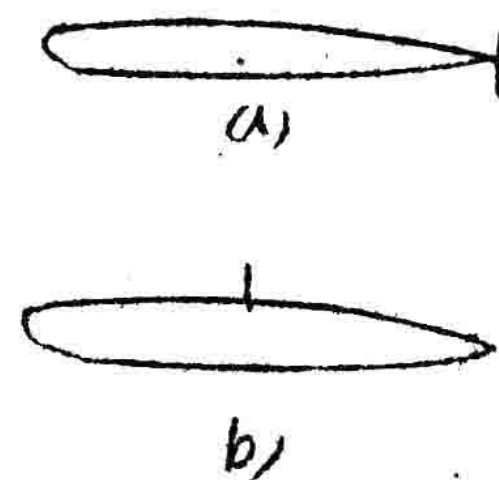


图 1-11 扰流片的主要类型

安装在安定面或弹翼后缘处的平板（扰流片上下振荡，而在每一方向偏离的持续时间可以变化，参看图 1-11 a)；

能够由安定面（或弹翼）里向上或向下伸出的平板（图 1-11 b）。

扰流片是与来流垂直安装在安定面或弹翼上，它产生的空气阻力较大，故没有获得广泛的应用。

## (2) 用燃气反作用力来控制

在这种情况下，或者用偏转主发动机的燃气流（如图 1-12 所示）或者利用小发动机来实现控制。小发动机是专门用来产生俯仰和偏航控制力矩的，它安装在离开导弹纵轴某一距离的地方。



偏转主发动机的燃气流的操纵机构的形式很多。诸如燃气舵、燃气扰流片、燃气偏转器等。

燃气舵安装在发动机排出的气流中，类似于空气舵在气流中那样地工作。当舵偏转某一角度时，燃气流也偏斜，那样就会产生燃气反作用力——控制力，该力相对于导弹重心的力矩迫使导弹转动，并获得产生升力（侧力）所需的攻角（侧滑角）。

燃气扰流片可以认为是空气扰流片的推广。

燃气偏转器：是在发动机喷管出口处有一个圆环形的“偏流器”，如图 1-13 所示，它可以绕着铰链轴摆动（有人把它称为“摆动帽”），利用偏流环来产生控制力的原理是这样的：如果偏流环绕其铰链轴向下摆动了一个角度，于是燃气流就受到了偏流环一部分侧面的阻挡，而产生了斜激波。燃气流在通过斜激波以后的压力将显著提高，它作用在被斜激波所遮盖住的那部分偏流环的内表面上。但同时，在未被斜激波遮盖住的那部分内表面上，所受压力却较低，结果，

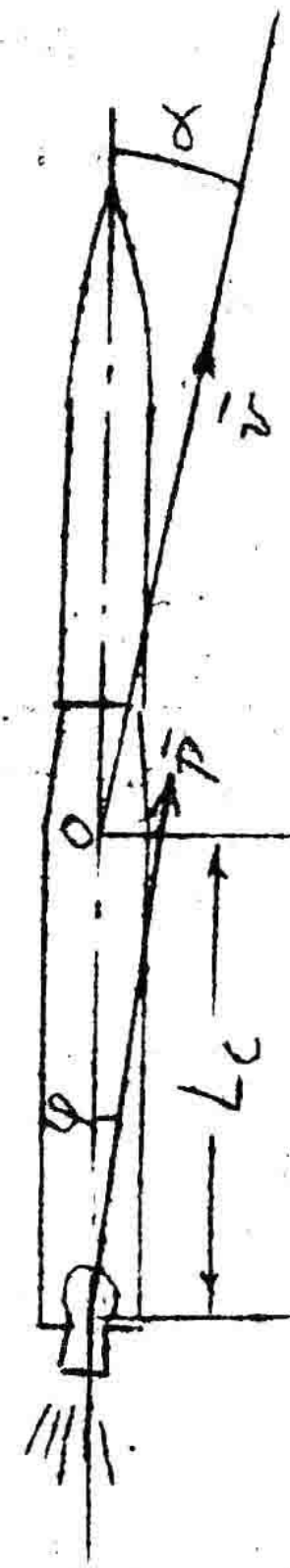


图 1-12 采用摆动发动机来控制的示意图

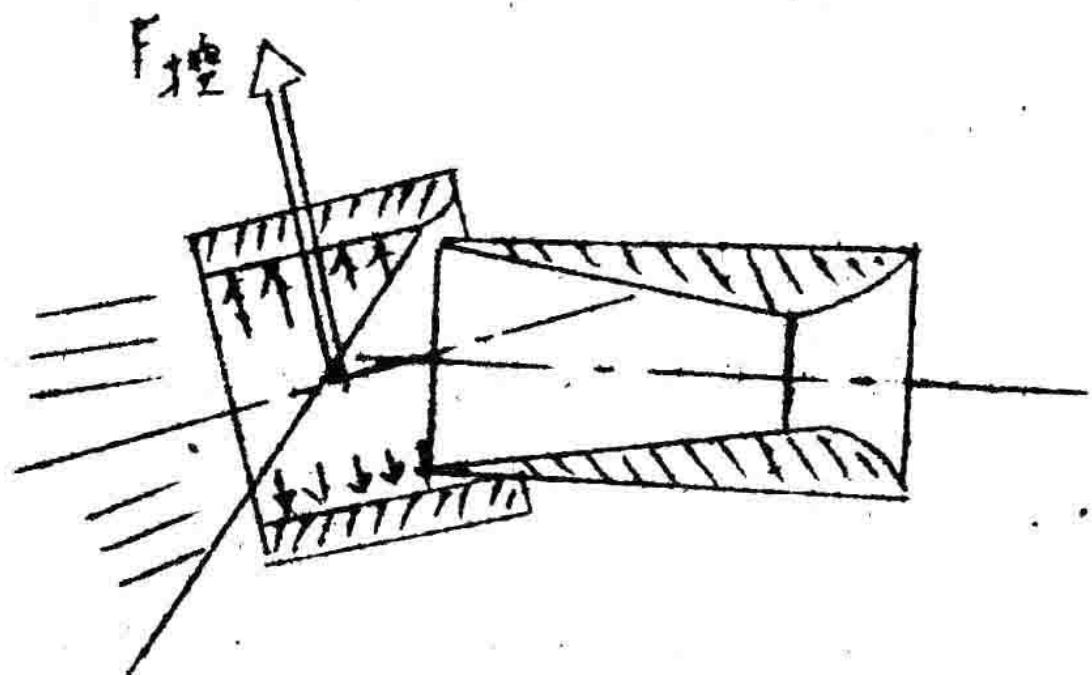


图 1-13 利用偏流环形成控制力的示意图