全国辩证自然观学术讨论会
资 料 汇 编

中 国 自 然 辩 证 法 研 究 会

一九八三年十月　于北京

显然，极早期宇宙极高的密度、极高的温度、极短的时标、以及作用力的特殊形式，都是通常的“微观”和“宏观”概念所不能包含的。它们与今日所知的一切（从基本粒子到目前的整个可观测宇宙）是那样地不同，这不禁使人想到：对于极早期宇宙而言，是否连我们所说的“宇观”概念都不再适用了？它会不会是某种“超宇观”世界中的“臣民”，从而必须遵守那儿的“法律”呢？这里，我只能提出这个问题，却不敢贸然地回答——一切还有待于未来科学的实践。

4.黑洞的归属。

我们在这里列出一些典型黑洞的质量与尺度：

黑洞类型	质量	尺度	密度（克/厘米^3）
星系级	10^{6}—10^{12}太阳质量	10^{7}—10^{12}公里	1—10^{-8}
球状星团级	10^{4}—10^{5}太阳质量	10^{4}—10^{5}公里	10^{8}—10^{6}
恒星级	1—10太阳质量	1—10公里	10^{16}—10^{14}
原生黑洞	10^{15}克	10^{-13}厘米	10^{54}

这些黑洞都有一个根本的共同点：引力场强度极大，其表面逃逸速度达到甚至超过光速。然而，它们究竟是属于宇观世界、还是宏观世界、甚至微观世界（请看看原生黑洞的尺度吧）呢？这实在是一个难题。不过，有一点是值得注意的：研究任何黑洞的性质都离不开广义相对论的（或诸如此类的）时空—引力理论，这一特征倒是十分鲜明的。

黑洞的归属问题足以表明：用“宏观”与“微观”来囊括一切的时代已经属于过去。

*　　*　　*

值得探讨的问题当然不止这几个。一个重要的科学新概念，从它模模糊糊地浮现于人们的脑际，直到发育成一株根深叶茂的大树，其历程往往是漫长、曲折、甚至有反复的。二十年的历史还不算长，“宇观”这一概念离开尽善尽美也许还远得很（其实，“微观”和“宏观”概念恐怕也未必就那么完美吧），那么，目前它究竟成长发育到了什么阶段呢？仍处于婴儿期？还是已经进入了它的童年、少年、青年时代？未知的东西还很多，所有这一切，不是都很值得进一步探讨吗？

谈谈牛顿力学的内在随机性*

中国科学院理论物理研究所　郝柏林

翻开一些自然辩证法书籍，通常在讨论自然界中的必然现象和随机现象时，都指出描述前者的是微分方程、积分方程等等确定论的数学手段，而描述后者的则是统计平均、随机过程等等概率论的方法。对于统一的客观的自然界，有着确定论和概率论的两套描述体系。传统的观念更为推崇确定论描述，而把概率论作为某种“不得已而为之”（“粒子数

*注：这是1983年10月10日在自然辩证法讨论会上发言第三部分的整理稿，其中一些观点并非公认的定论，希望引起讨论。

太多”、“不可能计入一些因素”、“相互作用太复杂”……）的补充。换言之，人们承认确定论的描述反映了事物内在的发展规律，但往往把概率论描述的必要性归因于一些外在的因素，归因于知识的不完备性和处理技术上的困难。

这种划分和论证有着根本性的弱点。正是物质更高级、更复杂的运动形态，才必须更多地使用概率论描述。认识物质的更高级的发展形态，反而要引用外在的因素和知识的不完备性，这怎么能令人满意呢？于是一方面有过从力学规律推导统计规律的不断尝试，另一方面又有人强调统计规律性完全不同于动力学规律，反对把前者还原为后者。总之，确定论和概率论描述之间有一条鸿沟，有许多问题等待哲学和自然科学的进一步发展加以解答。近二十年来数学、力学和物理学的发展已经提供了许多有益的启示，应当引起自然辩证法学界的重视。

牛顿力学三百年

1686年牛顿向伦敦皇家学会提出报告，第二年出版了“自然哲学之数学原理”一书。在这本书里以微分学为手段表述了牛顿力学三大定律、万有引力定律和他的绝对时空观。近三百年来科学文献中用拉丁文大写的“原理”二字就是特指这本经典著作。它启迪了整个现代自然科学的发展，同时成为自然科学方法论的楷模，人们至今还没有从它的影响下完全解脱出来。

诚然，牛顿力学一直被作为确定论描述的典范。拉普拉斯曾经宣称，只要给出初始条件，他就可以预言整个太阳系的未来。确定论的正统性在爱因斯坦的头脑中根深蒂固，他不相信上帝在“掷骰子”，始终对量子力学的统计解释格格不入。（不过我们将完全不涉及量子力学问题，在下面论及的意义下，大学教科书中的量子力学都是确定论的描述）。一定也会有当代的科学界同事对本文标题提出怀疑。然而，三百年来我们对牛顿力学的认识究竟有多少呢？掷骰子也必竟是一个力学问题呢。

可积系统和不可积系统

简单介绍几个牛顿力学中的概念，会有助于下面的讨论。一个质点可能沿上下、左右、前后三个方向运动，我们说它有三个“自由度”，用三个坐标（x，y，z）和三个速度（v_x，v_y，v_z），一共六个量来刻划它的运动。一般情形下，具有N个自由度的力学系统，用N个坐标和N个速度来描述。牛顿方程就是这2N个量的微分方程组。如果这个微分方程组可以明显地解出来，那么力学系统的过去与未来就都知道了。这是完全确定论的情形：绝大多数运动轨道是稳定的，可以使用微分学中的ε—δ语言描述等等。

然而天下可以解出来的微分方程太少了，人们不得不退而求其次。如果对于自由度为N的力学系统，存在速度和坐标的N个“运动积分”或“守恒量”，它们不随时间变化，这个力学系统就称为可积的。能量是一个运动积分。可积系统除了能量之外还有N—1个独立的积分。这种系统的运动图象也是确定的。

可积系统又有多少呢？如果把一切可能的力学系统都取来，组成一个“空间”，空间的每个点代表一个不同的力学系统。这个空间有一定的“体积”或者叫“测度”。但是，如果把那些代表可积系统的点都集中起来，仍然是体积为零的区域。用数学语言说：可积

系统在一切力学系统的空间中的“测度为零”。我们知道，有理数比无理数少得多，但可以用有理数的序列来逼近任何一个无理数。然而，相比之下可积系统更为稀少，以致不可能用可积系统的序列来逼近任意的不可积系统。

古今中外一切力学教科书都着重叙述那些稀如凤毛麟角的特例，即可积甚至可解的系统，而几乎不提及更普遍、更典型的不可积系统。事实上因为对于不可积系统所知甚少，教科书中也没有许多话可说。只有天体力学是例外，那里日地月三体问题就是不可积的，只能用级数展开求解。然而，多体问题的级数解是否收敛，太阳系作为一个牛顿力学系统是否稳定，这些根本问题直到五十年代末还没有解决。

不可积系统的运动和随机性

不可积系统的运动图象如何？牛顿力学二百多年的发展并没有回答这个问题。在十九世纪和二十世纪之交，本来有过一次重新研究这个根本问题的良好机会，因为当时统计力学奠基问题和对天体力学中级数解的深刻分析，从两方面把不可积系统的问题提上日程。但是，相对论和量子力学的成功，加上现代工业技术的迅猛发展，吸引了几乎全部物理学家的注意力，这些艰难的古典力学问题被留给数学家们去静心研究。

1962—63年数学家们在近不可积系统的研究上取得了实质性进展，证明了所谓KAM定理。大意是说，只要离开可积性不远，不可积系统的运动图象与可积系统相差不多，只有“测度为零”的初值才导致随机游走的轨道。然而，用著名数学家Arnold（即KAM中的A）的话说：“不可积系统的研究超乎现代数学的能力”。这里另一项现代技术开始发挥作用。二十年来人们用电子计算机研究了许多不可积系统的性质，发现这里更典型的是运动轨道的不稳定性，对初值变化的敏感性和长时间行为的随机性。在数值工作的启示下，理论上也有了一些进展。确定论系统中可以自发地产生随机行为，而不须外加任何随机因素。这是一次思想解放。这类现象在英文中称为Chaos，我们愿把它们称为“内在随机性”或“混沌”。这里取“气似质具而未相离，谓之混沌”的本意。因为确定论方程反映出来的随机性，其中还有许多尚未认识的结构和规律。凡已认识的现象可以另起一个名字，而把那些还说不清楚的事物一言而蔽之曰“混沌”。

概括以上两小节，可以列出下面的对比关系

可积系统——轨道稳定——确定论

不可积系统——出现不稳定——混沌

只有对不可积系统的运动有深刻认识，我们关于牛顿力学的知识才比较完备。现代科学正在向这方面前进。

内在随机性两例

我们从天体力学三体问题中引两个内在随机性的实例。

第一个例子是苏联数学家西特尼科夫等人在六十年代初证明的。取两个相同的大质量M，它们有一个运动平面。再拿一个小质量m，令它在穿过两个大质量的质心并垂直于上述平面的直线上运动。质点m穿过平面后，可能在时刻T_1，T_2，……T_n多次经过此平面，然后逃逸，也可能一直来回运动下去。西特尼科夫等人的结果可以表述为：给定任意个随机数，都存在着相应的初始条件，使得质点m依次以这些随机数为时间间隔，穿过大质量

的轨道平面，然后逃逸掉。换言之，无论对质点m的运动历史作多少观察，也无法知道下一次是返回还是逃逸。这里经典力学中已失去了对未来运动的可预测性。

第二个例子是天体力学家、“轨道理论”一书的作者Szebehely等在1981年给出的。考虑小质量m在大质量M_1和M_2作用下的运动，忽略小质量对大质量的影响，而且把运动限制在平面内。这是自由度为2的平面三体问题，由一个四阶常微分方程组描述。在方程组的平衡点附近小质量可能作范围有限的摆动，也可能离开平衡点远去。Szebehely等试图用精密的数值计算确定这两种行为的边界，结果发现两者之间并没有光滑、连续的界限：在摆动附近有导致逃逸的初值，而逃逸附近又存在摆动区，初值的微小差别会导致定性不同的结果。

这两个例子，一个解析，一个数值，都是精密可信的科学结论。它们并没有引用任何外在的随机因素，一切都发生在牛顿力学的“确定论”框架内。这两个例子又都是能量守恒的保守系统。更为现实的数学模型应是耗散系统。耗散是一种整体性的稳定因素，它使不稳定的运动轨道扭曲折迭，限制在有限区域内。流体力学方程组中的粘滞项就引起耗散。近几年人们期望通过研究流体力学方程组的混沌行为，认识湍流的发生机制，在理论和实验两方面都有较大进展。

有限性和随机性

纯粹确定论的描述和纯粹概率论的描述都是理想化的极限，隐含着承认某种无穷过程是可以实现的。

如果说牛顿力学给出的质点运动轨道是确定的，这就意味着承认能以无穷精密的测量来确定和区分轨道。只要认为人类的任何历史阶段测量精度却是有限的，科学技术的发展可以缩小测量误差，但不能使误差为零，那么就可以构造出一个随机的轨道（只须在牛顿轨道上加上小于测量精度的随机涨落），原则上不可能用测量手段同确定轨道区分。

同样，一个完全随机的过程应当能通过无穷长的随机性检验。以均匀分布在（0，1）区间上的随机数为例。如果只取来N个随机数，就只能要求它们在一定限度内通过随机性检验，允许存在量级为$N^{-\frac{1}{2}}$的统计涨落。只要N不是无穷大，就谈不上纯随机数，就可以设想某种确定论过程来产生N个数，使它们同样好地通过随机性检验。事实上目前电子计算机上使用的“伪随机数”，都是由确定论过程产生的。

承认有限测量精度和有限的随机性检验，并不是对人类认识能力的侮辱。事实上自然界的许多基本规律，都可用否定形式来表述：不能制造出第一类和第二类永动机，温度不可能达到绝对零度，不能用实验来区分惯性质量和引力质量，质量有限的物体不能以光速运动，微观粒子的坐标和动量不能同时精确测定，等等。看来，承认某种有限性原则（其确切表述还有待于科学发展的启示），我们才能从确定论与概率论的对立中解脱出来，建立更符合客观世界的理论物理体系。

在一定意义上，现代数学的状况要比物理学好。五十多年前的数学，曾是分析、代数、几何三个正统的分枝（及其交叉）加上“四不像”的概率论。自从三十年代用测度论建立了概率论的公理体系，才使它成为现代数学的一个平等的组成部分，而且概率论和随机过程的观念在数学各个领域中都发挥着作用。诸如“几乎处处”、“除去测度为零的集合”“在一般（generic）条件下”这些提法，早已成为有严格涵义的现代数学语言。

相比之下，物理学中确定论和概率论描述之间仍是泾渭分明。混沌现象的研究正在改变着人的认识。牛顿力学有两个公认的应用极限，$1/c\neq0$（c是光速）时是相对论力学，h（普朗克常数）不为零时是量子力学，看来还有第三种极限，那就是以不可积为特征的“复杂系统”，这里出现了统计描述的必要性，出现温度、熵、不可逆性等“宏观”性质。虽然原则上不可积系统仍包含在牛顿力学的框架内，但至少描述轨道的牛顿方程已不再是基本方程，而必须代之以分布函数的刘维方程。是否存在着另一个基本常数，存在着像光速不变或测不准关系那样的基本原理呢？目前并不清楚，但可以作一些猜测。把宏观量“熵”S与微观状态数W联系起来的玻耳兹曼公式$S=k\ln W$中出现了玻耳兹曼常数k，它的量纲中含有温度这个“非力学”的量。$k=0$使得熵为零。因此，如果能从微观上定义熵，则熵不为零的系统就是“复杂系统”，必须使用概率论描述，玻耳兹曼常数应以某种方式自然地进入理论系统，而相应的基本物理原理可能与前面论及的有限性原则有关。果然如此，则经典的牛顿力学就是$h=k=1/c=0$的极限情况，它的延伸是量子力学（$h\neq0$），相对论力学（$1/c\neq0$）以及复杂系统的力学（统计力学，$k\neq0$），见示意图。这些猜测有多少道理，要靠理论物理的发展来证实。

附记：本文除最后一段话外，都是有数学理论、或物理实验、或计算机实验作依据的。关心详情的读者可以参阅《自然杂志》1983年6卷9期上陈式刚的文章，以及笔者为“物理学进展”（1983年3卷3期）撰写的长篇综述。