



原  
书  
缺  
页

原  
书  
缺  
页

- $\pm BC \cdot AD$ . ... 762
- 將直線  $AB$  二分之於  $C$ , 或二等分之於  $D$ , 則  $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$   
 $= 2AC \cdot BC \pm \overline{CD}^2$ . ... 763
- 二直線  $AB, CD$  中,  $\overline{AB} + \overline{CD}^2 - \overline{AB} - \overline{CD}^2 = 4AB \cdot CD$ . 764
- $(a + b + c + \dots)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + \dots + 2ab + 2ac + \dots$   
 $+ 2bc + \dots$  ... 765
- 將有限直線按任意比內分爲二, 或按等比外之任意比外  
 分爲二, 其分點皆唯一. ... 950
- 於定理有限直線  $AB$  內分於  $P$ , 外分於  $Q$ , 而  $PA:PB$  及  
 $A:QB$  等於所設任意比  $H:K$ , 如是之分點, 即  $P$  及  $Q$  唯  
 一. 中, 設  $K$  初較  $H$  小甚, 漸漸增大而與  $H$  相等, 最後較  $H$   
 大甚, 而追跡  $P$  及  $Q$  位置之變化. ... 990
- $P, Q$  對於  $A, B$  爲調和共軛點, 則  $A, B$  對於  $P, Q$  亦爲  
 調和共軛點. ... 991
- 若  $A, P, B, Q$  成調和點列,  $M$  爲  $AB$  之中點, 則  $MA$  爲  $MP$ ,  
 $Q$  之比例中項. ... 992
- 若  $A, P, B, Q$  成調和點列, 則  $QA, QP, QB$  成調和級數. 又  
 $P, AB, AQ$  亦成調和級數. ... 993
- 若四直線成比例, 則其兩外項所包矩形, 等於其兩內項所  
 包矩形. 反之, 設兩直線所包矩形, 等於他兩直線所包矩  
 形, 則此四直線成比例, 而一矩形之二邊爲兩內項.  
 ... 1139
- 若三直線成比例, 則兩外項所包之矩形, 等於中項上之正  
 方形. 反之, 設兩直線所包之矩形, 等於他一直線上之正  
 方形, 則此三直線成比例, 而前二直線爲兩外項, 後一直  
 線爲中項. ... 1140
- 若四直線成比例, 則其第一第二線上所作在相似位置之  
 兩相似直線形, 與第三第四線上所作在相似位置之兩相  
 似直線形成比例. 反之, 設四直線中, 第一線上所作之直  
 線形與第二線上所作在相似位置之相似直線形之比, 等  
 於第三線上所作直線形與第四線上所作在相似位置之  
 相似直線形之比, 則此四直線成比例. ... 1144
- 若四直線中, 兩兩之比之複比, 等於其兩前項所包矩形與兩  
 後項所包矩形之比. ... 1147
- 若  $A, B, C, D$  四點在一直線上, 在  $AC, BD$  上作任意相似  
 三角形  $AXC, BYD$ , 令其對應邊  $AX$  與  $BY$ ,  $CX$  與  $DY$  平  
 行, 命  $O$  爲  $YX, DA$  之交點, 則矩形  $OA \cdot OD$  等於矩形  $OB$   
 $\cdot OC$ . ... 1158

- 二直線所包之矩形，爲各直線上正方形之比例中項。  
... .. 1163
- 二直線不相等，則其和之半分，大於其比例中項。設二直線相等，則如何？... .. 1193
- 設  $O, A, B, C, D$  爲如 1158 題所述之點，直線  $OE$  上之正方形等於矩形  $OA \cdot OD$ ，以  $O$  爲中心， $OE$  爲半徑作圓， $P$  爲圓周上之任意點，則角  $APB, CPD$  相等。... .. 1206
- 在有限直線  $AB$  上取一點  $C$ ，令  $AC$  爲  $AB, BC$  之比例中項，則  $3AC^2 = AB^2 + BC^2$ 。... .. 1274
- 設  $A, B, C, D$  成調和點列，則  $\frac{2}{AC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AD}$ 。又其逆定理如何？... .. 1275
- 一線分之中點唯一。... .. 358
- 二有限直線上正方形之和，等於此二直線和之半分以上正方形及其差之半分以上正方形之和之二倍；試由幾何學證之。又將一有限直線分爲二分，則其二分上正方形之和，等於此直線半分以上正方形之二倍，及分點與此直線中點間部分上正方形之二倍之和；試亦用幾何學證之。846
- 設線分  $AB$  二等分於  $C$ ，又分爲不等之二分於  $D$ ，如圖作半圓，則  $P+S=Q+R$ 。但  $P$  爲半圓之罅隙。... 1248
- 在定角  $XOY$  之二等分線上取一點  $P$ ，命過二點  $O, P$  之任意圓周與角之二邊  $OX, OY$  之交點分別爲  $A, B$ ，則線分  $OA, OB$  之和，一定不易。... .. 705
- 設分線分  $AB$  於  $C$ ，而  $AC^2 = 2CB^2$ ，則  $AB^2 + BC^2 = 2AB \cdot AC$ 。  
... .. 864
- 設  $O, B, C$  爲在一直線上之三點， $OB, OC$  之中點分別爲  $B', C'$ ，按  $m:n$  內分或外分  $BC$  之點爲  $M$ ，又  $OM$  之中點爲  $N$ ，則  $N$  按同比內分或外分  $B'C'$ 。... .. 1010
- 設  $S$  爲含調和點列  $A, C, B, D$  之直線外之一點，過  $C$  引  $SD$  之平行線，命其與  $SA, SB$  之交點分別爲  $G, H$ ，則  $GC, CH$  相等。... .. 1138
- 設  $P$  及  $P'$  內分及外分線分  $AB$  於中末比，求證 (1) 以  $BP$  [或  $BP'$ ] 爲底邊，作矩形  $BPCD$  [ $BP'C'D'$ ]，令其高等於  $AP$  [ $AP'$ ]，則  $AD$  [ $AD'$ ] 垂直於  $BC$  [ $BC'$ ]；(2) 以  $PP'$  爲直徑作圓，過以  $AB$  爲對角線之正方形之二角頂。... 12
- 設二線分  $AB, CD$  在一直線上，則過  $A, B$  之圓與過  $C, D$  之圓之根軸，過一定點。... .. 12.



## 3. 角

- 凡周角皆相等. ... 1
- 由同一之點, 引若干直線, 則各直線與其下一直線所成各角之和, 等於四直角. ... 2
- 凡平角皆相等. ... 3
- 同一之二邊  $AB, AC$  所夾之二平角相等. ... 4
- 等角之餘角亦等. ... 7
- 等角之補角亦等. ... 8
- 一直線立於他一直線上, 其所成鄰角之和, 等於二直角. ... 9
- 由一直線上之一點, 就其一側引若干直線, 則其依次所成各鄰角之和, 等於二直角. ... 10
- 一直線與他二直線所成鄰角之和, 若等於二直角, 則後二直線成一直線. ... 11
- 二直線相交, 其對頂角相等, 及其逆定理. ... 12, 32
- 四直線交於一點, 若不兩兩成一直線, 則其二雙相對之角不等. ... 32
- 一點之周圍, 有  $A, B, C, D$  四角:  $B$  2 倍於  $A$ ,  $C$  3 倍於  $B$ ,  $D$  等於  $C$ , 則各角爲直角之幾分之幾? ... 13
- 過角之頂點, 與此角之二等分線成直角之直線, 與角之二邊成等角. ... 14
- 會於一點之四直線, 設其所成之角皆爲直角, 則四直線成二直線. ... 17
- 一直線與他直線成二鄰角, 各角之二等分線互爲垂線. ... 18
- 二鄰角之二等分線, 若互相垂直, 則其所不共之二邊, 成一直線. ... 20
- 前題中  $\widehat{EBC}$  與  $\widehat{FBD}$  互爲餘角,  $\widehat{ABE}$  與  $\widehat{DBE}$  互爲補角. ... 21
- 六直線會於一點, 成六等角, 則各角爲一直角之三分之二. ... 22
- 二角  $\widehat{AOB}, \widehat{COD}$  公有一頂點  $O$ , 邊  $AO$  與邊  $BO$  分別垂直於邊  $CO$  與邊  $DO$ , 則  $\widehat{AOB}$  或等於  $\widehat{COD}$ , 或爲其補角. 23
- 二對頂角之二等分線, 成一直線. ... 24
- 相交二直線所成之四角, 其二等分線成互相垂直之二直線. ... 25
- 四直線會於一點, 若不相鄰之角相等, 則此等直線, 兩兩成一直線. ... 26

- 二直線  $OB, OD$  與一直線  $AC$  會於同一點  $O$ , 若在  $AC$  異側之二角  $AOB, COD$  相等, 則  $BOD$  成一直線. ... 27
- 二等分對頂角之一之直線, 亦二等分他一對頂角. ... 28
- 二直線  $AO, BO$ , 在他直線  $CD$  之兩側, 而與  $CD$  交於同點  $O$ , 其所成角  $AOC, COB$  之和等於二直角. 引過  $O$  點之直線  $EOF$ , 則  $AOF$  等於  $BOE$ . ... 29
- 相鄰二角若互為餘角, 則各角二等分線間之角, 等於直角之半. ... 30
- 設  $A\hat{O}B, B\hat{O}C, C\hat{O}D$  為依次相隣之角, 而其度數則  $A\hat{O}B = 105^\circ 30'$ ,  $B\hat{O}C = 15^\circ 20'$ ,  $C\hat{O}D = 69^\circ 10'$ , 問  $AO, OD$  成一直線否? ... 31
- 角之二邊, 與其二等分線之延線成等角. ... 33
- 設  $A\hat{O}B$  之二等分線為  $OM$ ,  $ON$  為角內之一直線, 則  $M\hat{O}N = \frac{1}{2}(A\hat{O}N + B\hat{O}N)$ . 又設  $ON'$  為  $A\hat{O}B$  外之一直線, 則  $M\hat{O}N' = \frac{1}{2}(A\hat{O}N' + B\hat{O}N')$ . ... 35
- 二鄰角之度數, 分別為  $160^\circ$  及  $20^\circ$ , 則其二等分線所夾角之度數如何? ... 37
- 一直線與他二直線交, 若其所成之一組錯角相等, 或一組同位角相等, 或在前一直線同側之二內角互為補角, 則二組錯角相等, 四組同位角相等, 二組同側內角互為補角. ... 39
- 設頂點為  $A$  之角, 其一邊上有二點  $B, C$ , 他邊上有二點  $D, E$ , 而  $AB$  等於  $AD$ ;  $AC$  等於  $AE$ , 則  $BE$  等於  $CD$ . 試證之. ... 83
- 過角  $ABC$  之二等分線上之任意點  $O$ , 作  $CB$  之平行線, 與  $AB$  交於  $M$ , 則  $MBO$  為二等邊三角形. ... 113
- 由角  $BAC$  之二等分線上, 取任意點  $D$ , 且令  $AB$  等於  $AC$ , 則  $A\hat{D}B = A\hat{D}C$ . ... 114
- 由一角之二等分線上之一點, 向各邊引平行於他邊之直線, 則此二直線相等. ... 115
- 設  $O$  為距角  $BAC$  之二邊等遠之點, 則  $OA$  為角  $BAC$  之二等分線, 及其逆定理. ... 116, 117
- 通過角之二等分線上之一點, 且與此線成等角之二直線, 與角之二邊交, 則其夾於二邊間之部分相等. ... 118
- 一角之二邊, 分別垂直於他角之二邊, 則兩角或相等, 或互為補角. ... 120
- 設  $A, B$  為所設直線上之二定點,  $C, D$  為所設他直線上之二定點, 則  $A\hat{D}C$  及  $C\hat{B}A$  之二等分線所成之角, 等於  $D\hat{A}B$  與  $B\hat{C}D$  之和之半. ... 150, 153

- 二邊分別互相垂直之二角,其二等分線或互相垂直,或平行. ... 168
- 設兩角  $\angle ACB, \angle DCE$  公有頂點  $C$ , 且各角二等分線所成角之二等分線  $CO$ , 將  $\angle ACE$  或  $\angle BCD$  二等分, 則  $\angle ACB = \angle DCE$ . ... 386
- 設二角之二邊, 分別平行, 則二角之二等分線或平行, 或垂直. ... 389
- 角內之某點上有一彈, 擊之使順次觸於二邊, 而返至原點, 則此彈所經之路徑如何? ... 391
- 位於角內一點上之彈, 欲擊之使順次觸及二邊, 反射至角內之他點, 則彈之路徑如何? ... 392
- 設  $AD$  及  $BC$  爲二平行線,  $AB$  爲其間之斜線,  $AC$  爲  $BC$  之垂線, 引直線  $BED$ , 截  $AC$  於  $E$ , 令  $ED = 2AB$ , 則  $\angle DBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC$ . ... 399
- 設角之頂點在圓外, 其一邊爲割線, 他邊爲切線, 則此角與其二邊所夾弧之中心角間, 有若何之關係? 又設二邊皆爲切線, 則如何? ... 583
- 在直線  $AB$  上取二點  $C, D$ , 令  $AB, AC, AD$  成連比例, 由  $A$  至任意方向引直線  $AE$ , 令等於  $AC$ , 則  $BC$  及  $CD$  張等角於  $E$ . ... 1075
- 一角之二等分線唯一. ... 358
- 在角  $A$  之一邊  $AB$  上任取一點  $M$ , 由  $M$  至他邊  $AC$  引垂線  $MP$ , 則  $MP:AP, MP:AM, AP:AM$  之值恆一定. 1003

## 4. 直 角

- 凡直角皆相等. ... 5
- 二直線相交, 其所成之四角, 若有一爲直角, 則他三角亦爲直角. ... 16
- 斜折書籍之一頁, 則其緣之二部分 [由一緣所折成之二部分] 所成角之二等分線, 與折痕成直角. ... 19

## 5. 垂線及斜線

- 於一所設直線上之一所設點, 得引其線之一垂線, 而以一爲限. ... 6
- 由一直線外之一點, 至此線得引唯一之垂線. 47, 67
- 一直線之垂線, 與同直線之斜線交. ... 51
- 與相交二直線分別垂直之二直線亦相交. ... 52
- 由所設直線外之所設點, 向此線所引之一切線中, 垂線最短, 而與垂線成等角之二線相等, 與垂線成大角者, 大於



- 與垂線成小角者. ... 73
- 由所設直線外之所設點,向此線所引之等直線,不多於二. ... 74
- 由直線外之一點  $A$ , 引此線之垂線  $AB$ , 及斜線  $AC, AD, AE, \dots$  於垂線之同側, 令  $\hat{BAC} = \hat{CAD} = \hat{DAE} = \dots$ , 則  $BC < CD < DE < \dots$  ... 185

## 6. 平行直線

- 一直線與他二直線交,若一組錯角相等,則後二直線平行,及其逆定理. ... 38, 41
- 一直線與他二直線交,若 (1) 一組同位角相等,或 (2) 一組同側內角互為補角,則後二直線平行. 及其逆定理. ... 40, 44
- 一直線與二平行線交,且為其一之垂線,則亦必為他一之垂線. 及其逆定理. ... 42, 46
- 有多數直線,任取其二,皆相平行,則其一之垂線,亦必為其他之垂線. ... 43
- 平行於同一直線之各直線,亦互相平行. ... 45
- 由某點向二平行線引垂線,其二垂足與此點在一直線上. ... 48
- 與相交二直線之一平行之直線,與他一直線交. ... 49
- 與相交二直線分別平行之直線,亦必相交. ... 50
- 設二直線分別與他二直線平行,則前一雙直線所成之角,等於後一雙直線所成之角. ... 53
- 二直線平行,則與其成同向 [即角迴轉之同向] 且相等之角之直線,亦必平行. ... 54
- 設有限直線  $AB, CD$  交互二等分於  $O$ , 則  $AC, BD$  平行. ... 119
- 過距二平行直線等遠一點之二直線,皆二等分於此點,且由平行直線截取等長. ... 120
- 有全體平行之二組直線,與他直線交,設各組之二直線所截得之部分相等,則更與他任意直線交,各組所截得之部分亦相等. ... 229
- 三平行線與任意直線交,若其所截得之二部相等,則此三平行線與他任意直線交,其所截得之二部分亦相等. ... 230
- 設二直線  $AB, CD$  交於  $O$ , 其夾於二平行線間之部分  $AB, CD$  相等,則  $OA = OC, OB = OD$ . ... 264
- 設二平行線與他一直線交,則切於此三直線之圓僅二,且

- 此二圓相等. ... 580
- 設任意二平行線公有一垂直二等分線, 則此二平行線之四端, 在一圓周上. ... 721
- 三平行線自任意直線截得之二分之比, 等於此三直線自他任意直線所截得之二分之比. ... 948
- 二直線爲諸平行直線所截, 則一直線上二分之比, 等於他直線上對應二分之比. ... 947, 972
- 過直線  $AB$  上之點  $C$ , 引任意直線, 則由  $A, B$  至此直線所引平行線之比一定. ... 1056
- 設由一點所引之三直線與二平行線交於點  $A, B, C$  及  $A', B', C'$ , 則  $AB:BC = A'B':B'C'$ . ... 1079
- 設兩平行線  $AB, A'B'$  分別按同比內分或外分於  $C$  及  $C'$ , 則  $AA', BB', CC'$  或平行, 或過同點. ... 1080
- 設三平行線  $AA', BB', CC'$  與不相交之二直線  $AC, A'C'$  相交, 且  $AB:BC$ , 或  $A'B':B'C'$  等於所設比  $m:n$ , 則  $(m+n) \cdot BB' = nAA' + mCC'$ . 若  $AC, A'C'$  相交, 則如何? 1183
- 由圓外一點引二直線, 令其一切於圓, 他一與圓交. 由同點依任意方向引一直線, 令其長等於切線, 由此直線之端, 至割線與圓周之交點引二直線, 則此二直線所截弧之弦, 與由  $A$  所引第三直線平行. ... 1226
- 試述同一平面上之二直線相關之位置. ... 359
- 二人相偕沿一直道步行, 途中一人右折而成某角度, 向前直行, 若干時後, 復作同前角度之左折, 向前直行, 此後二人無論步行若干時, 決不相會. 其故安在? ... 360
- 一直線截二直線時, 若在此橫截線同側之二內角之和, 小於二直角, 則以後此二直線交於是側. ... 361
- 試述平行於同一直線之二直線相平行之逆定理, 且證之. ... 362
- 試證下定理之逆定理: 與一組平行線交之二橫截線, 爲是等平行線分成比例. ... 1007

## 7. 二等邊三角形

[ $\triangle ABC$  中, 假定  $AB=AC$ ].

- 若  $b=c$  則  $\hat{B}=\hat{C}$ . 及其逆定理. 57, 59, 86, 98, 103
- 延長  $AB, AC$ , 則其外角相等. ... 87
- 底之外角, 大於任何內角. ... 88
- 設  $AC$  之延線爲  $CD$ , 則  $\hat{BCD} + \hat{B} = 2\hat{A}$ . ... 89
- 設  $A$  之外角之二等分線爲  $AE$ , 則  $AE \parallel BC$ . ... 90
- 由  $A$  向  $BC$  所引之垂線, 將  $\hat{A}$  及  $BC$  二等分. 及其逆定理.

- ... 91, 93, 94, 95, 102
- $\hat{A}$  之二等分線上之各點, 距  $B, C$  等遠. ... 92
- $\triangle ABC$  中,  $B$ , 及  $C$  之外角之二等分線之交點爲  $M$ , 而  $\triangle MBC$  爲二等邊三角形, 則  $\triangle ABC$  亦爲二等邊三角形. ... 96
- 由二等邊三角形  $ABC$  之底  $BC$  上之任意點  $x$ , 引  $BC$  之垂線, 與邊  $AB, AC$  或其延線交於  $Y, Z$ , 則  $\triangle AYZ$  爲二等邊. ... 97
- $AC, BC$  上之任意點分別爲  $D, E$ , 則  $BD > DE$ . ... 99
- 二等邊三角形頂角內之一點, 若不在頂角之二等分線上, 則距離底之兩端非等遠. ... 100
- 二等邊三角形之各底角爲銳角. ... 101
- 二等邊三角形底邊隣角之兩二等分線與底邊, 亦成二等邊三角形. ... 104
- 由二等邊三角形底邊之兩端, 分別向其對邊之中點所引之直線相等. 及其逆定理. ... 105, 258
- 二等邊三角形  $ABC$  中, 設底邊  $BC$  之隣角  $B, C$  之二等分線, 分別與其對邊交於  $E$  及  $D$ , 則  $BE$  等於  $CD$ . ... 106
- 由二等邊三角形底邊之端, 向其對邊所引之垂線, 與底邊所成之角, 等於頂角之半. ... 107
- 設二等邊三角形之頂角  $A$ , 爲底角  $B$  或  $C$  之二倍, 則  $\hat{A}$  爲直角. ... 108
- 設二等邊三角形之頂角  $A$ , 爲底角  $B$  或  $C$  之半分, 則此角等於直角之五分之二. 此三角形之兩底角之二等分線所成之角爲若干? ... 109
- 就二等邊三角形  $ABC$  之等邊  $AB, AC$  上, 分別取  $D$  及  $E$  點, 命  $AD = AE$ , 且  $BE, CD$  之交點爲  $F$ , 則三角形  $FBC, FDE$ , 皆爲二等邊. ... 110
- 由二等邊三角形之頂點, 向各底角之二等分線所引之垂線相等. ... 111
- 設二等邊三角形  $ABC$  之頂點爲  $A$ , 底  $BC$  之中點爲  $D$ , 取  $AM$  等於  $AD$ , 則  $BM$  小於  $CD$ . ... 112
- 設  $I$  爲二等邊三角形  $ABC$  之底邊  $BC$  之中點,  $M$  爲  $AC$  邊上之任意點, 則  $IB, IM$  之差, 小於  $AB, AM$  之差. ... 121
- 由二等邊三角形底之兩端向對邊所引之垂線相等. ... 129
- 二等邊三角形  $ABC$  中, 平行於底  $BC$ , 引一直線, 命其與等邊之交點爲  $D$  及  $E$ , 則得二邊及一角相等之兩三角形  $CDE, DCB$ . 又此兩三角形全等否? ... 191

- 設  $ABC, DBC$  爲兩二等邊三角形, 其底同爲  $BC$ , 則  $\hat{ABD} = \hat{ACD}$ . ... 192
- 立於同底邊上之兩二等邊三角形, 聯結其頂點之直線, 或此直線之延線, 將各頂角二等分, 且將底邊垂直二等分. ... 193
- 由二等邊三角形底邊上之任意點, 引分別平行於他二邊之直線, 令與他邊相交, 則此有限直線之和一定. 若點在底邊之延線上, 則如何? ... 290
- 二等邊三角形底邊上之任意點, 至他二邊之距離之和爲定長. 點在底邊之延線上則如何? ... 293
- 設圓之直徑爲二等邊三角形之一邊, 則三角形之底爲圓周所二等分. ... 475
- 於二等邊三角形之各頂點, 引其外接圓之切線, 則此三直線成二等邊三角形. 又設此兩三角形皆非正三角形, 則其頂角不相等. ... 575
- 二等邊三角形中, 其兩個等傍切圓之半徑, 等於由三角形之頂點至底邊所引之垂線. ... 576
- 聯結二等邊三角形內切圓之切點而得之三角形爲二等邊. ... 652
- 過二等邊三角形之頂點, 引平行於底邊之直線, 切於三角形之外接圓, 並證其逆定理. ... 654
- 設二等邊三角形之頂角, 等於正三角形之外角, 則其外接圓之半徑, 等於等邊. ... 656
- 二等邊三角形  $ABC$  中, 於其底  $BC$  或其延線上取一點  $D$ , 則  $AB, AD$  上正方形之差, 等於矩形  $BD \cdot DC$ . ... 775
- 二等邊三角形中, 底上之正方形, 等於底投於一邊上之正射影與是邊所包矩形之二倍. ... 793
- 過二等邊三角形  $OAB$  之頂點  $O$ , 引一直線, 命其交底  $AB$  於  $P$ , 交外接圓周於  $Q$ , 則矩形  $OP \cdot OQ$  一定. ... 898, 1209
- 兩二等邊三角形之頂角或底角相等, 則相似. ... 1033
- 設兩二等邊三角形之頂角相等, 則其高之比等於底之比. ... 1082
- 設以二等邊三角形  $ABC$  之底  $BC$  爲半徑,  $B$  爲中心作圓, 令與  $AC$  交於  $D$ , 則  $BC$  爲  $AC, CD$  之比例中項. 1083
- 設  $D$  爲二等邊三角形  $ABC$  之底  $BC$  或其延線上之一點, 則三角形  $ABD, ACD$  之外接圓相等. ... 1084
- 設  $OMN, OPQ$  爲二直線,  $MP, NQ$  交於  $R$ , 而  $OM:MP=ON:NQ$ , 則三角形  $PQR$  爲二等邊. ... 1087



- 二等邊三角形  $ABC$  中, 由底  $BC$  上之任意點  $D$ , 至  $AB, AC$  分別引直線  $DE, DF$ , 令與  $BC$  成等角, 交  $AB, AC$  於  $E, F$ , 則三角形  $BDF, CDE$  相等. ... 1169
- 設  $ABC$  爲二等邊三角形,  $AC = 25BC$ , 由  $BA, AC$  分別取  $BD, EC$ , 令各等於  $BC$ , 命  $BE, CD$  之交點爲  $F$ , 則  $AC = 35 \cdot CF$ . ... 1185
- 設二等邊直角三角形  $ABC$  中,  $D$  爲斜邊  $BC$  上之任意點, 則  $2AD^2 = BD^2 + CD^2$ . ... 866
- 設  $ABC$  爲二等邊三角形,  $A$  爲頂點,  $CX$  爲  $AB$  之垂線,  $XP$  爲  $BC$  之垂線, 則  $AB^2 = PA^2 + PX^2$ . ... 868
- 設二等邊三角形  $ABC$  之兩底角爲頂角  $A$  之二倍, 則  $AB^2 = BC^2 + AB \cdot BC$ . ... 1254

## 8. 正三角形

- $a = b = c$ , 則  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ . 及其逆定理. ... 58, 60
- 等邊三角形之各角, 爲直角之三分之二. ... 128
- 由等邊三角形之頂點向對邊所引之三垂線相等. ... 130
- 由正三角形兩底角之二等分線之交點, 所引平行於二邊之二直線, 將底三等分. ... 131
- 兩端在正三角形二邊上之有限直線, 小於此三角形之一邊. ... 133
- 於正三角形之各邊上, 順次取距其一端等遠之一點, 聯結之, 則得正三角形. ... 134
- 以共有頂點之正三角形, 填充此點之周圍, 需正三角形若干? ... 158
- 由等邊三角形一邊上之任意點, 引他二邊之平行線, 其所得之平行四邊形之周一一定. ... 291
- 由正三角形內之一點, 至三邊之垂線之和, 恆相等. 若點在形外, 則三垂線間之關係如何? ... 294
- 由圓周上之一點  $P$ , 至內接正三角形一頂點之距離  $PA$ , 等於至他二頂點之距離  $PB, PC$  之和. 並證其逆定理. ... 508, 1197
- 圓之外切正三角形之邊, 等於其內接正三角形之邊之二倍. ... 653
- 於等邊三角形  $ABC$  之外接圓周上, 取一點  $M$ , 聯結  $M$  與各邊所對弧之中點, 則是等直線與各該邊之交點, 在一直線上. 此直線與三角形  $ABC$  關於  $M$  點之 Simson 氏線平行. ... 723



- 正三角形中,由一頂點至其對邊引垂線,則此垂線上之正方形,等於半邊上正方形之三倍. ... 780
- 正三角形之內切圓,外接圓,傍切圓之半徑,成 1:2:3 之比. ... 989
- 設 ABC 爲正三角形, E 爲 AC 上之一點,在 BC 之延線上取 CD, CF, 令分別等於 CA, CE. 命 AF, DE 之交點爲 H, 則  $CH:CE=AC:AC+CE$ . ... 1081
- 設 P 爲等邊三角形 ABC 之外接圓弧 BC 上之任意點, 則 PA 上之正方形等於 BC 上之正方形與矩形 PB·PC 之和. ... 1195
- 由圓之內接正三角形之各角頂, 至此圓之任意直徑引垂線, 則在此直徑一側之二垂線之和, 等於在他側之一垂線. 又是等垂足中, 其在中心之一側者, 至中心之距離, 等於在他側之二距離之和. ... 1279
- 圓之內接正三角形之各邊, 自過對角頂之直徑, 截取四分之一. ... 1332
- 正三角形外接圓之直徑, 等於內切圓直徑之二倍. ... 1334
- 設 P 爲正三角形外接圓周上之任意點, 則  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$  一定. 又若 ABCP, A'B'C'P' 爲同心圓, ABC, A'B'C' 爲正三角形, 則  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{A'P}^2 + \overline{B'P}^2 + \overline{C'P}^2$ . ... 1347

## 9. 直角三角形

[△ABC 中, 假定 C 爲直角]

- 直角三角形斜邊 BC 兩端外角之二等分線, 其所成之角 BDC 等於直角之半. ... 123
- 直角三角形得分爲兩二等邊三角形. 據此, 斜邊之中點距三角頂等遠. ... 124, 248
- 設直角三角形 ABC 之直角爲 A,  $\hat{A}$  之二等分線爲 AD, 斜邊 BC 之中點爲 M, 而 MD 垂直於 BC, 則 MA, MD 相等. ... 125
- 設直角三角形之一銳角, 等於他銳角之二倍, 則斜邊等於最小邊之二倍. ... 127
- 直角三角形之斜邊, 大於他邊. ... 135
- 兩直角三角形, 若有一銳角及其隣邊, 或一銳角及其對邊相等, 則兩形全等. ... 140
- 直角三角形 ABC 中, 就其直角之二邊 AB, AC 上作正方形 ABDM, ACEN, 由對直角頂 A 之角頂 D, E, 引斜邊 BC 延

- 線之垂線  $DF, EG$ , 則 (1) 斜邊  $BC$  等於  $DF, EG$  之和, (2) 原三角形  $ABC$  等於兩三角形  $DFB, CEG$  之和. ... 395
- 共一斜邊之直角三角形, 其頂點在一圓周上. ... 486
- 直角三角形中, 以直角之一隣邊為直徑作圓, 於其與斜邊之交點引切線, 則此切線將直角之又一隣邊二等分. ... 574
- 由直角三角形之直角頂, 至斜邊引垂線, 將原三角形分成兩直角三角形, 則此三直角三角形內切圓之半徑和, 等於所引垂線. ... 584
- 以直角三角形夾直角之二邊  $AB, AC$  為直徑作圓, 則此二圓之周, 切於以斜邊  $BC$  之中點為中心, 以  $AB+AC$  為直徑之圓. ... 642
- 直角三角形中, 其內切圓之直徑與斜邊之和, 等於他二邊之和. ... 655
- 直角三角形  $ABC$  中, 由直角頂  $A$  至斜邊  $BC$  引垂線  $AD$ , 由  $D$  至他邊引垂線  $DE, DF$ , 則  $B, E, F, C$  在一圓周上. ... 716
- 直角三角形斜邊上之正方形, 等於他二邊上正方形之和. 及其逆定理. ... 750, 753, 927
- 直角三角形中, 由直角頂至對邊引一垂線, 將斜邊分為二分, 則其一分與斜邊所包之矩形, 等於此分隣邊上之正方形. ... 766
- 設以三個直角二等邊三角形之斜邊所作之三角形, 為直角三角形, 則原直角三角形之一, 等於他二形之和. 767
- 直角三角形中, 直角旁之一邊上之正方形, 等於他二邊之和與差所包之矩形. ... 769
- 直角三角形  $ABC$  中, 平行於斜邊  $BC$ , 引直線  $DE$  於他二邊之間, 則  $CD, BE$  上正方形之和, 等於  $DE, BC$  上正方形之和. ... 770
- 直角三角形中, 由一邊之中點, 至斜邊引一垂線, 則斜邊上為此垂線所分成之二分上正方形之差, 等於他一邊上之正方形. ... 771
- 設三角形  $ABC$  中,  $\hat{C}$  為直角, 則由  $C$  至斜邊所引垂線  $CD$  上之正方形, 等於矩形  $AD \cdot BD$ . ... 772
- 由直角三角形之一銳角頂, 至對邊引一直線, 則此直線上之正方形, 與此對邊上正方形之和, 等於此對邊上隣接直角之一分上之正方形與斜邊上正方形之和. ... 773
- 直角三角形中, 斜邊上之正方形, 與三角形面積四倍之和或差, 等於直角旁二邊之和或差上之正方形. ... 796

- 在直角三角形  $ABC$  之各邊上，作正方形如圖，又在  $HI$  上作  $\triangle HIL$ ，令全等於  $\triangle ABC$ ，且  $HL = BC$ ，聯結  $EF$ ， $DBG$ ， $BL$ ，則 (1)  $\triangle EBF$  與  $\triangle ABC$  全等，(2) 四邊形  $GFED$ ， $GCAD$ ， $BCIL$ ， $LHAB$  全等，(3) 由此以證 Pythagoras 氏定理。... 800
- 直角三角形斜邊上之正三角形，等於他二邊上正三角形之和。... 837
- 設直角三角形  $ABC$  之直角頂為  $B$ ，三邊上之正方形為  $ABED$ ， $BCGF$ ， $CAHI$ ，求證：(1)  $AE$ ， $CF$  平行。(2)  $D$ ， $B$ ， $G$  在一直線上。(3)  $CD$ ， $BH$  互相垂直。(4) 三角形  $EFB$  與  $ABC$  全等， $GCI$ ， $DAH$  皆與  $ABC$  等積。(5) 在  $HI$  上作直角三角形  $ILH$ ，令全等於  $ABC$ ，而  $HL$  等於  $BC$ ，聯結  $BL$ ，則四邊形  $GFED$ ， $GCAD$ ， $BCIL$ ， $LHAB$  全等；且據此以證定理直角三角形二邊上正方形之和，等於斜邊上之正方形。(6)  $GI$  上之正方形，等於  $AB$  上之正方形與  $BC$  上正方形之四倍之和。(7)  $GI$ ， $DH$  上之正方形之和，等於  $AC$  上正方形之五倍。... 838
- 在所設直角三角形之邊上，就形外作正方形，則聯結其各角頂而得之全圖形面積，以何式表之？... 933
- 直角三角形中，由直角頂至斜邊所引之垂線，將三角形分成兩相似三角形，而此兩三角形，皆與原三角形相似。... 1024
- 前題中，直角三角形之各邊，為斜邊與斜邊上隣接於該邊之一分之比例中項，垂線為斜邊上二分之比例中項。... 1025
- 直角三角形  $ABC$  中，由直角頂  $A$  至斜邊引垂線  $AD$ ，又引角  $B$  之二等分線，令交  $AC$ ， $AD$  於  $E$ ， $F$ ，則  $DF:AF = AE:CE$ 。... 1052
- 設正方形  $DEGF$  為直角三角形  $ABC$  之內接四邊形，邊  $DE$  合於邊  $BC$ ，則正方形之一邊，為斜邊之二分  $BD$ ， $EC$  之比例中項。... 1101
- 設正方形  $DBEF$  內接於以  $B$  為直角之三角形  $ABC$ ，兩邊  $BD$ ， $BE$  與直角之二邊  $AB$ ， $BC$  相合，一角頂  $F$  在斜邊上，則正方形之一邊為  $AD$ ， $CE$  之比例中項。... 1102
- 設二等邊直角三角形中，角  $B$  之三等分線，與由直角頂  $A$  至斜邊  $BC$  所引垂線  $AMN$  交於  $M$  及  $N$ ，又  $CN$  之延線與  $AB$  交於  $E$ ，則  $EM$  平行於  $BN$ 。... 1106
- 直角三角形中，斜邊上所作之任意直線形，等於他二邊上所作與其相似位置之兩相似直線形之和。... 1149, 1155



- 定理直角三角形斜邊上之任意直線形，等於他二邊上與其相似且在相似位置之直線形之和中，設各邊上之直線形爲矩形，試由直角頂向斜邊引一垂線，而將斜邊上之矩形分爲二矩形，將此各矩形分別與他二邊上之矩形比較，以證明之。... 1156
- 直角三角形  $ABC$  中，由直角頂  $A$  至斜邊引垂線  $AD$ ，則連原直角三角形，共得三相似直角三角形。又試指出是等相似直角三角形之對應邊。又斜邊之二分之比，等於原直角三角形之二邊  $AB$ ,  $AC$  之二乘比。... 1157
- 由直角三角形  $ABC$  之直角頂  $B$  至斜邊  $AC$  引垂線  $BD$ ，在  $BD$  上取  $DE$ ，令等於  $BD$ ,  $DC$  之第三比例項，聯結  $AE$ ，則三角形  $ADE$ ,  $BDC$  相等。... 1166
- 由直角三角形  $ABC$  之直角頂  $A$ ，至斜邊引垂線  $AD$ ，則三角形  $ABC$ ,  $ADB$ ,  $ADC$  比例於  $BC$ ,  $AB$ ,  $AC$  上之正方形。... 1167
- 設直角三角形  $ABC$  中，直角  $B$  之二等分線交斜邊於  $F$ ，外接圓周於  $D$ ，則矩形  $BD \cdot BF$  爲直角三角形  $ABC$  之二倍。... 1194
- 由直角三角形  $ABC$  之直角頂  $C$ ，至斜邊引垂線  $CD$ ，命三角形  $ACD$ ,  $BCD$  之內切圓半徑分別爲  $R$ ,  $R'$ ，則  $R'^2 + R^2 = (s - c)^2$ 。但  $c$  爲斜邊， $s$  爲三角形  $ABC$  之半周。1221
- 直角三角形  $ABC$  中，在其直角之一邊  $AC$  上，作正方形  $ACKH$ ，聯結  $BH$ ，命其與  $AC$  之交點爲  $P$ ，由  $P$  引  $CB$  之平行線，命其與斜邊  $AB$  之交點爲  $Q$ ，則  $CP = PQ$ 。1005
- 在直角三角形  $ABC$  之斜邊  $BC$  上取點  $D$ ，由  $D$  引  $BC$  之垂線，命其與邊  $AB$ ,  $AC$ ，及外接圓之交點分別爲  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ，則線分  $DG$  爲線分  $DE$ ,  $DF$  之比例中項。... 1134
- 設直角三角形  $ABC$  之邊  $AB$  大於  $AC$ ，在斜邊  $BC$  上取  $BD = BA$ ，又設  $DE$  爲二等分三角形之直線，則  $BE = DE = \frac{1}{2}BC$ 。... 861
- 直角三角形中，斜邊之垂直二等分線，將他一邊內分或外分，此二分上正方形之差，等於第三邊上之正方形。867
- 直角三角形中，由銳角頂點至對邊中點所引直線上之正方形，等於斜邊上之正方形，減去此對邊半分上正方形之三倍。... 870
- 由直角三角形  $ABC$  之斜邊  $BC$  之中點  $O$ ，引此邊之垂線，令其分別交他二邊或其延線於  $E$ ,  $F$ ，聯結  $AO$ ，則  $\overline{AO}^2 = OE \cdot OF$ 。... 919
- 設以直角三角形  $ABC$  之斜邊  $AB$  爲底邊，命高  $CD$  爲直徑