

实用符号动力学

郝柏林

(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

对混沌现象的认识，是近二十年来非线性科学的最重要的成就之一。它开辟了物理学和数学密切结合并影响到其它科学与技术领域的广阔前沿。符号动力学是在有限精度下描述周期和混沌行为的严格方法。它的基本思想源于本世纪三十年代拓扑动力系统理论，长期以来主要是证明定理的手段。随着对各种混沌模型的深入研究，符号动力学也开始实用化进程。我们近十年来系统地发展了一维映象的符号动力学，把它运用到自治和非自治的微分动力系统，并且在二维映象的符号动力学方面也取得实质性进展。

我们在一维映象的符号动力学方面的主要新结果，不局限于单峰映象，而适用于普遍的多峰甚至包含断裂的情形：

一、提出确定超稳定周期和混沌边界参数的“字提升法”，单参情形下可确定参数值到任意精度，多参情形下它给出“相图”边界。此外，还建议了基于排序的二分定参法，可用于不能“提升”的情形，同样达到高精度。

二、证明了用符号表述的“周期窗口定理”，基于此定理的构造中介字方法，摒弃了前人只适用于单峰映象的“谐”和“反谐”序列，简便易行且可推广到多峰情形。

三、提出了符号序列的广义合成法则，把前人的 $*$ 合成作为简单特例。其应用包括：“粗粒混沌”的定义，沙尔可夫斯基定理的构造性证

明, 阵发混沌的符号动力学描述, 等等。

四、定出了一批多峰映象的周期窗口数目, 给出决定此数的递推公式和相应的“ λ 自展开”, 指出反称立方映象对应的群不是前人误认的 $C_n * S_3$, 而是 $C_n * S_2 * S_2$, 并给出正确计算公式。

五、构造了一批双参映象(裂峰, 罗伦兹型, 以及与光学双稳器件中混沌现象有关的正弦平方映象)的符号动力学, 证明“揉平面中两次相交导致拓扑混沌”, 特别是描述周期竞争现象的圆映象, 在临界线以上的行为, 只有用符号动力学才能研究清楚。

六、对于混沌边界, 给出直接求得无穷的“揉多项式”主要部分, 简捷计算拓扑熵的方法; 指出符号动力学中的转移矩阵与形式语法中构造自动机时所用传递函数的关系。两者均有助于把符号动力学用于刻划复杂性和从实验时间序列中提取信息。

七、解释了有离散对称时“先破缺后倍周期分岔”以及在混沌带中对称恢复的机制, 给出能够发生对称破缺的周期轨道的选择定则和数目。

符号动力学用于描述耗散系统的微分方程的数值研究, 所得新结果如: 周期驱动的布鲁塞尔振子的参数空间, 基本上由两个字母的符号动力学描述; 自治的罗伦兹方程的绝大多数周期轨道由三个字母的符号动力学决定, 首次为一个自治系统的全部已知周期解按周期数命名。二维符号动力学的实质进展, 在于认识到最稳定流型所导致的分叶, 给出分割相空间的依据。

总之, 曾是抽象数学篇章的符号动力学, 正在成为实际工作者手中的有力工具。

本研究得到数理学部(1983-1985), 国家自然科学基金(1986-1991)和中国科学院开放所(1986-1991)支持。

参考文献

Hao Bai-lin, "Elementary Symbolic Dynamics and Chaos in

Dissipative Systems ", World Scientific, xvi + 460, 1989.
Zheng Wei-mou, and Hao Bai-lin, " Applied Symbolic Dynamics,"
in " Directions in Chaos ", vol.3, ed. Hao Bai-lin, World
Scientific, 363-459, 1990.
Hao Bai-lin, Phys. D51, 161-176, 1991.

中国科学院 第六次学部委员大会 学术报告摘要汇编

中国科学院学部联合办公室

一九九二年五月