

说 明

Mixing-Principles & Applications (混和—原理和应用) 一书由日本永田进治所著，于1975年在美国出版。全书共分十章，内容详细，是一本较好的参考书，我们先将其第一、二章译出，以后将陆续刊出，以供参考。

医药农药设计技术中心站

1979.2

目 录

第一章 搅拌口功率消耗	1
1.1 圆筒形混和口中的流动模型	1
1.1.1 自由涡流运动	1
1.1.2 复合涡流运动	3
1.1.3 圆筒形混和容口中的环流	5
1.1.4 C R Z 半径和搅拌叶功率消耗	10
1.2 测定功率消耗的方法 ²¹⁾	15
1.2.1 过去工作者使用的功率计分类	15
1.2.2 作者设计的功率计 ²¹⁾	16
1.2.3 功率测定中出错的原因	18
1.2.4 静摩擦对功率的影响	18
1.2.5 Froude 数对功率数据的影响	23
1.3 桨式搅拌口功率消耗的经验式及对其他类型 搅拌口的扩大使用	27
1.3.1 推导经验式的基本概念	27
1.3.2 经验式中系数的决定	31
1.3.3 桨宽与桨长与功率消耗的关系	33
1.3.4 桨叶与水平面的角度和液体深度的影响	40
1.3.5 桨叶高度和桨叶数对功率消耗的影响	44
1.3.6 最大功率消耗	46
1.3.7 全挡板情况下的最大功率消耗	48
1.3.8 由曲线图作桨叶的功率消耗估计	55
1.3.9 不同类型搅拌叶的功率消耗估计	62
1.3.10 计标中使用的列线图	67
1.4 各类混合液中的功率消耗	71
1.4.1 涡轮式搅拌叶的通气功率	71
1.4.2 固体悬浮液中搅拌叶的功率消耗	74

1.4.3 液-液乳化液中搅拌叶的功率消耗	78
1.5 高粘度平格汉塑性液中搅拌叶的功率消耗	79
1.5.1 平格汉液体功率关连式的推导	80
1.5.2 带式搅拌叶功率关连	83
1.5.3 涡轮式的功率消耗	88
1.6 拟塑性液体中搅拌叶功率消耗 ²⁸⁾	92
1.6.1 基本概念	92
1.6.2 试验结果和讨论	95
第二章 搅拌容器的传热	102
2.1 湍流区夹套容器壁的传热	102
2.1.1 带冷却蛇管的无挡板容器的传热系数 h_j	102
2.1.2 不带冷却蛇管的无挡板容器的传热系数 h_j	108
2.1.3 有挡板容器中带冷却蛇管和不带 冷却管的传热系数 h_j	109
2.2 湍流区冷却蛇管的传热	110
2.2.1 无挡板容器的传热系数 h_c	110
2.2.2 有挡板容器的传热系数 h_c	113
2.2.3 与其他学者的关系式相比较	113
2.2.4 各类叶轮的传热系数	117
2.3 高粘度液体中的传热	119
2.3.1 螺带式叶轮	119
2.3.2 锚式叶轮	122
2.3.4 旋转蛇管表面的传热	127
2.3.5 数值比较	133
2.3.6 由刮刀消除的表面的传热	140

在混和设备的设计中，功率估计是很重要的。因为功率和流动图型连系密切，根据以后讲到的功率就能作出混合情况的推论。

1.1 圆筒形混和容器中的流出模型²⁰⁾

以中央的桨式搅拌器在圆筒形混和容器中搅拌液体，它的速度分布相似于所谓 Rankine 复合涡流。在容器中央的液体旋转的角速度和桨相同，而外层的流动则与自由涡流相似。第三章中将述及其实验结果。

所以，搅拌叶功率消耗和此流动图型的关系甚为密切。

1.1.1 自由涡流运动

图 1.1 中，具有恒定能量的流体环绕旋转中心 O 而旋转，A B 和 C D 为其相邻的两流线。现以厚度为 dz 的、有剖面线的面积表示的微圆作动量平衡。压力 p 作用于以微圆的内表面， $p+dp$ 作用于外表面，还有一离心力向外作用，即得：

$$\rho r d\theta \cdot dr \cdot dz \frac{v^2}{r} + p r d\theta \cdot dz -$$

$$(p+dp) r d\theta \cdot dz = 0$$

此处 dz 为液体微圆的厚度， v 为液体速度。将此式再行整理，得

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{v^2}{r} dr \quad (1.1)$$

因单位体积 γ 的重量等于 ρg ，故

$$\frac{dp}{\gamma} = \frac{v^2}{gr} dr \quad (1.1')$$

式 (1.1') 表示，由于有离心力，微圆外表面上的压头变得较大。

现以 H 表示流线 AB 上点 p 的总头，则按照 Bernoulli 理论，

$$Z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = H \quad (1.2)$$

在同一水平面上 dz 等于零，即得

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{v dv}{g} = dH \quad (1.2')$$

因为是研究具有恒定能量的环流，故 dH 为零。

因此在自由涡流运动中，

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{v dv}{g} = 0 \quad (1.3)$$

由式 (1.1') 和 (1.3) 得，

$$\frac{v dv}{g} = -\frac{v^2}{gr} dr ; \frac{dv}{v} = -\frac{dr}{r} \quad (1.4)$$

积分后

$$vr = C_1 \text{ (常数)} \quad (1.5)$$

式 (1.5) 示出，在自由涡流运动中，流速 v 与曲率半径成反比。设每个流线的总头均为常数，并微分式 (1.2)。

$$dz + \frac{dp}{\gamma} + \frac{v dv}{g} = 0$$

在恒压面上 $dp = 0$ ，

$$dz + \frac{v dv}{g} = 0$$

故
$$Z + \frac{V^2}{2g} = C \quad (1.6)$$

把式(1.5) 代入式(1.6) ,

$$Z + \frac{C_1^2}{2gr^2} = C$$

当趋向无限大时(按式1.2),使用Z等于0的边界情况,即能定出C值等于零。

$$Zr^2 = \frac{-C_1^2}{2g} = \text{常数} \quad (1.7)$$

此式的形状为双曲线,引入不同的C值即能确定各恒压面。液体的自由表面是恒压的并具有双曲线外形。

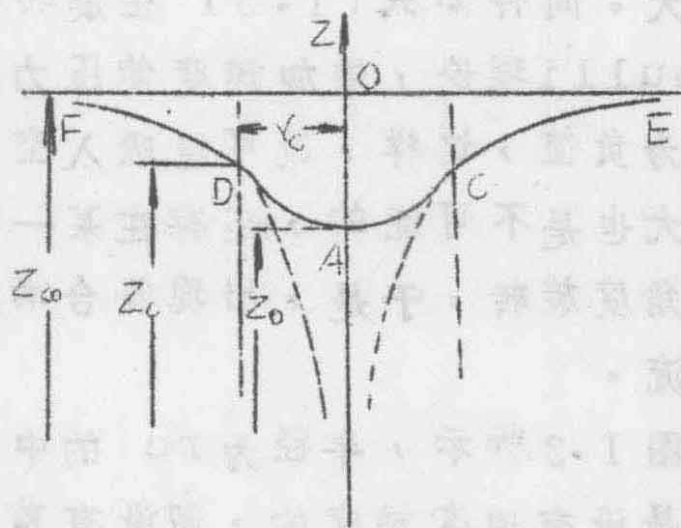
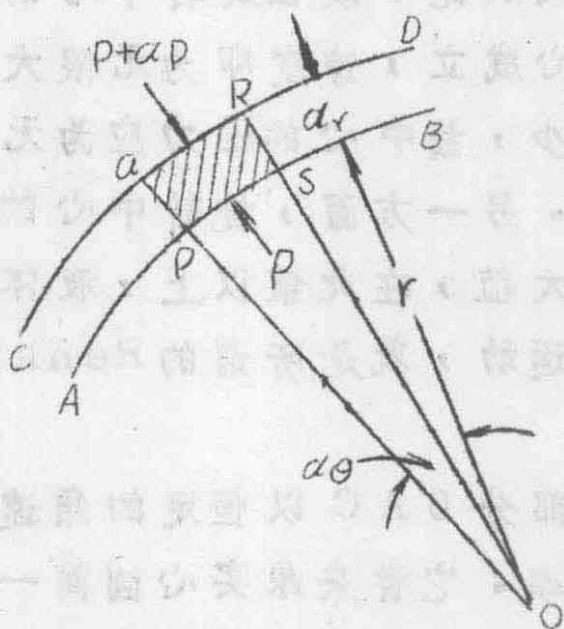


图 1.1 自由涡流的动量平衡

图 1.2 自由涡流的

自由表面外形

1.1.2 复合涡流运动

作用于单位表面上的粘滞力表示如下：

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dr} \quad (1.8)$$

式(1.5)的微分为

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{v}{r} \quad (1.9)$$

将式(1.5)代入式(1.9)，即得

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{C_1}{r^2} \quad (1.10)$$

故得出

$$\tau = \mu \frac{C_1}{r^2} \quad (1.11)$$

由式(1.11)，粘滞剪应力与 r^2 成反比，故在旋转中心的 τ 成为无限大。同样如式(1.5)在旋转中心成立，速度即为无限大。按Bernoulli理论，增加速度使压力减少，故中心的压力应为无限小甚至成为负值，这样，就可能吸入空气。另一方面，旋转中心的粘度为无限大也是不可能的，还存在某一最大值，在此值以上，液体应以恒定的角度旋转。于是，出现复合涡流运动，就是所谓的Renkint复合涡流。

如图1.2所示，半径为 r_c 的中央部分DAC以恒定的角速度旋转，它是没有速度梯度的，即没有剪切率。它看来象实心圆筒一样，故此强制涡流被称为“圆筒形旋转涡流”。在此圆筒形旋转区域（以下称为CRZ）以外，即在半径大于 r_c 的范围内，所得自由涡流的表面轮廓如曲线FD和CE所示。式(1.7)表示在此范围内的表面轮廓。简单说来，对复合涡流可得，

$$r \leq r_c ; \quad v = r \omega \quad (1.12)$$

$$r \geq r_c ; \quad v = \frac{\omega r_c^2}{r} \quad (1.13)$$

式中 ω 为角速度。

1.1.3 圆筒形混和容器中的环流

搅拌器在圆筒形混和容器中产生环流并得到相似的复合涡流，如第 1.1.2 节所示。

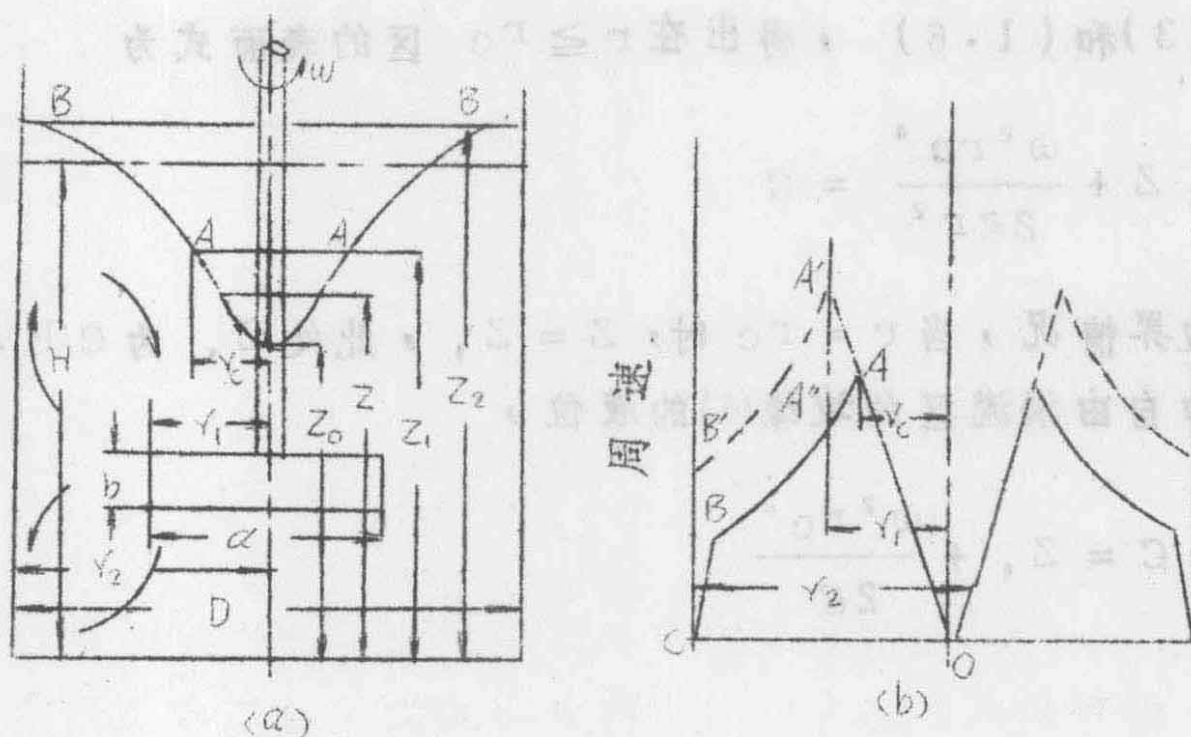


图 1.3 搅拌容器中使用的符号和周速分布

如图 1.3 所示，搅拌器的周速用 OAA' 表示，又因为器壁的摩擦，液体的周速因器壁的摩擦而较低，以 OAA'' 表示。搅拌叶和液体之间存在以曲线 $(AA' - AA'')$ 表示的速度差，而搅拌叶起了排出液体和加速液体的作用。故式 (1.12) 和 (1.13) 也给出近似的速度分布。可以看出在器壁附近速度迅速降低，即

$$V = C (r_2 - r) \quad (1.14)$$

在 CRZ 区内，加速度和重力合成的力与液体表面垂直，如图 1.4 即有

$$\frac{dz}{dr} = \operatorname{tg} \theta = \frac{mr\omega^2}{mg}$$

积分后并把 $r = 0$, $Z = Z_0$ 的边界条件代入, 则在 $r \leq r_c$ 的区域内得出:

$$Z = Z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (1.15)$$

由式 (1.13) 和 (1.6), 得出在 $r \geq r_c$ 区的表面式为

$$Z + \frac{\omega^2 r^2}{2gr^2} = C$$

作为边界情况, 当 $r = r_c$ 时, $Z = Z_1$, 此处 Z_1 为 CRZ (按图 1.3) 和自由涡流区的边缘(A)的液位,

$$C = Z_1 + \frac{\omega^2 r_c^2}{2g}$$

故

$$Z = Z_1 + \frac{\omega^2 r_c^2}{2g} \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2}\right)$$

因点 A 属于 CRZ, 故由式 (1.15) 得出,

$$Z_1 = Z_0 + \frac{\omega^2 r_c^2}{2g}$$

因此在 $r \geq r_c$ 区内:

$$Z = Z_0 + \frac{\omega^2 r_c^2}{2g} \left(2 - \frac{r_c^2}{r^2}\right) \quad (1.16)$$

虽然认为 A 是 CRZ 和自由涡流区的分界, 但在此两个区域之间并无

明显的过渡。由式(1.16), CRZ 的半径 r_c 可由下式得出,

$$r_c = \sqrt{r_2(r_2^2 - k)} \quad (1.17)$$

$$k = \frac{2g}{\omega^2} (Z_2 - Z_0)$$

式中 r_2 为容口的内半径, Z_2 为容口壁上的液位。

计算 r_c 的方法如下。搅拌前液位 H 与液体体积 V 有关,

$$H = \frac{V}{\pi r_2^2}$$

(1.18)

搅拌时, 得到

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{r_c} \left(Z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \right) 2\pi r dr \\ &+ \int_{r_c}^{r_2} \left\{ Z_0 + \frac{\omega^2 r_c^2}{2g} \left(2 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) \right\} 2\pi r dr \\ &= \frac{\pi \omega^2}{4g} r_c^4 + \frac{\pi \omega^2}{g} r_c^2 (r_2^2 - r_c^2) \\ &- \frac{\pi \omega^2 r_c^4}{g} \ln \left(\frac{r_2}{r_c} \right) \end{aligned}$$

说明 $r_c / r_2 \equiv y \leq 1$ 并代入式(1.18), 得

$$\left(\frac{H - Z_0}{r_2^2} \right) \left(\frac{g}{\omega^2} \right)$$

$$= y^2 - y^4 \left\{ 2.303 \log \left(\frac{1}{y} \right) + \frac{3}{4} \right\} \quad (1.19)$$

$$Z_2 = H + \frac{\omega^2}{g} r_c^2 y^2 \left\{ \frac{1}{4} + 2.303 \log \left(\frac{1}{y} \right) \right\} \quad (1.20)$$

$\left\{ (H-Z_0)/r_c^2 \right\} (g/\omega^2)$ 的值可由已知的 Z_0 和 ω 求得，且反为 y 的函数。所以，如对 y 的各值先标出式 (1.19) 右边的值并对 y 在 $0 \sim 1$ 的范围内标给如图 1.5，就容易在已知的搅拌情况下从测得的 $(H-Z_0)$ 和 ω 值求得 y 或 r_c 之值。在解释混和容口中液流的各种状态时， r_c 值是很重要的。

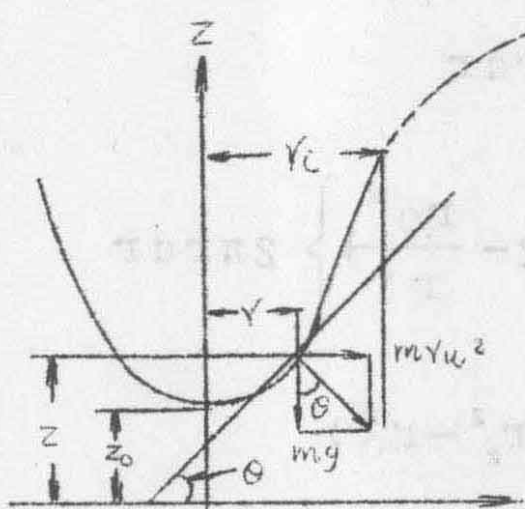


图 1.4 强制涡流的自由表面外形

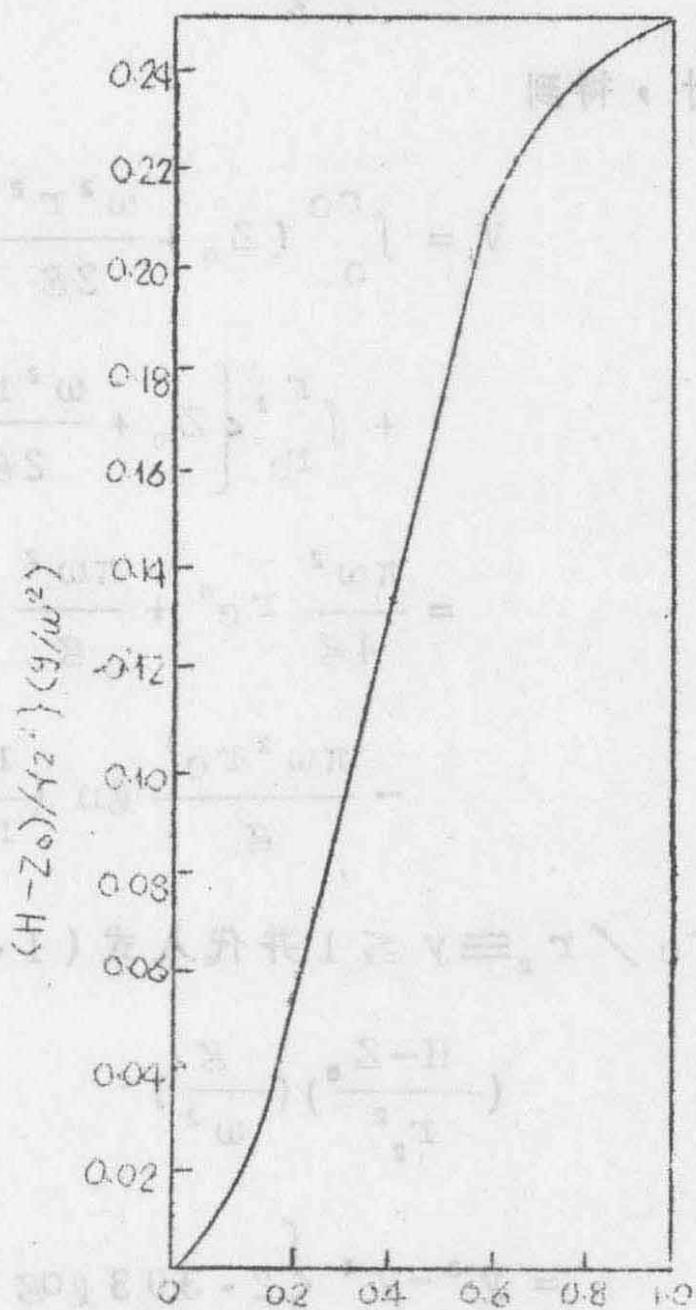


图 1.5 由液体表面外形估计 r_c 的曲线图

例 1.1 有一内半径 $r_2 = 7.05 \text{ cm}$ 的圆筒形容口，贮水至液位 $H = 10 \text{ cm}$ ，并以半径 $r_1 = 2.35 \text{ cm}$ 的四叶桨式搅拌器在 400 转/分下搅拌。中央的和边上的液位以钢尺测得分别为 $Z_0 = 6.40 \text{ cm}$ 和 $Z_2 = 10.56$ 。估标 CRZ 的半径。

解 1 用

用式 (1.17) 估标 r_c ，

$$\omega = \frac{2N\pi}{60} = \frac{N\pi}{30} \text{ 弧度/秒}$$

$$k = \frac{900 \times 2 \times 980}{N^2 \pi^2} (Z_2 - Z_0) = 178600 \frac{Z_2 - Z_0}{N^2} \quad (a)$$

$$k = \frac{178600}{400^2} \times (10.56 - 6.40) = 4.65$$

$$r_c = \sqrt{7.05(7.05 - \sqrt{7.05^2 - 4.65})} = 1.55 \text{ cm} \quad (b)$$

解 2

用式 (1.19)

$$\left(\frac{H - Z_0}{r_0}\right) \left(\frac{g}{\omega^2}\right) = \left(\frac{10 - 6.4}{7.05^2}\right) \left(\frac{900 \times 980}{400^2 \pi^2}\right) = 1.0$$

$$= \frac{3.6}{49.7} (0.559) = 0.0405$$

$$y = r_c / r_2 = 0.212, \quad l = 1.275 \cdot r_2 \quad l = 1.2$$

$$r_c = 0.212 \times 7.05 = 1.493 \text{ cm} \quad (c)$$

即可估标出比率为

$$\text{由 (b)} \quad \frac{r_c}{r_1} = \frac{1.55}{2.35} = 0.66$$

$$\text{由(c) } \frac{r_c}{r_1} = \frac{1.493}{2.35} = 0.636$$

故搅拌叶片仅能在其总面积的35%上起有效地作用。

1.1.4 CRZ 半径和搅拌叶功率消耗

如前所述，搅拌时在圆筒容口中有两种不同的流，且在它们中间的混和是很微弱的。

虽然 CRZ 的大小可用上述的液面外形来决定，但图 1.6 (附图) 还提出另一方法。

测定了 d 和 b 相等而宽度 ℓ 不同的搅拌叶功率消耗后，把此功率和桨式的功率 ($P_{\text{桨}}$) 之比作为纵座标对 $\frac{1}{r_1}$ 作为横座标在图 1.6 中进行标绘。

可见， ℓ 增加功率亦增加，直至 ℓ 达到 $\ell_c (=r_1 - r_c)$ ，此处搅拌叶的功率消耗达到最大值并等于桨式搅拌叶的功率。

图中示出，桨叶以线速 OAA' 旋转时，液流的速度为 OAA' 故长度为 ℓ_c 的外部桨叶有功率消耗，而长度为 r_c 的内部桨叶则无。

桨叶上面积 $bd\ell$ 的微圆与相对速度为 $u_r = ab$ 的液体相撞击，故阻力 df 为

$$df = K \rho u_r^2 bd\ell \quad (1.21)$$

当桨叶在此阻力作用下以相对速度 u_r 旋转时，其功率消耗 P_ℓ 为，

$$P_\ell = \int_0^\ell 2n\pi \cdot 2r df = \int_0^\ell 4\pi \rho k n r u_r^2 bd\ell \quad (1.22)$$

由图可见 u_r 与 ab 成比例，

$$u_r = 2n\pi r - 2n\pi r_c^2 / r = 2n\pi (r - r_c^2 / r) \quad (1.23)$$

把式 (1.23) 代入式 (1.22)，得

$$P_l = \int_0^l K' \rho n^3 b (r_1 - l)^3 \{1 - r_c^2 / (r_1 - l)^2\}^2 dl \quad (1.24)$$

在式(1.24)积分中 K' 假定为常数。从0到 l 积分,即得功率消耗 P_l ,对应于半径 l 的搅拌叶在液体内旋转的功率,C R Z 半径相

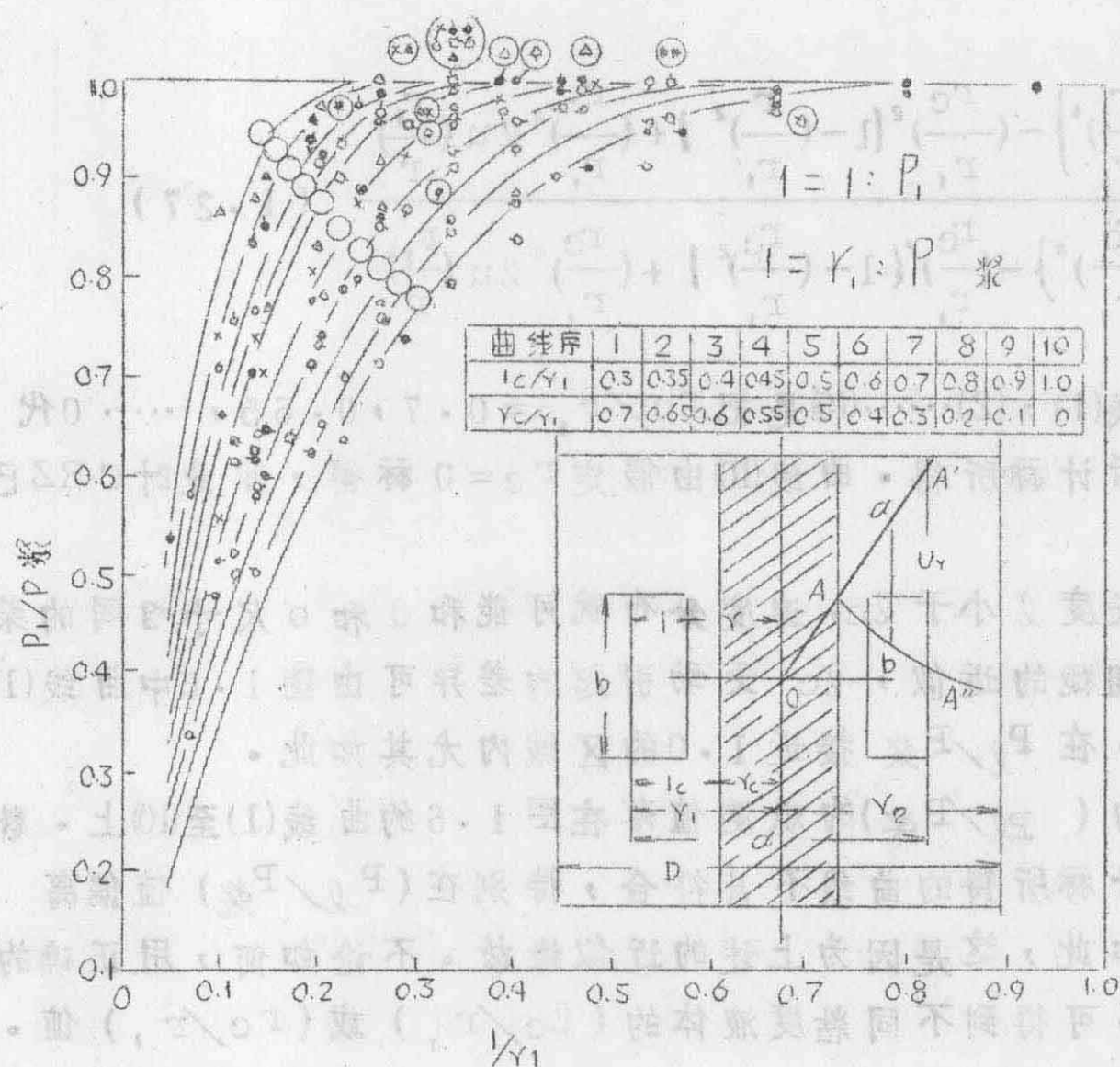


图 1.6 各种粘度的液体的CRZ半径 r_c 估标图

等于为 r_c :

$$P_l = K' \rho b n^3 r_1^4 \left(\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{r}{r_1} \right)^4 \right) - \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \right\} + \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^4 \ln \left(\frac{r_1}{r} \right) \right) \quad (1.25)$$

自 0 至 l_c 进行积分时，与 d 和 b 相等的桨的功率消耗一致，

$$P_{\text{桨}} = K \cdot \rho b n^3 r_1^4 \left\{ \frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^4 \right) - \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^2 \right) + \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^4 \ln \left(\frac{r_1}{r} \right) \right\} \quad (1.26)$$

故，

$$\frac{P_{\ell}}{P_{\text{桨}}} = \frac{\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{r}{r_1} \right)^4 \right) - \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \right) + \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^4 \ln \left(\frac{r_1}{r} \right)}{\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^4 \right) - \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^2 \right) + \left(\frac{r_c}{r_1} \right)^4 \ln \left(\frac{r_1}{r} \right)} \quad (1.27)$$

图 1.6 中的曲线(1)，(2)……(10)是把 $r_c/r_1 = 0.7, 0.65, \dots, 0$ 代入式(1.27)后计标所得。曲线(10)由假定 $r_c = 0$ 标得，即此时 CRZ 已消失。

当然，如长度 ℓ 小于 l_c ，速度分布就可能和 d 和 b 尺寸相同的桨不同。但作为粗糙的近似， l_c 变动引起的差异可由图 1.6 中曲线(1)，(2)……(10)看出，在 $P_{\ell}/P_{\text{桨}}$ 接近 1.0 的区域内尤其如此。

不同 ℓ 值的 ($P_{\ell}/P_{\text{桨}}$) 的观测值落在图 1.6 的曲线(1)至(10)上。数据的标绘点和计标所得的曲线不甚符合，特别在 ($P_{\ell}/P_{\text{桨}}$) 值偏离 1.0 的区域是如此，这是因为上述的近似缘故。不论如何，用正确的选择和内插法，可得到不同粘度液体的 (l_c/r_1) 或 (r_c/r_1) 值。结果列于表 1.1

对于 $d = 0.5D$ ， $b = 0.1D$ 的桨，用此法所得的 r_c 值与根据式(1.19)或图 1.5 所标得的很符合。但对较大 d/D 的桨，如 0.7，就不能经常保持很好的一致性了。然而，可以断定，搅拌液体的粘度增加则 r_c 之值减小。

图 1.7 上部的曲线表示为 r_c/r_1 值对 Reynold 数 ($d^2 n \rho / \mu$) 的标绘。

表 1.1 标绘点符号的意义和推测的 r_c/r 值

水 (1 厘泊)			Millet-Jelly(30厘泊)			Millet-Jelly (130厘泊)			Millet-Jelly (500 厘泊)				
d/D	b/D	符号	Re	rc/r,	符号	Re	rc/r,	符号	Re	rc/r,	符号	Re	rc/r,
0.154	0.154		20,300	0.3									
0.3	0.3		40,500	0.6~0.65		1,520	0.5~0.55		398	0.2~0.3		60.3	0
0.3	0.5	,				991	0.4						
0.5	0.3		67,500	0.55~0.6		2,400	0.3		513	0.2		67.8	0
0.5	0.5		56,300	0.6~0.65		2,420	0.5		380	0.3~0.4		46.1	0
0.5	0.7		56,300	0.65		1,980	0.4~0.48		380	0.35~0.4		64.0	0
0.7	0.3		110,000	0.6~0.65		2,470	0.4~0.5		617	0.3		70.0	0
0.7	0.5		95,500	0.6		2,260	0.4						
0.7	0.7		95,500	0.65~0.7		1,980	0.45~0.5						

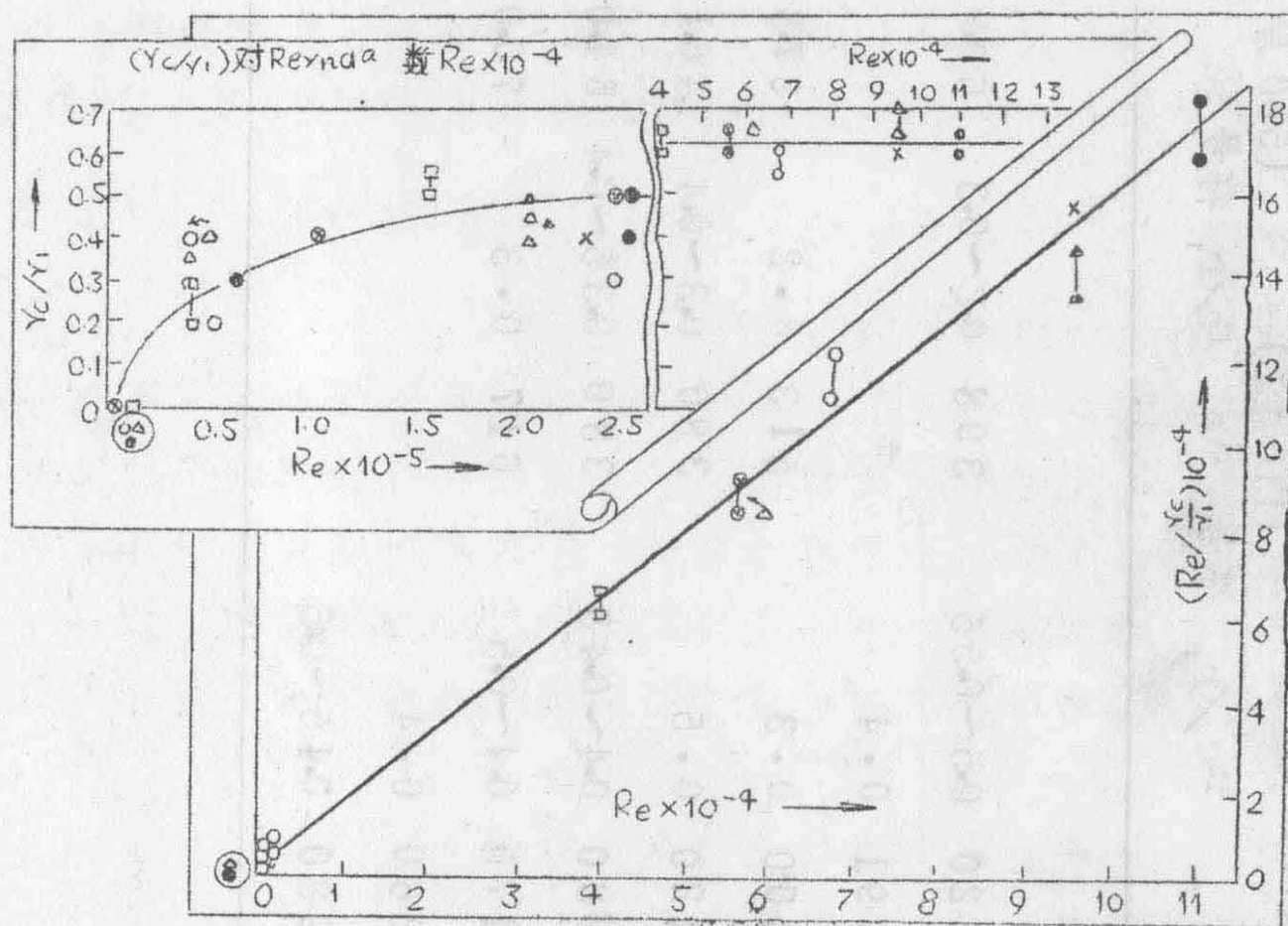


图 1.7 (r_c/r_1) 对雷诺数的图

除 $d/D=0.154$ 外，Reynold 数在 4×10^4 以上时 (r_c/r_1) 值接近常数，范围为 $0.6 \sim 0.65$ ，而如前者低于 2000 则突然下降。
 $R_L/(r_c/r_1)$ 对 Re 标绘时，可得如图 1.7 下半部分所示的直线并得以下关系式，

$$\frac{r_c}{r_1} = \frac{Re}{10^3 + 1.6Re} \quad (1.28)$$

这些实验没有得到桨长 (d/D) 和桨宽 (b/D) 对于 (r_c/r_1) 比的效应，只提示到 (d/D) 变小时 (r_c/r_1) 也变小。

这就能归纳为，当 Reynold 数向 100 降低，CRZ 的 r_c/r_1 接近于 0，换言之，当桨式搅拌叶的转速一定时，如桨的全面积承受流体阻力时，达到最大功率 (P 最大)。

当桨的尺寸和转速固定不变而增加容口直径时，象增加粘度时一