

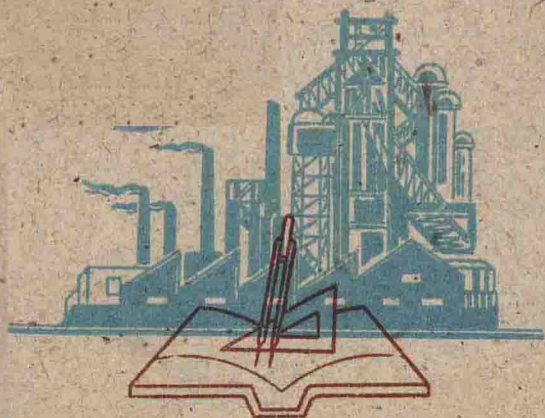
职工工业余初等学校課本

初等数学

CHU DENG SHU XUE

下 册

(試用本)



杭州市教育局編

基

职工工业余初等学校课本

初等数学

(下册)

(试用本)

杭州市教育局 编

※

地方国营杭州印刷厂印刷

杭州市新华书店代发

杭州解放街587号

※

印次：1960年10月第一版第一次

印数：1—20,000

定价：每册 0.17 元

目 錄

下 冊

第三章 分數和分式

I 分數的概念

1. 分數的意義..... (1)
2. 分數與除法的關係..... (1)
3. 分數與分式的基本性質..... (2)
4. 約分..... (2)

II 分數與分式的運算

5. 最小公倍式..... (4)
6. 分數與分式的加減法..... (5)
7. 分數與分式的乘法..... (10)
8. 分數與分式的除法..... (13)
9. 分數與分式四則混合運算..... (15)

III 百分數

10. 小數、分數與百分數互化..... (20)
11. 百分數的應用..... (20)
12. 統計圖表..... (21)

第四章 方 程

I 一元一次方程

1. 方程..... (28)
2. 解方程..... (28)
3. 列方程解應用題..... (31)

II 二元一次方程

- 4. 二元一次方程..... (35)
- 5. 解二元一次方程組..... (35)

第五章 比例、相似形和解直角三直形

I 比和比例

- 1. 比..... (44)
- 2. 比例..... (44)
- 3. 比例的性質..... (45)

II 正比例和反比例

- 4. 正比例..... (46)
- 5. 反比例..... (49)

III 相似三角形

- 6. 相似三角形..... (53)
- 7. 全等三角形..... (58)

IV 銳角三角函數

- 8. 三角函數..... (61)
- 9. 勾股定理..... (63)

V 解直角三角形

- 10. 三角函數表..... (67)
- 11. 解直角三角形..... (68)

- 附表 (1) 平方根表..... (76)
- (2) 拉丁字母表..... (80)
- (3) 三角函數表..... (81)

第三章 分数和分式

I. 分数的概念

1. 分数的意义:

把一根钢条锯成相等的两段, 每一段叫做这根钢条的二分之

一。
写成 $\frac{1}{2}$ 分子
 分数线
 2 分母

把一根钢条锯成相等的五段:

其中一段叫做这根钢条的五分之一, 写成 $\frac{1}{5}$ 。

其中二段叫做这根钢条的五分之二, 写成 $\frac{2}{5}$ 。

其中三段叫做这根钢条的五分之三, 写成 $\frac{3}{5}$ 。

} 分数单位
都是 $\frac{1}{5}$ 。

把一个单位分成几个等分, 表示里边的一份或者几份是原来单位的多少的数, 叫做分数。

在同分母分数里, 分子大的分数值大。如 $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$; $\frac{1}{5} < \frac{3}{5}$ 。

正分数大于零和负数。如 $\frac{1}{2} > 0$; $\frac{2}{3} > -\frac{2}{3}$ 。

两个负分数, 绝对值小的分数值大。如 $-\frac{3}{5} < -\frac{1}{5}$; $-\frac{3}{8} > -\frac{5}{8}$ 。

2. 分数与除法的关系:

前面我们学过小数, 如0.3读成十分之三, 就可以写成 $\frac{3}{10}$ 。同

样：0.75, 0.834, 4.3可分别写成分数 $\frac{75}{100}$, $\frac{834}{1000}$, $\frac{43}{10}$ 。

反过来, 分数也可以变为小数, 例如 $3 \div 10 = 0.3 = \frac{3}{10}$, 总之:

$$\text{被除数} \div \text{除数} = \frac{\text{被除数}}{\text{除数}} \quad \begin{array}{l} \text{.....分子} \\ \text{.....分母} \end{array}$$

一般地, 除式里含有字母的代数式, 称它为分式。例如:

$$\frac{a}{b} (b \neq 0), \frac{x+3}{x-2} (x \neq 2), \frac{1}{x-y} (x \neq y) \text{ 等等都是分式。}$$

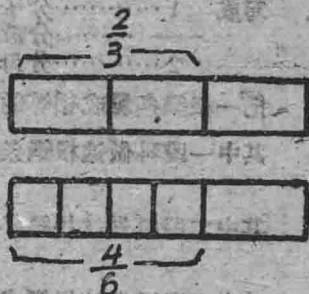
3. 分数与分式的基本性质:

从图示可以看出, 一根钢条的

$\frac{2}{3}$ 和这根钢条的 $\frac{4}{6}$ 是相等的。

$$\text{即: } \frac{2}{3} = \frac{4}{6}, \text{ 而 } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} =$$

$$\frac{4}{6}, \quad \frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}。$$



$$\text{一般地, } \frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m} = \frac{am}{bm},$$

(图3-1)

$$\text{反过来, } \frac{am}{bm} = \frac{am \div m}{bm \div m} = \frac{a}{b}。$$

由此得出分数(分式)的基本性质: 分子和分母同乘以(或除以)一个不等于零的数, 分数(分式)的值不变。

4. 约分:

一个分数(分式)的分子和分母同时除以相同的数(或整式)就得到一个比原来更简单的分数(分式), 它的值不变, 这种运算过程叫做约分。

例一: 把 $\frac{9}{15}$ 约简:

$$\frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}。$$

例二：把 $\frac{125}{1000}$ 約簡：

$$\frac{125}{1000} = \frac{25}{200} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}。$$

例三：把 $\frac{48a^2bc^2}{72a^3bc}$ 約簡：

$$\frac{48a^2bc^2}{72a^3bc} = \frac{2c}{3a}。$$

例四：把 $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$ 約簡：

$$\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{a+b}{a-b}。$$

分子分母都是多項式時，應當把這些多項式先進行因式分解，再進行約分。

習題二十四

1. 把下列小數寫成分數，並約簡：

0.4； 0.74； 0.754。

2. 下面三條等長的綫段中，都分成相等的幾分，問每條綫段的粗細部分各表示綫段的幾分之幾？



(第二題)

3. 一个工人做完某种工作要 8 天，他平均每天做这种工作的几分之几？二天呢？五天呢？七天呢？

4. 比较下面各组分数的大小：

$$(1) \frac{5}{9} \text{ 和 } \frac{8}{9}; \quad (2) -\frac{7}{10}, \frac{1}{10}, -\frac{1}{10}; \quad (3) \frac{1}{2} \text{ 和 } \frac{4}{5}.$$

5. 把下面的分数（分式）约简：

$$(1) \frac{12}{16}; \quad (2) -\frac{17}{170}; \quad (3) \frac{36}{72}; \quad (4) \frac{50}{100};$$

$$(5) \frac{6x^2y^2}{-12x^2y^3}; \quad (6) \frac{x^2-2xy}{xy-2y^2};$$

$$(7) \frac{5a(x-y)^2}{15a(y-x)^2}; \quad (8) \frac{x^2+2x+1}{x^2+8x+7}.$$

II 分数与分式的运算

5. 最小公倍式：

4 的倍式有：	8	12	16	20	24	28	32	36	
6 的倍式有：	6	12		18	24		30	36	

12、24 和 36 既是 4 的倍式，又是 6 的倍式，它们都叫做 4 和 6 的公倍式，其中 12 是最小的一个，它就是 4 和 6 的最小公倍式。

$$2 \overline{) \begin{array}{cc} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{array}} \quad [4, 6] = 2 \times 2 \times 3 = 12.$$

例一：求 18 和 48 的最小公倍式。

$$\begin{array}{r} \text{解：} 2 \overline{) \begin{array}{cc} 18 & 48 \\ 3 \overline{) \begin{array}{cc} 9 & 24 \\ 3 & 8 \end{array}} \end{array}} \end{array}$$

$$[18, 48] = 2 \times 3 \times 3 \times 8 = 144.$$

求法：一般用 2、3、5 去除各数，到任意两个数不能整除

时为止，再把所有的除数与最后一行的商连乘起来，所得的积，就是所求的最小公倍式。

例二：求12、16和30的最小公倍式。

$$\begin{array}{r|rrrr}
 2 & 12 & 16 & 30 & \\
 \hline
 2 & 6 & 8 & 15 & \\
 \hline
 3 & 3 & 4 & 5 & \\
 \hline
 & 1 & 4 & 5 &
 \end{array}$$

$$[12, 16, 30] = 2 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 240。$$

例三：求 $2ab^2c$ 和 $3a^2b$ 的最小公倍式。

$$[2, 3] = 2 \times 3 = 6, \quad [ab^2c, a^2b] = a^2b^2c$$

$$\therefore [2ab^2c, 3a^2b] = 6a^2b^2c。$$

求代数式的最小公倍式：取各代数式的系数的最小公倍式，以及各字母的指数最大的幂，把它们乘起来所得的积即是所求的最小公倍式。

例四：求 $4x^2 - y^2$ ， $6x - 3y$ 的最小公倍式

$$\text{解：} \quad \because 4x^2 - y^2 = (2x + y)(2x - y)$$

$$6x - 3y = 3(2x - y)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore [4x^2 - y^2, 6x - 3y] &= 3(2x + y)(2x - y) \\
 &= 12x^2 - 3y^2。
 \end{aligned}$$

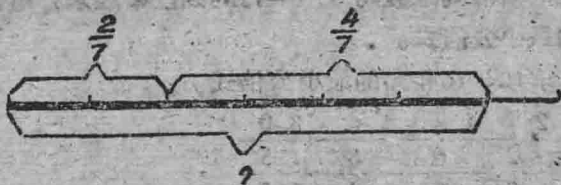
6. 分数与分式的加减法

(1) 同分母分数(分式)的加减法

例一：红旗工程队修一条马路，第一天修全长的 $\frac{2}{7}$ ，第二天改进了工具和工作方法，修了全长的 $\frac{4}{7}$ ，两天一共修了这条马路的几分之几？第二天比第三天多修了几分之几？

解：从图中可以看出，两天一共修了这条马路的 $\frac{6}{7}$ 。

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{2+4}{7} = \frac{6}{7}。$$



(图3-2)

又从图中可以看出，第二天比第一天多修了 $\frac{2}{7}$ 。

$$\frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4-2}{7} = \frac{2}{7}。$$

答：两天共修这条马路的 $\frac{6}{7}$ ，第二天比第一天多修 $\frac{2}{7}$ 。

一般地， $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} (c \neq 0)。$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} (c \neq 0)。$$

法则：同分母分数（分式）相加或相减，只需分子相加或相减，分母不变。

$$\begin{aligned} \text{例二：} \quad \frac{5+a}{x+y} + \frac{3a-2}{x+y} - \frac{a-4}{x+y} &= \frac{(5+a)+(3a-2)-(a-4)}{x+y} \\ &= \frac{5+a+3a-2-a+4}{x+y} \\ &= \frac{3a+7}{x+y}。 \end{aligned}$$

(2) 异分母的分数（分式）的加减法：

例一：中国领土的面积约占全世界陆地面积的 $\frac{1}{14}$ ，苏联领土

的面积约占全世界陆地面积的 $\frac{1}{6}$ ，中苏两国领土的面积共占全世

界陆地面积的几分之几？

$$\frac{1}{14} + \frac{1}{6} = \frac{3}{42} + \frac{7}{42} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21}。$$

答：中苏两国领土的面积共占全世界陆地面积的 $\frac{5}{21}$ 。

例二：有地二亩，鍛工小組种蔬菜用地 $\frac{3}{5}$ 亩，問还剩地多少亩？

$$\text{解：} 2 - \frac{3}{5} = \frac{10}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7}{5} = 7 \div 5 = 1.4 (\text{亩})。$$

答：还剩1.4亩。

法則：首先求出各分母的最小公倍式，作为公分母，再看公分母比各原分母扩大几倍，把分子也同样扩大几倍，然后按照同分母的分数（或分式）加减法法則进行运算。算得的结果必須約簡。

$$\text{例三：} \frac{3}{10} + \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10} + \frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}。$$

$$\begin{aligned} \text{例四：} \frac{1}{2}x - 0.9x + \frac{1}{5}x &= \frac{5}{10}x - \frac{9}{10}x + \frac{2}{10}x \\ &= -\frac{2}{10}x = -\frac{1}{5}x。 \end{aligned}$$

$$\text{例五：} \frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{2x+4}$$

$$\because x^2-4=(x+2)(x-2)$$

$$2x+4=2(x+2)$$

$$\therefore [x^2-4, 2x+4]=2(x+2)(x-2) \quad (\text{公分母})$$

$$\frac{x}{x^2-4} - \frac{1}{2x+4}$$

$$= \frac{x}{(x+2)(x-2)} - \frac{1}{2(x+2)}$$

$$= \frac{2x}{2(x+2)(x-2)} - \frac{x-2}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2x - (x-2)}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{2x - x + 2}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{x+2}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{1}{2(x-2)}.$$

习 题 二 十 五

1. 口答:

$$(1) \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}; \quad (2) 1 - \frac{3}{8}; \quad (3) \frac{3}{4} - \frac{5}{4} - \frac{1}{4};$$

$$(4) \frac{7}{16}x - \frac{3}{16}x + \frac{9}{16}x; \quad (5) \frac{5}{a} + \frac{7}{a} - \frac{3}{a}.$$

2. 求下列各题的最小公倍式:

$$(1) 45, 60; \quad (2) 6, 10, 15; \quad (3) 3, 4, 5;$$

$$(4) 4x^2 - y^2, 2x - y; \quad (5) x^2 - 2x, x - 2.$$

3. 计算下列各题:

$$(1) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6};$$

$$(2) \frac{4}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4};$$

$$(3) \frac{4}{5} - \frac{7}{10};$$

$$(4) \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5};$$

$$(5) \frac{2}{3} + \frac{4}{7} - \frac{3}{4};$$

$$(6) 5x - \frac{7}{5}x + \frac{3}{10}x;$$

$$(7) 3x + \frac{x-2}{2} - \frac{x-3}{3}; \quad (8) \frac{x-1}{3xy} - \frac{2-x}{3xy} + \frac{x-3}{3xy};$$

$$(9) \frac{a+2}{a-2} - \frac{3a-2}{a-2}; \quad (10) \frac{5a}{6b^2c} - \frac{7b}{12ac^2} + \frac{11c}{18a^2b};$$

$$(11) \frac{2a^2}{3(a+1)} + \frac{5a^2}{4(a+1)}; \quad (12) \frac{5b}{ax+ay} - \frac{2a}{bx+by}.$$

4. 解下列应用题:

(1) 有一件工程，第一天完成了 $\frac{4}{15}$ ，第二天完成了 $\frac{5}{12}$ ，

两天共完成了几分之几？

(2) 一件工程，已经完成了 $\frac{2}{3}$ ，还剩几分之几？

(3) 一桶三合土，黄砂占 $\frac{1}{2}$ ，石子占 $\frac{1}{6}$ ，其余是水泥，问水泥占全桶的几分之几？

(4) 在全世界人口中，中国人口约占 $\frac{1}{4}$ ，苏联人口约占 $\frac{1}{12}$ ，中苏两国人口共占全世界人口的几分之几？

(5) 老王过去熔钢一公斤，需要焦炭 $\frac{4}{5}$ 公斤；技术革新后，只用 $\frac{1}{3}$ 公斤。现在熔钢一公斤，节约焦炭多少公斤？

(6) 有三段布。第一段长 $\frac{2}{3}$ 米，第二段长 $\frac{1}{2}$ 米，第三段长 $\frac{1}{6}$ 米，三段布共长多少米？

(7) 一件工程，甲单独做 7 小时完成；乙单独做 8 小时完成。它们二人一起做，1 小时可以完成全部工程的几

分之几？（提示：甲1小时完成工程的 $\frac{1}{7}$ ）

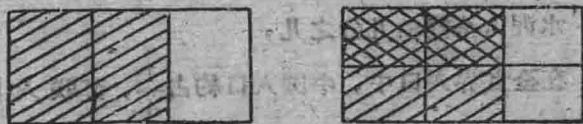
(8) 某縫紉組原定計劃在七天內完成一批訂貨，現在，縫紉機都改裝成電動縫紉機，加上改進了技術，效率提高 b 倍，問這批訂貨能提前幾天完成？

(9) 東風大隊有化肥 a 斤，玻璃肥料 b 斤，計劃在最近給水稻施一次肥，全隊共有水稻 m 畝，問每畝水稻田分得幾斤肥料？

7. 分數與分式的乘法

(1) 分數與分式的乘法

例一：有空地一塊，職工業餘學校使用了 $\frac{2}{3}$ ，其中用 $\frac{1}{2}$ 的土地造校舍，問校舍占這塊空地的幾分之幾？



(圖 3-3)

解：
$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{3 \times 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

答：校舍占空地的 $\frac{1}{3}$ 。

求一個數的幾分之幾的計算方法叫做分數的乘法。幾個分數（分式）相乘時，用分子的積做積的分子，分母的積做積的分母。

一般地說：
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

例二：
$$\frac{5}{6} \times \frac{9}{15} = \frac{5^1 \times 9^3}{6_2 \times 15_3} = \frac{1}{2}.$$

分数(分式)相乘时,任意一个分子和分母有公因式时都可以先约简,然后再乘。

例三:修一条马路,每天修 $\frac{1}{4}$ 公里,3天共修几公里?

解: $\frac{1}{4} \times 3 = \frac{1 \times 3}{4} = \frac{3}{4}$ (公里)。

答:共修了 $\frac{3}{4}$ 公里。

分数(分式)乘以整数,或整数乘以分数(分式),是用整数乘这个分数(分式)的分子做积的分子,用原来的分母做积的分母。

例四: $\frac{11}{40} \times \frac{7}{8} \times \frac{1}{11} \times 5 = \frac{11}{40} \times \frac{7}{8} \times \frac{1}{11} \times \frac{5}{1} = \frac{7}{64}$ 。

例五: $(-\frac{3x}{5a})(-\frac{10ab}{7x}) = \frac{3x \cdot 10ab}{5a \cdot 7x} = \frac{6b}{7}$ 。

例六: $\frac{x^2-1}{3x^2} \cdot \frac{6x}{x+1} = \frac{(x^2+1)(x-1)}{3x^2} \cdot \frac{2x}{x^2+1}$
 $= \frac{2(x-1)}{x}$ 。

(2) 分数与分式的乘方

根据乘方意义和乘法法则我们知道,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 3} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b} = \frac{a^3}{b^3}$$

一个分数(分式)的乘方是把分数(分式)的分子和分母分别乘方。

$$\text{例一: } \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1^3}{2^3} = -\frac{1}{8}。$$

$$\text{例二: } \left(-\frac{2a^3b}{3xy^2}\right)^2 = \frac{4a^6b^2}{9x^2y^4}。$$

习题二十六

一、計算下列各題:

$$(1) \frac{1}{2} \times \frac{2}{3};$$

$$(2) \left(-\frac{7}{15}\right) \times \frac{5}{8};$$

$$(3) 12 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{8};$$

$$(4) \left(-\frac{3}{4}\right)^2;$$

$$(5) \frac{14}{21} \times 0.5 \times \left(-\frac{7}{30}\right);$$

$$(6) \frac{7}{12} \times 6 \times \frac{2}{21};$$

$$(7) 2.5 \times \frac{9}{8} \times \frac{4}{15} \times \frac{4}{3};$$

$$(8) \left(-\frac{2a^2b}{5xy^2}\right)^2;$$

$$(9) \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2};$$

$$(10) \frac{(x+y)}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{3(x-y)}{x^2+2xy+y^2};$$

$$(11) \left(-\frac{2x^2}{3a}\right)^3;$$

$$(12) \frac{5-5a}{(1+a)^2} \cdot \frac{3+3a}{10-10a^2}。$$

二、应用問題:

$$(1) \text{一架机器重}\frac{23}{21}\text{吨, 7架重多少吨?}$$

$$(2) \text{火車速度是45公里/小时, 問}\frac{2}{3}\text{小时走多少公里?}$$

$$(3) \text{从石灰石烧成石灰, 可得石灰}\frac{52}{100}, \text{問5吨石灰石可}$$

以烧成石灰多少吨？

(4) 酿造厂用一吨锯末制 $\frac{3}{20}$ 吨酒精， $\frac{2}{5}$ 吨锯末制酒精多少吨？

(5) 在1959年生产的1335万吨钢(不包括土钢)中，有 $\frac{1}{3}$ 是中小型转炉生产的，问中小型转炉生产钢是多少万吨？

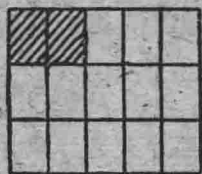
(6) 一条公路长 $\frac{4}{5}$ 公里，修好了 $\frac{3}{4}$ ，问修好了多少公里？

8. 分数与分式的除法

例一：某生产小组3天完成全月生产计划的 $\frac{2}{5}$ ，平均每天完成全月计划的几分之几？

解：
$$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5} \div \frac{3}{1} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}。$$

答：平均每天完成全月计划的 $\frac{2}{15}$ 。



(图3-4)

例二：油缸里有油 $\frac{4}{5}$ 吨，用铁桶装运，每只铁桶装油 $\frac{1}{10}$ 吨，需要装多少桶？

解：
$$\frac{4}{5} \div \frac{1}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{1} = 8 \text{ (桶)}。$$

答：需要装8桶。

从上面的例子看出，分数(分式)除以分数(分式)，只要把除式的分子和分母颠倒过来，再和被除式相乘。

例三：
$$2 \div \left(-\frac{14}{5}\right) \div \left(-\frac{10}{7}\right)$$