

空间机构误差的参数辨识研究

北京航空学院 徐卫良 张启先

摘 要

如何根据机构的输出响应来诊断源误差, 是误差研究中迫切需要解决的一个问题。本文对空间运动误差的参数辨识问题作了一些探讨, 在运动误差的概率分析基础上, 提出了适应于最小二乘辨识技术的误差辨识的两种指标函数(均值指标函数和方差指标函数), 分别用于辨识结构参数误差和运动副间隙值。并以空间 RCCC 机构为例, 进行误差辨识, 确定了机构原始误差的大小。

一、引 言

对于机构的运动误差, 多年来已作了许多研究, 取得了一定的进展。在误差分析方面, 提出了输入输出位移关系微分法^[1]; 矢量封闭形法^[2]; 约束方程组微分法^[3]和微小位移合成法^[4]等解析方法。解决了由于运动副间隙和结构参数误差引起的输出误差的问题。另外, 针对运动副间隙和结构参数公差的随机性, 文^[5,6,7]对机构误差作了概率分析, 提出了误差分析的蒙特卡洛模拟法。这些误差分析是根据已知原始误差来确定机构输出误差的。在误差综合方法, 通常根据给定的允许精度, 用最优技术分配机构的公差与间隙^[8,9,10]。但是总的说来, 目前机构误差还多限于理论研究上。

在工程实践中, 重要的是误差诊断, 即就是对于在使用或在运行中的机构, 如何根据机器的输出响应(测量数据)来诊断产生运动误差的原因, 确定原始误差的大小, 从而为改善机构的运动精度提供必要的措施。在误差辨识或诊断的研究方面, 文就平面机构提出了适应于用最优技术进行误差辨识的指标函数, 但由于误差模型的缺陷, 使得这种指标函数仅能辨识机构的间隙和值, 而不能明确地诊断各个原始误差的大小。为此, 本文就空间机构运动误差的辨识问题进行了一些的研讨, 在运动误差的概率分析基础上, 提出了适合于用最小二乘辨识技术进行误差辨识的两种指标函数(均值指标函数和方差指标函数), 并进一步分别用于辨识结构参数误差和运动副的间隙值。最后, 以空间 RCCC 机构为例, 进行误差辨识, 确定了该机构的原始误差的大小, 其中系统输出响应(误差测量数据)则用蒙特卡洛模拟技术在计算机上得出。

本文的研究仅考虑了两种原始误差(结构参数误差和运动副间隙), 至于其他原始误差的辨识问题, 有待更深入的研究。

二、辨识理论——最小二乘辨识技术

辨识问题是分析问题的递形式，在分析问题中，是研究和预示给定输入下的系统响应。而在系统辨识问题中，对系统的了解是不完整的，须根据观测到的系统响应（给定输入下的输出）来进一步确定，某种意义上讲，辨识过程有点类似于运动误差综合问题。在空间机构的结构参数误差和运动副间隙的辨识研究中，由于机构的组成（构件数和运动副数）已经规定，尽管原始误差大小未知，但系统结构已确定。因此，辨识问题就成了参数辨识问题。参数辨识技术有多种，如最小二乘法，极大似然法及互相关法等等，考虑运动误差辨识的具体问题，机构误差模型是线性的，本文将采纳简单实用的最小二乘辨识技术。

最小二乘技术提供这样一个数学程序，通过它能获得一个在最小方差意义下与实验数据拟合最好的模型。假定有一个变量 y ，它与一个 n 维的变量 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 是线性关系，即

$$y = q_1 x_1 + q_2 x_2 + \dots + q_n x_n$$

其中 $\mathbf{Q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ 是一个常数集。假定 q_i 是未知的，并且希望通过不同时刻对 y 及 $\mathbf{X}$ 的观测值来估计它们的数值。

若在 $t_1, t_2, \dots, t_\lambda$ 时刻对 y 及 $\mathbf{X}$ 的观测值序列已被获取，那么可以获得 λ 个线性方程

$$y_i = q_1 x_{i1} + q_2 x_{i2} + \dots + q_n x_{in}$$

其中 $i = 1, 2, \dots, \lambda$

或写成矩阵形式

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XQ} \quad (1)$$

式中：

$$\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_\lambda)^T$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{1\lambda} & x_{2\lambda} & \dots & x_{n\lambda} \end{pmatrix} \quad \lambda \times n$$

为了能估计这 n 个参数，必须要求 $\lambda \geq n$ 。若 $\lambda = n$ ，则可由式(1)得到 $\mathbf{Q}$ 的唯一解。但考虑到测量数据中混有测量噪声，并且存在模型误差，通常测量点数 $\lambda > n$ ，这时一般不能确定一组 $\mathbf{Q}$ 使它精确满足式(1)。为此须根据最小误差平方法来确定 $\mathbf{Q}$ 。

定义指标函数

$$J(t, \mathbf{Q}) = (\mathbf{Y} - \mathbf{XQ})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{XQ})$$

若找到一组 $\mathbf{Q}^*$ ，使指标函数 $J^* = J(t, \mathbf{Q}^*)$ 最小，则系统就被认为是被辨识了， $\mathbf{Q}^*$ 是被识别的参数矢量。由文¹²知

$$\mathbf{Q}^* = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (2)$$

三、系统模型——机构的运动误差模型

假设机构的所有参数都存在偏差，所有运动副内都存在间隙，而忽略其他原始误差。由于误差辨识研究是针对一个具体的正在运行或装配好的机构进行的，因此其结构参数误差是

确定的, 是系统误差。而对于具有间隙的运动副, 由于其传递力、润滑条件、间隙引起的冲击、不确定的工况及制造精度等诸因素的影响, 使得间隙产生的输出运动误差具有随机性^[7,8,9]。这样, 机构既有系统误差又有随机误差, 误差辨识问题是一个随机估计问题。

作者在文^[7]中曾对间隙的随机性问题作了较详细的研究。由于运动副内存在间隙, 组成运动副的相邻两构件必定会发生相对偏移或偏转。一般地, 沿 x_i, y_i, z_i 方向的相对位置偏差为 $(\Delta\mu_{ji}, \Delta v_{ji}, \Delta w_{ji})$ 、相对姿态偏差为 $(\Delta\mu_{ji}, \Delta\xi_{ji}, \Delta\zeta_{ji})$, 如图 1 所示。但根据不同运动副的具体结构组成和自由度, 我们知道有些相对位姿偏差对于有的运动副是不存在的, (忽略高阶无穷力量) 如:

对于圆柱副: $\Delta w_{ji} \equiv \Delta\zeta_{ji} \equiv 0$

对于转动副 (若不计轴向间隙):

$$\Delta w_{ji} \equiv \Delta\mu_{ji} \equiv \Delta\xi_{ji} \equiv \Delta\zeta_{ji} \equiv 0$$

对于球面副: $\Delta\mu_{ji} \equiv \Delta\xi_{ji} \equiv \Delta\zeta_{ji} \equiv 0$

对于棱柱副: $\Delta w_{ji} \equiv 0$

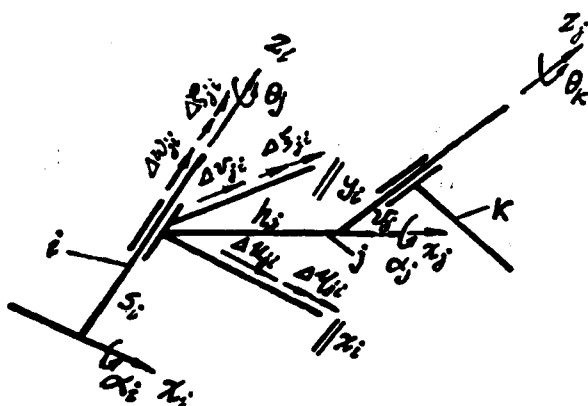


图 1

由于运动副间隙的随机性, 间隙引起的两相邻构件的位置偏差亦是随机的。要精确地用数学描述运动副销轴在销套内的任何位置和姿态出现的概率是极其困难的, 但根据误差理论, 较为简单合理的假设是在任何瞬时销轴在销孔内的任何位姿的概率相等。因此根据等概率的假设, 我们可得到间隙引起的相对位姿偏差的均值和方差如下^[7]:

对于圆柱副

$$\left. \begin{aligned} E(\Delta\mu_{ji}) &= E(\Delta v_{ji}) = E(\Delta w_{ji}) = E(\Delta\xi_{ji}) = 0 \\ V(\Delta\mu_{ji}) &= V(\Delta v_{ji}) = \frac{r_{oi}^2}{8} \\ V(\Delta\mu_{ji}) &= V(\Delta\zeta_{ji}) = \frac{1}{2} \left(\frac{r_{oi}}{l} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中: $E(\cdot)$ 和 $V(\cdot)$ 为位姿偏差的均值和方差 (下同); r_{oi} 为圆柱副间隙; l 为圆柱副的轴套长度。

对于转动副

$$\left. \begin{aligned} E(\Delta\mu_{ji}) &= E(\Delta v_{ji}) = 0 \\ V(\Delta\mu_{ji}) &= V(\Delta\zeta_{ji}) = \frac{r_{oi}^2}{4} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中: r_{oi} 为转动副的径向间隙

对于球面副

$$\left. \begin{aligned} E(\Delta\mu_{ji}) &= E(\Delta v_{ji}) = E(\Delta w_{ji}) = 0 \\ V(\Delta\mu_{ji}) &= V(\Delta v_{ji}) = V(\Delta w_{ji}) = \frac{r_{oi}^2}{5} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中: r_{ci} 为球面副的径向间隙 (各向同值)

对于棱柱移动副 (运动方向取为 z 轴)

$$\left. \begin{aligned} E(\Delta u_{ji}) &= E(\Delta v_{ji}) = E(\Delta \mu_{ji}) = E(\Delta \xi_{ji}) = E(\Delta \zeta_{ji}) = 0 \\ V(\Delta u_{ji}) &= \frac{\delta_2^2}{24}, \quad V(\Delta v_{ji}) = \frac{\delta_1^2}{42}, \\ V(\Delta \mu_{ji}) &= \frac{1}{6} \left(\frac{\delta_1}{l} \right)^2, \quad V(\Delta \xi_{ji}) = \frac{1}{6} \left(\frac{\delta_2}{l} \right)^2, \quad V(\Delta \zeta_{ji}) = \frac{\delta_3^2}{3} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中: δ_1 和 δ_2 为棱柱副的两个间隙; l 为棱柱副的长度; $\delta_3 = M_{ax} \left(\frac{\delta_2}{a'}, \frac{\delta_1}{b'} \right)$; a' 和 b' 为棱柱的边长。

由误差分析可得, 结构参数和间隙引起的机构输出误差为

$$\Delta \Phi = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_i} \right) \Delta q_i + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \Phi}{\partial c_j} \right) \Delta c_j \quad (7)$$

其中: $\Delta \Phi$ 为机构输出误差; Δq_i 为结构参数误差; Δc_j 为间隙引起的运动副的两相邻构件的相对位置或姿态偏差; n 和 m 分别为 Δq_i 和 Δc_j 的个数。

因为结构参数误差是确定的, 间隙引起的均值都为零, 且所有原始误差是不相关的, 故输出误差的均值和方差为

$$E(\Delta \Phi) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_i} \right) E(\Delta q_i) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_i} \right) \cdot \Delta q_i \quad (8)$$

$$V(\Delta \Phi) = \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \Phi}{\partial c_j} \right)^2 V(\Delta c_j) \quad (9)$$

进一步将式(3)至式(6)代入式(9)并整理得:

$$V(\Delta \Phi) = \sum_{i=1}^p \alpha_{ci} r_{ci}^2 \quad (10)$$

式中: α_{ci} 为间隙 r_{ci} (包括棱柱副的间隙 δ_1 和 δ_2) 对输出误差的方差的影响系数, 是机构位置和结构参数的函数, ϕ 为运动副间隙的个数。

四、误差辨识的指标函数

由于运动副间隙的随机性, 使得为了完成一个空间机构误差的辨识问题, 必须进行大量的测量。对于每个特定的输入位置, 都要测得大量的输出误差数据, 然后进行统计分析, 获得在特定输入位置的输出误差的均值和方差。根据上节的分析可知, 输出误差的均值是由结构参数误差产生的, 而输出误差的离散性是由于运动副间隙的随机性所致。因此, 我们定义两个指标函数, 分别用来辨识机构的结构参数误差和运动副的间隙值。

均值指标函数

$$J_E(\theta, \Delta q) = [E(\Delta \Phi) - \alpha_q \Delta q]^T [E(\Delta \Phi) - \alpha_q \Delta q] \quad (11)$$

方差指标函数

$$J_r(\theta, C) = [V(\Delta \Phi) - \alpha_c C]^T [V(\Delta \Phi) - \alpha_c C] \quad (12)$$

其中: $E(\Delta \Phi) = \{E_1(\Delta \Phi), E_2(\Delta \Phi), \dots, E_n(\Delta \Phi)\}^T$;

$V(\Delta \Phi) = \{V_1(\Delta \Phi), V_2(\Delta \Phi), \dots, V_n(\Delta \Phi)\}^T$;

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{q} &= (\Delta q_1, \Delta q_2, \dots, \Delta q_n)^T \\ \boldsymbol{\theta} &= (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_\lambda)^T \\ \mathbf{C} &= (r_{c1}, r_{c2}, \dots, r_{cp})^T \\ \boldsymbol{\alpha}_q &= \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_1}\right)_1 & \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_2}\right)_1 & \dots & \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_n}\right)_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_1}\right)_\lambda & \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_2}\right)_\lambda & \dots & \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q_n}\right)_\lambda \end{bmatrix}_{\lambda \times n} \\ &\quad \begin{bmatrix} (\alpha_{c1})_1 & (\alpha_{c2})_1 & \dots & (\alpha_{cp})_1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (\alpha_{c1})_\lambda & (\alpha_{c2})_\lambda & \dots & (\alpha_{cp})_\lambda \end{bmatrix}_{\lambda \times p}\end{aligned}$$

另外, 入为测量点数; $E_i(\Delta \Phi)$ 和 $V_i(\Delta \Phi)$ 为第 i 测量的输出误差的均值和方差; θ_i 为第 i 个测量点的输入角。

根据最小二乘辨识理论 (式 (2)), 空间机构的源误差可辨识为:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{q}^* &= (\boldsymbol{\alpha}_q^T \boldsymbol{\alpha}_q)^{-1} \boldsymbol{\alpha}_q^T \mathbf{E}(\Delta \Phi) \\ \mathbf{C}^* &= (\boldsymbol{\alpha}_c^T \boldsymbol{\alpha}_c)^{-1} \boldsymbol{\alpha}_c^T \mathbf{V}(\Delta \Phi)\end{aligned}\quad (13)$$

五、数值例题: 空间RCCC机构的运动误差的辨识

图 2 所示为一个空间RCCC机构, 其结构参数为 $h_1 = 12$, $h_2 = 20$, $h_3 = 15$, $h_4 = 22$, $s_4 = 10(\text{cm})$; $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 55^\circ$, $\alpha_3 = 45^\circ$, $\alpha_4 = 60^\circ$ 。圆柱副的长度为 $l = 4\text{cm}$ 。该机构的输入运动参数为 θ_1 。其位移分析见文^[13]。

在误差辨识前, 我们不知道原始误差的个数, 为此, 假设该机构的所有结构参数均存在误差、所有运动副都有间隙。若被辨识的原始误差值为零, 则说明原先假设的原始误差实际上接近为零。

利用误差分析的微小位移合成法, 可得该机构的输出线位移误差 ΔS_3 为^[14]

$$\begin{aligned}\Delta S_3 &= a_1[\Delta h_1 + \Delta u_{32} + C\theta_3(\Delta h_3 + \Delta u_{43}) - S\theta_3 C\alpha_3 \Delta v_{43} + C\theta_2 \cdot (\Delta h_1 + \Delta u_{21}) + S\theta_2 \Delta v_{21} \\ &+ a_2(\Delta h_4 + \Delta u_{14}) + a_3 \Delta v_{14} + S\alpha_1 C\theta_2 \Delta S_4 - s_2(\Delta \xi_{32} + S\theta_4 \Delta \alpha_3) + a_4(\Delta \mu_{43} + C\theta_4 \Delta \alpha_4) + a_5 \\ &(\Delta \xi_{43} + S\theta_4 \alpha_4) + a_6 \Delta \theta_4]\end{aligned}\quad (15)$$

式中:

$$S\theta_i = \sin \theta_i; \quad C\theta_i = \cos \theta_i; \quad S\alpha_i = \sin \alpha_i; \quad C\alpha_i = \cos \alpha_i;$$

$$a_1 = -1/S\theta_3 S\alpha_3; \quad a_2 = C\theta_1 C\theta_2 - S\theta_1 C\alpha_1 S\theta_2;$$

$$a_3 = S\theta_1 C\theta_2 + C\theta_1 S\theta_2; \quad a_4 = -(S_2 + S_3 C\theta_3) S\theta_3;$$

$$a_5 = -(S_2 C\alpha_3 + S_3) C\theta_3 + h_3 S\theta_3 S\alpha_3$$

$$\Delta \theta_4 = a_1[a_2 \Delta \alpha_4 + C\theta_2(\Delta \mu_{21} + \Delta \alpha_1) + S\theta_2 \cdot \Delta \xi_{21} + \Delta \mu_{32} + \Delta \alpha_2 + C\theta_3(\Delta \mu_{43} + \Delta \alpha_3) - S\theta_3 C\alpha_3 \Delta \xi_{43}]\quad (16)$$

将式 (16) 代入式 (15), 并由式 (8) 和式 (10) 可得输出线误差的均值和方差为:

$$E(\Delta S_3) = \sum_{i=1}^9 \alpha_{qi} \cdot \Delta q_i = \boldsymbol{\alpha}_q \cdot \Delta \mathbf{q}^T\quad (17)$$

$$V(\Delta S_3) = \sum_{i=1}^4 \alpha_{ci} \cdot r_{ci}^2 = \boldsymbol{\alpha}_c \cdot \mathbf{C}^T\quad (18)$$

其中: $\Delta q_1 \sim \Delta q_6$ 分别为 $\Delta h_1 \sim \Delta h_4$, ΔS_3 , $\Delta a_1 \sim \Delta a_4$; $r_{c1} \sim r_{c4}$ 分别为 A' , B' , C' 及 D' 外运动副的间隙值; $\alpha_{q1} = a_1 c \theta_2$; $\alpha_{q2} = a_1$; $\alpha_{q3} = a_1 c \theta_3$; $\alpha_{q4} = a_1 a_2$; $\alpha_{q5} = a_1 s \alpha_1 s \theta_2$; $\alpha_{q6} = a_1^2 a_6 c \theta_2$; $\alpha_{q7} = a_1^2 a_6$; $\alpha_{q8} = a_1 \cdot (a_1 a_6 c \theta_3 - s_2 s \theta_4)$; $\alpha_{q9} = a_1 (a_4 c \theta_4 + a_5 s \theta_4)$; $\alpha_{c1} = a_1^2 (a_2^2 + a_3^2) / 4$; $\alpha_{c2} = a_1^2 [1/8 + (a_1 a_6 / l)^2 / 2]$; $\alpha_{c3} = a_1^2 [1/8 + (s_2 / l)^2 / 2 + (a_1 a_6 / l)^2 / 2]$; $\alpha_{c4} = a_1^2 \{c^2 \theta_3 / 8 + s^2 \theta_3 c^2 \alpha_3 / 8 + \frac{1}{2l^2} [(a_4 + a_1 a_6 c \theta_3)^2 + (a_5 - a_1 a_6 s \theta_3 c \alpha_3)^2]\}$

为了说明本文的辨识方法, 系统的输出响应(运动误差的测量值)用由蒙特卡洛模拟方法^[6,7]产生的运动误差数据来替代。表 1 给出了整个工作循环内输出误差响应的统计特征(均值和方差), 其中蒙特卡洛模拟所依据的机构源误差为表 2 的第二例。

下面分别在整个工作循环内均匀取测量点数 $\lambda = 9$ 和 $\lambda = 12$, 进行误差辨识, 结果列表 2。

六、结 束 语

研究表明: 最小二乘辨识技术是识别连杆机构原始误差的一个行之有效的方法。文中所提出的两种误差辨识指标函数, 解决了随机输出误差的辨识问题。由于间隙的随机性, 要诊断出各个运动副间隙值, 须对输出响应作大量的测量。至于弹性误差和热变形等其他原始误差的辨识, 有待进一步的研究。另外, 本文的方法可望拓广到机器人位姿

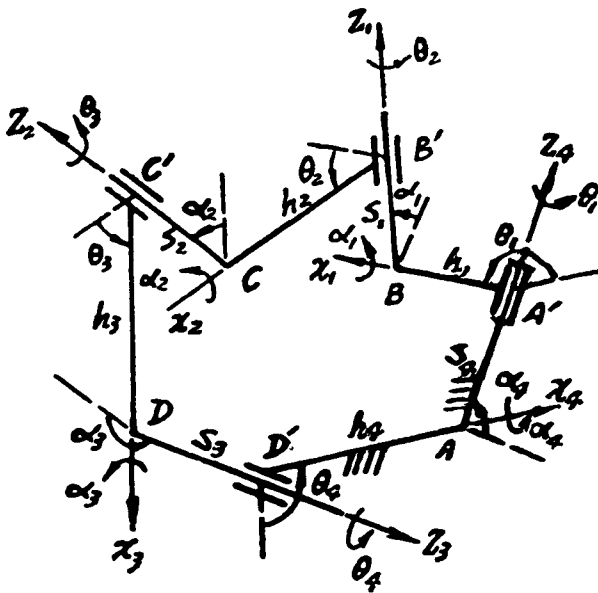


图 2

误差的辨识研究中。

表 1 系统响应的统计特征

输入角 θ_1	ΔS_3 的均值	ΔS_4 的方差	输入角 θ_1	ΔS_3 的均值	ΔS_4 的方差
0	-0.999189D-01	0.197017D+00	180	0.532068D-02	0.576394D+00
10	-0.138260D+00	0.220594D+00	190	0.716385D-02	0.733056D+00
20	-0.174372D+00	0.246461D+00	200	0.386118D-02	0.740584D+00
30	-0.203617D+00	0.262005D+00	210	-0.751459D-03	0.638104D+00
40	-0.223656D+00	0.258993D+00	220	-0.433759D-02	0.510789D+00
50	-0.233907D+00	0.239699D+00	230	-0.612067D-02	0.403075D+00
60	-0.234830D+00	0.211611D+00	240	-0.623529D-02	0.323403D+00
70	-0.227522D+00	0.181789D+00	250	-0.516678D-02	0.267078D+00
80	-0.213470D+00	0.154867D+00	260	-0.343213D-02	0.227552D+00
90	-0.194324D+00	0.132991D+00	270	-0.158182D-02	0.199595D+00
100	-0.171700D+00	0.116655D+00	280	-0.777418D-05	0.179605D+00
110	-0.147004D+00	0.105611D+00	290	0.798258D-03	0.165294D+00

续表 1

输入角 θ_1	ΔS_3 的均值	ΔS_3 的方差	输入角 θ_1	ΔS_3 的均值	ΔS_3 的方差
120	-0.121336D+00	0.997786D-01	300	0.253026D-03	0.155411D+00
130	-0.954622D-01	0.100283D+00	310	-0.246478D-02	0.149655D+00
140	-0.698979D-01	0.111179D+00	320	-0.857035D-02	0.148656D+00
150	-0.452121D-01	0.143038D+00	330	-0.197866D-01	0.153542D+00
160	-0.226502D-01	0.218508D+00	340	-0.381664D-01	0.164420D+00
170	-0.478514D-02	0.367539D+00	350	-0.651657D-01	0.179203D+00

表 2 误差差辨识结果

原始误差名	实际原始误差值	$\lambda = 9$ 时的辨识结果	$\lambda = 12$ 时的辨识结果
Δh_1	0.12	0.1203	0.1200
Δh_2	0.20	0.2002	0.1999
Δh_3	0.15	0.1504	0.1500
Δh_4	0.22	0.2202	0.2199
Δs_4	0.10	0.0997	0.1000
Δa_1	0.10	0.1004	0.0999
Δa_2	0.10	0.1001	0.0999
Δa_3	0.10	0.1001	0.1000
Δa_4	0.10	0.0999	0.0999
r_{c1}	0.05	0.0572	0.0418
r_{c2}	0.05	0.0493	0.0504
r_{c3}	0.05	0.0521	0.0502
r_{c4}	0.05	0.0498	0.0501

注：表中长度单位为cm，角度单位为度。

参 考 文 献

- [1] Handra-Laca: Positional shifts determination of mechanism by means of transmission, Pro. the 6th IFTOMM congress on MMT-1983.
- [2] K·Lakshminarayana, R·G·Narayanamuthi: On the analysis of the effect of tolerances in linkages, J·Mech, vol. 6 1971
- [3] 徐卫良, 邓家贤, 吴慈生: 确定连杆机构运动误差的矩阵法, 南京工学院学报, 1986年第三期。
- [4] Xu wei-liang, zhang qi-xian: On the method of Combining small displacements in studying the kinematic errors in spatial open-and closed-loop linkages, Submitted to the 7th IFTOMM congress on MMT—1987, Spain.
- [5] S.G.Dhande, J.Chakraborty: Mechanical error analysis of spatial linkages, J.Mech.Design, Trans. ASME, vol 100, No 10, 1678
- [6] 徐卫良: 连杆机构运动误差分析的统计模拟法, 江苏机械, 1986年第一期。

- [7] 徐卫良, 张启先: 空间机构运动误差的概率分析和蒙特卡洛模拟, 机械工 程 学 报 (待发表)
- [8] S.G.Dhande, J.chakraborty: Analysis adn synthesis of mechanical error in linkages—a stochastic approach, J.Eng.Ind, Trans ASME, vol95, No3, 1973.
- [9] J.chakraborty: Synthesis of mechanical error in linkages, MMT, vol 10, 1975
- [10] 徐卫良, 邓家贤: 平面连杆机构的最佳尺寸公差和运动副配合公差的确定, 第四届全国机构学会议论文, 1986年8月烟台, 南京工学院学报(待发表)。
- [11] S.Dubowsky, J.Maatur, N.D.Perreira: A parameter identification study of kinematic errors in planar mechanisms, J.Eng.Ind, Trans ASME, May, 1975.
- [12] 夏天长著, 熊光楞等译: 系统辨识——最小二乘法, 清华大学出版社, 1983。
- [13] 张启先: 空间机构分析与综合(上), 机械工业出版社, 1984年。
- [14] 徐卫良、张启先: 空间开链和闭链连杆机构运动误差研究的微小位移合成法北京航空学院学报一九八七年第一期)将发表)