

# 雷 达 结 构 资 料

1. 北京卫星通信地面站天线座架结构分析
2. 连续体有限单元法基础及其在雷达结构上的某些应用

南 京 9 0 3 信 箱 3 6 分 箱  
扬 州 2 0 4 信 箱

一 九 七 六 年 一 月

---

# 目 录

## 北京卫星通信地面站天线座架结构分析

|                       |      |
|-----------------------|------|
| (一) 计算简图的确定           | (1)  |
| (二) 载荷分析              | (4)  |
| (三) 抗倾覆核算             | (9)  |
| (四) 结构的机动分析           | (10) |
| (五) 刚度和强度分析           | (20) |
| (1) 利用电子计算机计算 (直接刚度法) | (20) |
| (2) 手算法 (古典方法)        | (34) |
| (六) 滚轮与轨道分析           | (38) |
| (1) 轮与轨的接触应力计算        | (38) |
| (2) 轮与轨的接触强度核算        | (40) |
| (3) 轨道的刚度、强度分析        | (41) |
| 参考文献                  | (44) |

## 连续体有限单元法基础及其在雷达结构上的某些应用

|                     |      |
|---------------------|------|
| (一) 有限单元法概述         | (46) |
| (二) 平面问题的有限单元法      | (52) |
| (1) 位移函数            | (52) |
| (2) 应力与位移关系         | (54) |
| (3) 等效结点载荷          | (56) |
| (4) 结点的平衡方程         | (58) |
| (5) 三角形单元的刚度矩阵      | (58) |
| (6) 三角形单元的刚度矩阵的通用公式 | (61) |
| (7) 单元的划分原则         | (63) |
| (8) 变温应力            | (64) |
| (9) 矩形单元            | (65) |
| (三) 板的弯曲问题的有限单元法    | (68) |
| (1) 计算方法            | (68) |
| (2) 面积坐标            | (70) |
| (3) 有效位移            | (72) |
| (4) 有效形状函数          | (74) |
| (5) 三角形单元的刚度矩阵      | (74) |

|                                |       |
|--------------------------------|-------|
| (6) 三角形单元的等效结点荷载 .....         | (76)  |
| (7) 弯曲板的矩形单元 .....             | (77)  |
| (四) 平板单元体组合壳体 .....            | (81)  |
| (1) 引言 .....                   | (81)  |
| (2) 局部坐标系中平板单元体的刚度矩阵 .....     | (81)  |
| (3) 坐标转换 .....                 | (83)  |
| (4) 三角形单元局部座标的方向余弦 .....       | (85)  |
| (5) 矩形壳单元 .....                | (87)  |
| (五) 空间问题的有限单元法 .....           | (91)  |
| (1) 单元的划分 .....                | (91)  |
| (2) 计算方法 .....                 | (92)  |
| (3) 等效结点荷载 .....               | (93)  |
| (4) 单元的刚度矩阵 .....              | (94)  |
| (5) 单元的应力矩阵 $[S]$ .....        | (95)  |
| (六) 在雷达结构中的某些应用 .....          | (95)  |
| (1) 分析计算某雷达抛物面天线结构 .....       | (95)  |
| (2) 北京卫星通信地面站天线结构分析的一些考虑 ..... | (131) |
| (3) 天线系统结构的谐振频率的分析计算 .....     | (139) |
| (4) 关于雷达结构某些部件分析的一些考虑 .....    | (150) |
| ①整体式旋转抛物面反射体结构分析的一些考虑          |       |
| ②大型天线的中心套铸件分析的一些考虑             |       |
| ③某雷达天线座架铸件的分析考虑                |       |
| ④某雷达齿轮箱铸件的单元划分的考虑              |       |
| ⑤厚壁及薄壁腔体铸件的单元划分的考虑             |       |
| ⑥天线座的支臂及转盘的分析考虑                |       |
| ⑦大型螺钉与螺帽的分析考虑                  |       |
| (七) 附录 .....                   | (155) |
| 参考文献 .....                     | (166) |
| 后 记 .....                      | (167) |

# 北京卫星通信地面站天线座架结构分析

邵余耕

## (一) 计算简图的确定

计算简图选择得是否恰当,是合理的结构设计的前提。

### (1) 选取结构计算简图的原则

①一方面要反映结构受力状态的主要特征,使计算结果与实际情况足够接近;同时又要略去次要的细节,使计算尽可能简化。

②根据结点的实际构造及构件与结点的相对刚度决定结点的简图。

③在确定结点的简图时,还要考虑结构的几何组成情况:例如图 1-1a 所示,按桁架计算,其结点取为铰结点。图 1-1b 所示,结点必须取为刚结点。如假设是铰结点,则桁架是几何不变的(关于几何不变及几何可变的概念将在后面介绍)而刚架是几何可变的,所以图 1-1b 所示结点必为刚结点。

可见,桁架的几何不变性依赖于杆件的布置,而不依靠结点的刚性,而刚架的几何不变性则依赖于结点的刚性。

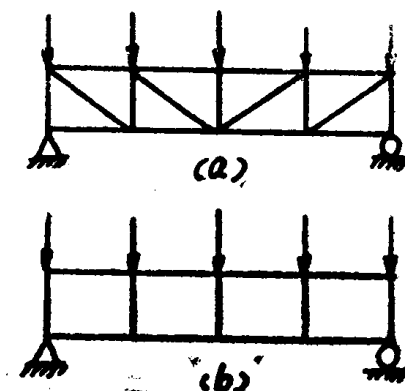


图1-1(a)

### (2) 本座架的结构计算简图的选定

本天线座由座架、滚轮及轨道、方位驱动装置和方位轴承及其支座组成。图1-1'所示为本天线座的概貌简图。天线座架结构是由型材焊接成的空间构架,在座架底部装有四个滚轮,四个滚轮可在圆形轨道(铁轨)上滚动。圆形轨道铺设在混凝土塔上。座架由装在前面两个滚轮上的两个齿轮箱驱动,绕枢轴轴承(设于塔中心处)作方位运动。

根据本座架的结构图和结构特点,以及计算简图的确定原则,对本座架的结构计算简图作如下选定:

①各主要结点是焊接而成,即使是加有结点板,其本身刚性并非太大(似桥梁的桁架结点),故初步断定应简化为铰结点。

②由于本座架各杆件比较细长,只能承受轴向力,而不能承受力矩,如果把结点视为刚结点,则结点传给杆件的力矩,杆件并不能承担。故该结点仍只起铰结点的作用(当然本座架的各结点并非为理想的铰链,或多或少要传给杆件小量的力矩,但这种杆件是以承担轴力为主,仍为桁架杆件的性质)。根据经验,当杆长与杆截面的最大宽度之比在10:1以上者(此数值只供参考),杆件应视为桁架杆(本座架杆件超过此值)。因此,从此角度来看,本座架应视为一空间桁架结构。

③从座架的几何组成来看,本座架为几何不变体系,故结点亦应视为铰接结点。

④在座架底面中心处为一刚性很大的多边形环,显然此环的各结点应视为刚性结

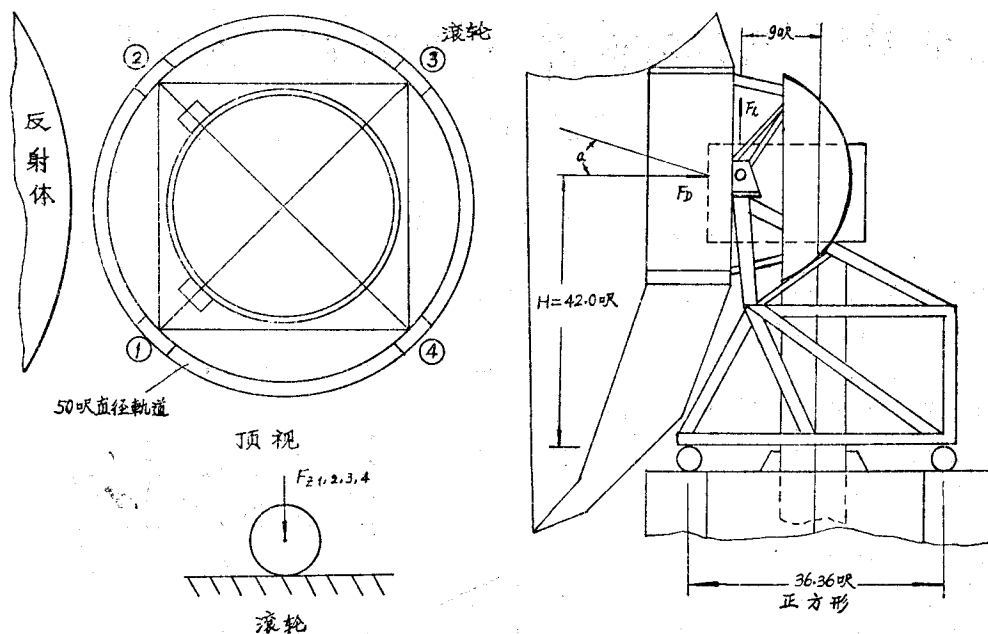


图1-1(b)

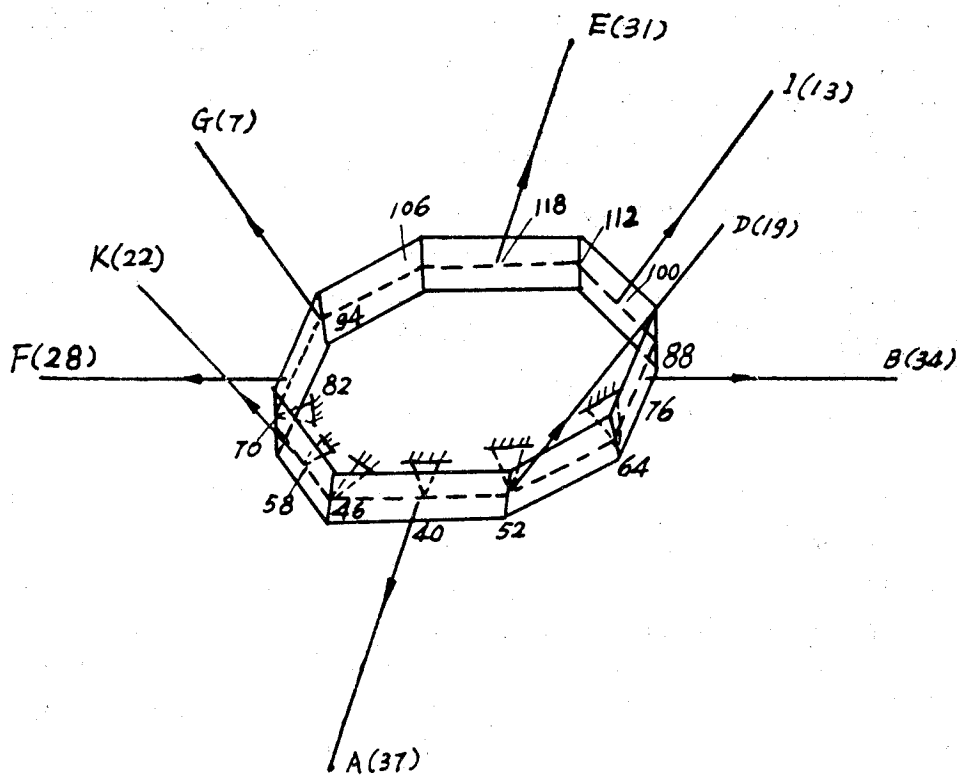


图1-2(a)

点，在简化时，将原结构（见原图纸401—18452）的内圆环简化成八边形的环。其简化图形如图1-2(a)所示。图1-2(b)为其截面形状示意图。

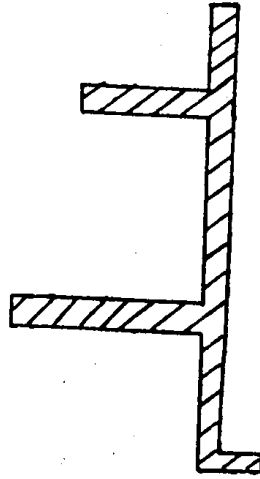


图1-2(b)

根据以上分析，本座架上部是桁架结构，底部中心多边形是刚架结构，整个座架是空间桁架与空间刚架的混合结构。

本座架的结构计算简图如图1-3所示。（因齿轮箱的位置图纸上未标清，故有些杆件在简图上未画上）。

根据轴承外圈的内壁压力分布图（图1-3,a）认为在图1-2a所示环的结点70, 58, 46, 40, 52, 64上设有约束支点。

更精确的简化方法是将此中心环视为由平板单元组成的空间壳体，则座架即为空间桁架与空间壳体的混合结构。

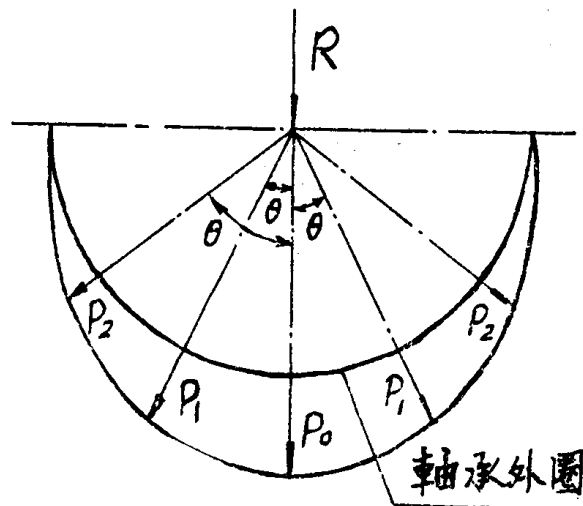


图1-3(a)

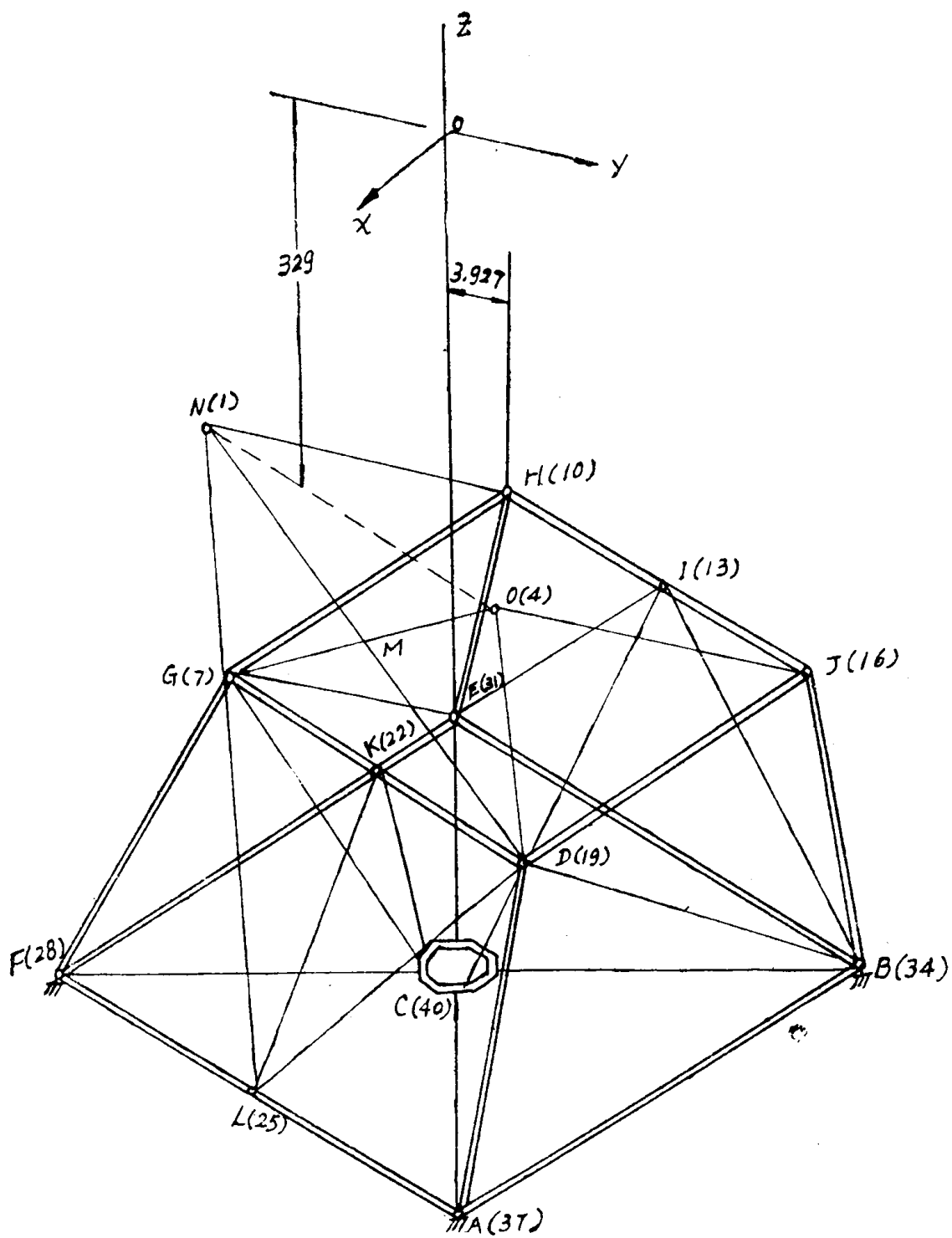


图1-3

## (二) 载荷分析

### (1) 各种风力及风力矩的确定

我们知道，当天线反射体与风向不对称时，则作用在反射体上的力有：阻力  $F_D$ ，倾覆力矩  $M_D$ ，升力  $F_L$ ，方位力矩  $M_L$ ，槽向力  $F_s$ ，俯仰力矩  $M_s$ （图2-1）。

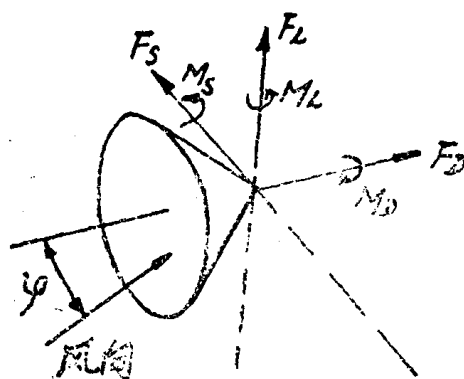


图2-1

由公式:  $F_D = C_D \cdot \frac{v^2}{16} A$ ,  $M_D = C_{mD} \frac{v^2}{16} A \cdot D$

$F_L = C_L \cdot \frac{v^2}{16} A$ ,  $M_L = C_{mL} \frac{v^2}{16} A \cdot D$

$F_S = C_S \cdot \frac{v^2}{16} A$ ,  $M_S = C_{mS} \frac{v^2}{16} A \cdot D$

式中:  $C_D$  是风的阻力系数,  $C_L$  是风的升力系数,  $C_S$  是风的横向力系数;

$C_{mD}$ 、 $C_{mL}$ 、 $C_{mS}$  分别为风的倾伏力矩系数、方位力矩系数、俯仰力矩系数。

$V$  是风速、 $A$  是反射体口径的面积,  $D$  是反射体的口径。

如果风向与反射体对称轴重合时, 则作用在反射体上的力, 只有阻力  $F_D$ 。

各种风力系数及风力矩系数是由风洞试验而得。其具体数据可查阅参考文献20。

## (2) 载荷组合

由于天线所受的载荷很多, 但这些载荷不一定同时出现, 尤其不可能是同时达到最大值。为了保证刚度和强度, 必须考虑各种可能的载荷组合。本天线座架在作强度、刚度分析时, 考虑下面三种载荷的组合: ①自重, ②风荷, ③地震载荷。

①刚度计算时的载荷组合: 根据美30m地面站结构的附录B, 在作刚度分析时, 可按如下几种载荷组合进行:

1. 自重 即在没有风和地震的情况下, 只有自重作用。如图2-2所示, 设  $m_1$  点为反射的重心,  $m_2$  点为平衡重与扇形齿轮的重心,  $O$  点为俯仰轴线的中点,  $w_1$  为天线的重量,  $w_2$  为平衡重与扇形齿轮的重量。则  $P_0 = w_1 + w_2$ ,  $P_0$  力分至结点1、4的力分别为  $P_{12}$ ,  $P_{42}$ , 其值为:

$$P_{12} = P_{42} = \frac{P_0}{2}$$

### 2. 地震力 + 自重

据资料, 地震力引起的加速度  $a$  按  $0.2g$  计算, 则作用在  $O$  点(图2-2)处的地震力为  $\frac{w}{g} \times 0.2g = 0.2w$ , 式中  $w = w_1 + w_2$ 。如果要考虑座架自身的地震力, 则需算出每一杆件 midpoint 处的地震力  $0.2w_i$ ,  $w_i$  为每一个杆的重量。然后将  $0.2w_i$  分至各杆的两个结点

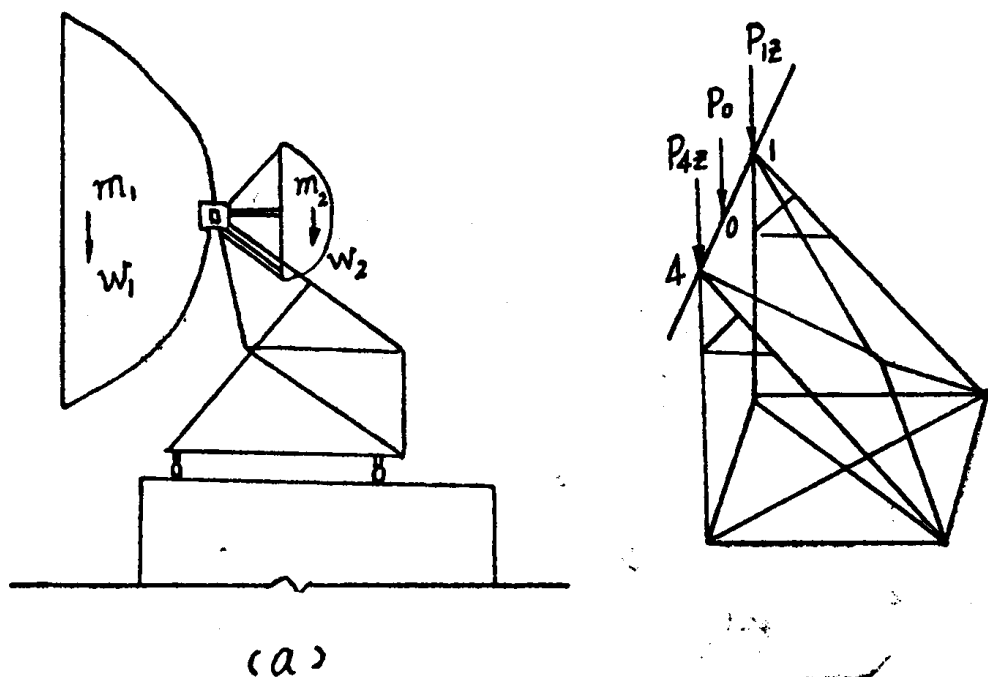


图2-2

上，作为座架的一种外载荷。

根据资料，地震力的方向按  $\varphi = 0^\circ, 90^\circ, 140^\circ, 180^\circ$  四种情况考虑。

(a) 当  $\varphi = 0^\circ$  时， $P_{1x} = P_{4x} = \frac{1}{2} \times 0.2w = 0.1w$

自重引起的结点载荷同图2-2所示的载荷，即

$$P_{1z} = P_{4z} = \frac{P_0}{2}$$

则座架所受载荷如图2-3所示。

(b) 当  $\varphi = 90^\circ$  时，结点 1、4 受 Y 方向的地震力，此时

$$P_{1y} = P_{4y} = \frac{1}{2} \times 0.2w = 0.1w$$

自重引起的结力载荷，仍如图2-2所示，则座架在地震力 + 自重下的结点载荷如图2-4所示。

(c) 当  $\varphi = 140^\circ$  时，

如图2-5所示，地震力引起的结点载荷  $P_1$ 、 $P_4$ ，在水平面内与 Y 轴成  $50^\circ$  其值为

$$P_1 = P_3 = \frac{1}{2} \times 0.2w = 0.1w$$

将  $P_1$ 、 $P_4$  沿 x 轴和 y 轴方向分解可得  $P_{1x}$ 、 $P_{1y}$ 、 $P_{4x}$ 、 $P_{4y}$ 。自重引起的结点载荷，如图 (2-2) 所示，即  $P_{1z}$ 、 $P_{4z}$ 。

(d) 当  $\varphi = 180^\circ$  时，

如图2-6所示，地震力引起的结点载荷为  $P_{1x}$ 、 $P_{4x}$ 。自重引起的结点载荷为  $P_{1z}$ 。

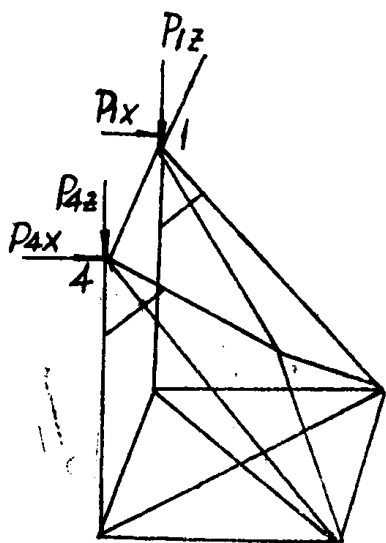


图2-3

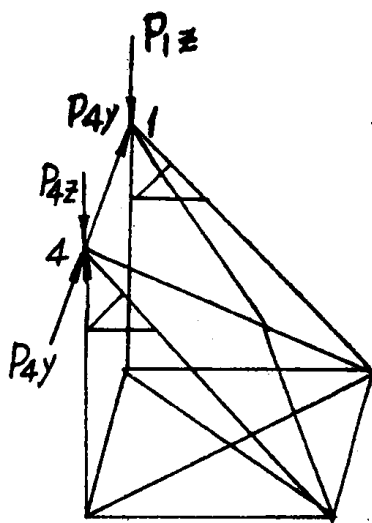


图2-4

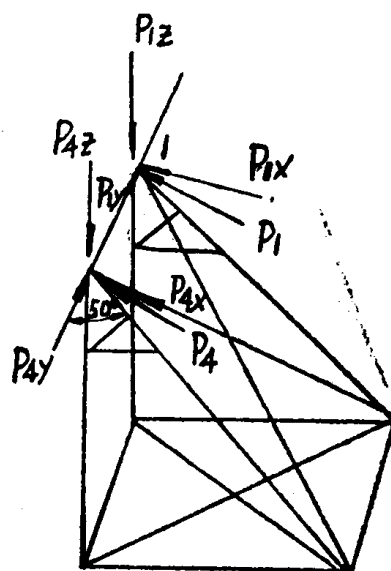


图2-5

### 3. 风速80哩/时 + 自重

风速80哩/时为本天线的固定风速。

据资料，有如下四种情况：

|                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| 仰角 $\alpha = 0^\circ$ , | 风向 $\varphi = 0^\circ$ , |
| $\alpha = 0^\circ$ ,    | $\varphi = 20^\circ$ ,   |
| $\alpha = 30^\circ$ ,   | $\varphi = 140^\circ$ ,  |
| $\alpha = 45^\circ$ ,   | $\varphi = 180^\circ$ ,  |

(a) 当  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$  时,

如图 2-7 所示，此时风力只产生风阻力，其引起的结点载荷为  $P_{1x}$ ,  $P_{4x}$ 。自重引起的结点载荷仍如图2-2所示，即  $P_{1z}$ ,  $P_{4z}$ 。

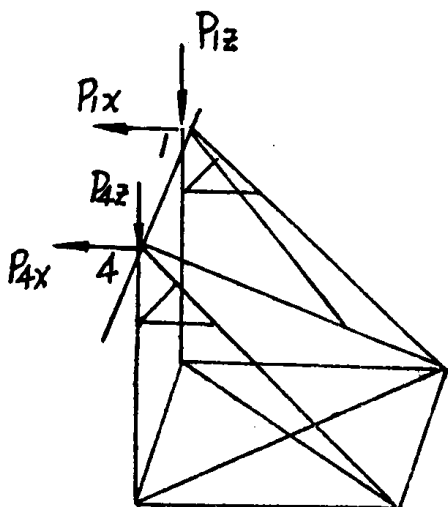


图2-6

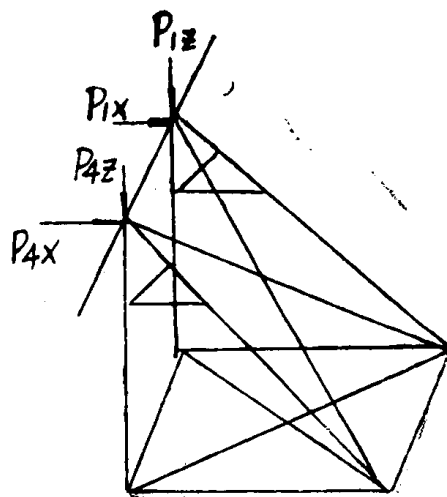


图2-7

(b) 当  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\varphi = 20^\circ$  时,

此时因风斜吹, 所以有阻力  $F_D$ , 倾伏力矩  $M_D$ , 升力  $F_L$ , 方位力矩  $M_L$ ; 横向力  $F_S$ , 俯仰力矩  $M_S$ 。如图 2-8 所示, 阻力  $F_D$  引起的结点载荷为  $P_{1x,D}$ ,  $P_{4x,D}$ ; 倾伏力矩  $M_D$  引起的结点载荷为  $P_{1z,D}$ ,  $P_{4z,D}$ ; 升力  $F_L$  引起的结点载荷为  $P_{1z,L}$ ,  $P_{4z,L}$ ; 方位力矩  $M_L$  引起的结点载荷为  $P_{1x,L}$ ,  $P_{4x,L}$ ; 横向力  $F_S$  引起的结点载荷为  $P_{1y,S}$ ,  $P_{4y,S}$ 。

俯仰力矩  $M_S$  由齿轮的圆周力  $P_T$  (图 2-9, a) 来平衡, 即  $P_T = \frac{M_S}{2b}$  (这里 2 是因为有两个扇形齿轮之故)。由图 2-9, b, 轮齿的正压力  $P_Q$  为径向力  $P_r$  与圆用力  $P_T$  的合力, 由“机械零件”可知, 啮合角  $\alpha = 20^\circ$ , 故  $P_Q = \frac{P_T}{\cos \alpha}$ ,  $P_Q$  即为座架的结点 Q (见图 2-8) 的外载荷。

自重引起的结点载荷为  $P_{1z,W}$ ,  $P_{4z,W}$ 。

将以上各力分别叠加, 即得最后的结点载荷。

(c) 当  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\varphi = 140^\circ$  时 } 可仿(b)同样  
(d) 当  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\varphi = 180^\circ$  时 } 进行分析

## ②强度计算时的载荷组合

据“美 30m 地面站附录 B”, 其载荷组合为:

1) 风速 120 哩/时 + 自重 (120 哩/时为天线的保全风速)。又有如下几种情况:

仰角  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ,

$\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 20^\circ$ ,

$\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 80^\circ$ ,

$\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 140^\circ$ ,

$\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 180^\circ$ ,

1. 当  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$  时:

结点载荷的分析, 可仿图 2-7 所示进行;

2. 当  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 20^\circ$  时

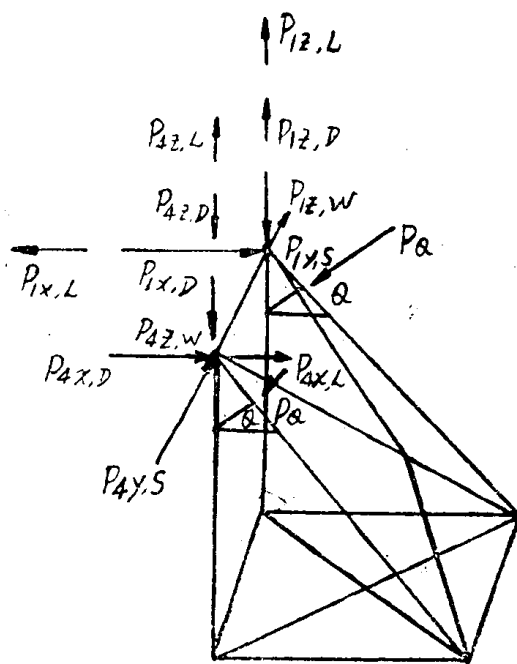
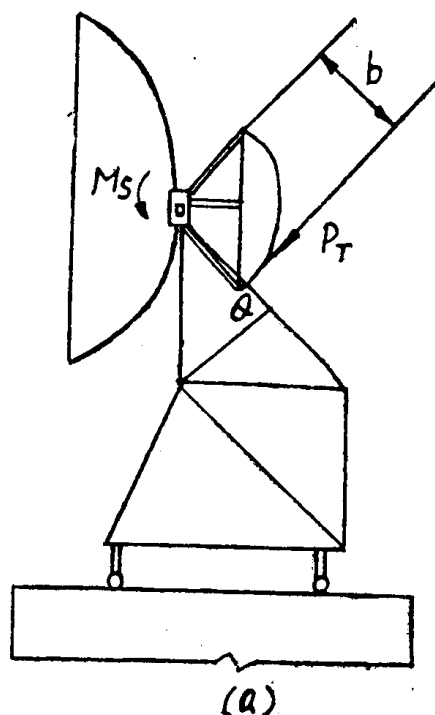
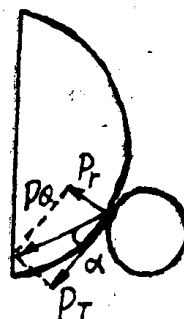


图 2-8



(a)



(b)

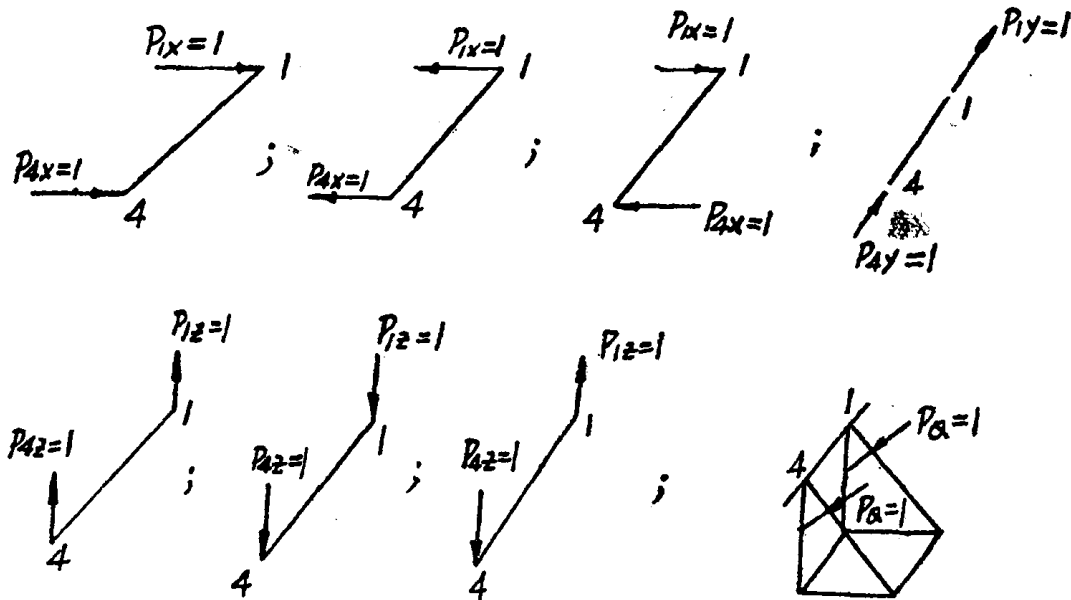
图 2-9

3. 当  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 80^\circ$  时
4. 当  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 140^\circ$  时
5. 当  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\varphi = 180^\circ$  时

结点载荷的分析, 可仿图2-8所示进行。

2) 地震力 + 40 哩/时, 由资料, 此状态与上一状态进行比较, 前者在俯仰轴上引起的载荷比后者小, 因此地震载荷并非临界载荷。应以风速 120 哩/时 + 自重的载荷组合, 作为强度计算的依据。

总之, 我们在作座架的刚度和强度分析时, 可先计算如下几种单位载荷状态下的各结点的位移及各杆件的内力:



算出上面各单位状态下的结点位移及杆件内力后即可按叠加原理算出以上各种载荷组合状态下的实际位移和内力。

### (三) 抗倾覆核算

在座架非锁定状态下作抗倾覆核算。假设座架受载荷如图 3-1 所示, 先按公式算出座架的重心位置:

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

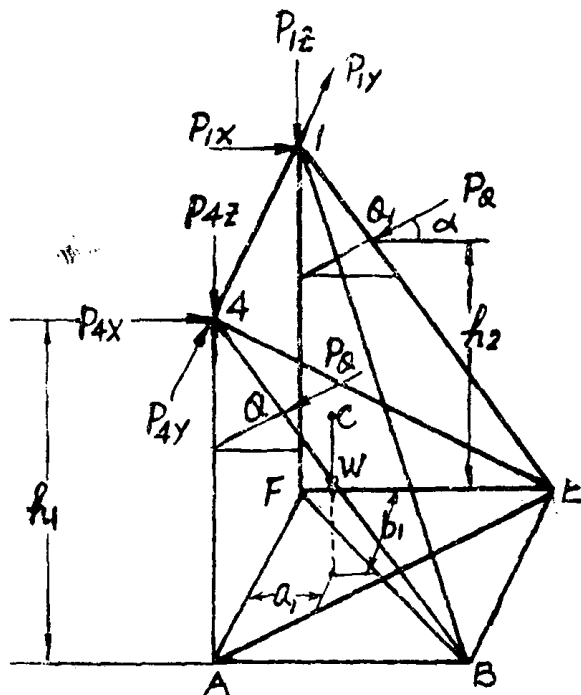


图3-1

式中  $w_i$  表示每一根杆的重量（作用在各杆的中点）

$n$  表示杆数

所选的坐标系可参看图 1-3 或另选亦可。

对于 AF 轴的抗倾覆核算，必须满足：

$$w \cdot a_1 + P_{1z} \cdot x_{1-AF} + P_{4z} \cdot y_{4-AF} + P_{1x} \cdot h_1 \\ + P_{4x} \cdot h_1 - 2P_Q \cos \alpha \cdot h_2 > 0$$

对于 EF 轴的抗倾覆核算，必须满足：

$$w \cdot b_1 + P_{1z} \cdot y_{1-EF} + P_{4z} \cdot y_{4-EF} + P_Q \sin \alpha \cdot y_{Q_1-EF} \\ + P_Q \sin \alpha \cdot y_{Q_2-EF} - P_{1y} \cdot h_1 - P_{4y} \cdot h_1 > 0$$

按此法对上节所叙述的每一种载荷状态进行抗倾覆的核算。

#### （四）结构的机动分析

##### （1）机动分析的目的

结构是用来支承载荷的，它首先必须能够维持自身的形状和位置。图 4-1 所示结构，在图示载荷作用下，不能维持自身的形状和位置。这种结构，即使其强度和刚度满足要求，也不能应用。所以在设计结构时，首先要考虑这个条件。只有当这个条件满足后，才有可能进一步考虑结构的强度和刚度问题。

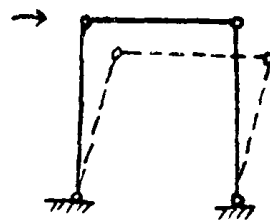


图4-1

作结构的机动分析，其目的就是确定结构在载荷作用下，是否能够维持其自身的形状和位置。也就是为了判定所设计的结构是否可以成立的问题。

## (2) 几个名词的概念

### ① 几何不变体系及几何可变体系：

如在图4-1结构中，加一斜杆（图4-2）这个结构，在载荷作用下能够维持自身的形状和位置。图4-1所示结构称为几何可变体系，图4-2所示结构称为几何不变体系。

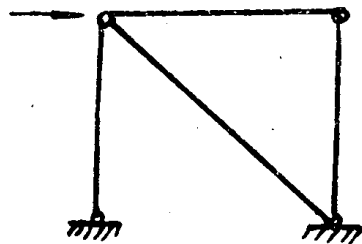


图4-2

当然，结构受载荷作用时，结构要产生变形，但这种变形是很小的。在几何组成分析中，我们不考虑这种由于材料的应变所产生的变形。所以：

几何不变体系——在不考虑材料应变的条件下，体系的位置和形状是不改变的。

几何可变体系——在不考虑材料应变的条件下，体系的位置和形状是可以改变的。

### ② 体系的自由度 ( $w$ )：

一个体系的自由度就是体系运动时，完全确定体系的位置所需要的独立坐标数。

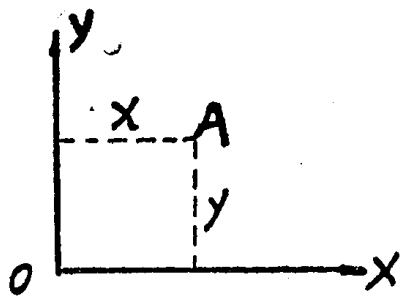


图4-3

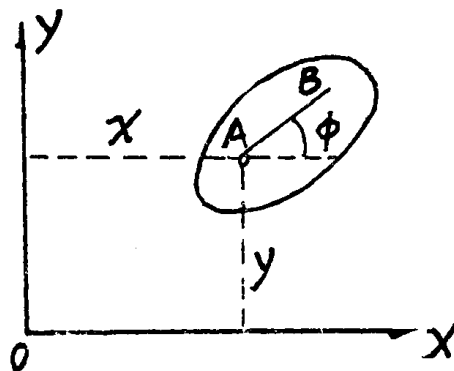


图4-4

图4-3示一点A，可以在x—y平面内自由运动。因为此点运动时，确定此点的位置所需要的独立坐标数为x及y两个坐标，所以一点在平面内的自由度是 $w = 2$ 。图4-4示一几何形状不变的物体。先用x及y二坐标确定该物体内部一点A的位置，然后用坐标中确定物体内部任一直线AB的倾角，这样就完全确定了该物体在平面内的位置。所以一个物体在平面内的自由度是 $w = 3$ 。

自由度也可看成是体系的独立的运动方式数：如图4-3所示的A点的独立运动方式是沿x方向运动和沿y方向运动，运动方式数为2，故 $w = 2$ 。图4-4所示物体的运动方式是可以沿x方向移动，可以沿y方向移动，可以在x—y平面内转动，运动方式数为3，故 $w = 3$ 。

如A点与空间的任一点，其独立的运动方式是可以沿x方向运动，可以沿y方向运动，可以沿z方向运动，显然 $w = 3$ ，所以一点在空间的自由度为3，图4-4所示物体如在空间运动，其运动方式有6种：分别沿x轴、y轴、z轴的移动和转动，所以一物体在空间的自由度为6。

结构如是几何不变体系，其自由度为零（即 $w = 0$ ）。凡是自由度大于零（ $w > 0$ ）

的体系都是几何可变体系。

### ③联系（或约束）

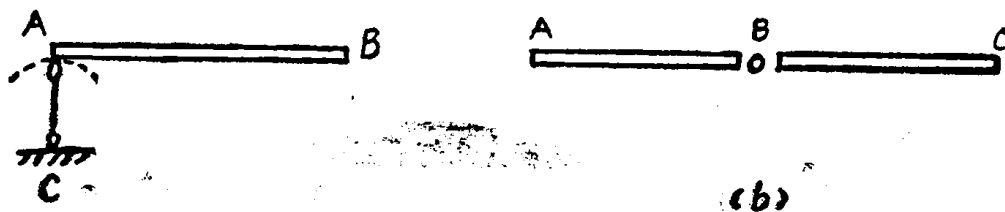


图4-5

图4-5(a)示一梁AB在没有支杆AC时，此梁在平面时有三个自由度。加上支杆AC后，梁AB只有两种运动方式：A点沿以C为圆心，以AC为半径的圆弧移动；梁绕A点转动。可见，支杆AC使梁的自由度由3减为2，即支杆使梁的自由度减少一个。因此我们说：一个支杆相当于一个联系或一个约束。

图4-5(b)示两个梁AB及BC用一个铰B联结在一起，两个孤立的梁在平面内有6个自由度。用铰联结后，自由度便减为4，因为用三个座标便可以确定梁AB的位置，然后梁BC只能绕B点转动，只需一个转角就可以确定梁BC的位置。由此可见，一个联结两个物体的铰使自由度减少两个，所以，一个铰相当于两个联系或两个约束。

如果图4-5(b)所示的二梁，处于空间位置，用球形铰B联结在一起。两个孤立的梁在空间有12个自由度。用铰联结后，自由度便减为9：因为用六个独立的几何参数（沿x、y、z轴的位移和转角）便可以确定空间梁AB的位置，然后梁BC只能绕B点绕三座标转动，只需三个转角就可以确定梁BC的位置。可见，一个联结空间两个物体的球形铰使自由度减少三个，所以空间的一个铰相当于三个联系或三个约束。

### （3）平面杆系（桁架）的自由度及内部可变量

图4-6示一平面桁架（平面杆系）。

设以j表示结点数；b表示杆数；r表示与基础联结的支杆数。由前分析，平面上一个铰有2个自由度，则j个铰有2j个自由度。一个杆件使自由度减少一个，6个杆使自由度减少6个。一个支杆使自由度减少一个，r个杆使自由度减少r个。所以平面杆系（平面桁架）的自由度为

$$w = 2j - b - r \quad (4-1)$$

必须注意：结点数j包括所有联结杆端的铰在内，但支杆与基础联结的铰则不计入。

当体系与基础的联系为静定时（如图4-6所示的平面桁架的三根支杆是静定的，（r=3））则此时体系（平面体系）的自由度为2j-b-3，用符号v表示，即

$$v = 2j - b - 3 \quad (4-2)$$

v称为平面杆系（平面桁架）的内部可变量。

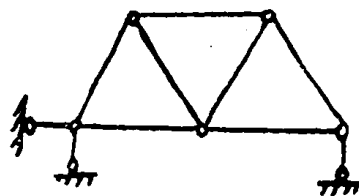


图4-6

必须指出,  $w \leq 0$  是体系不变的必要条件而不是充分条件。同样,  $v \leq 0$  是体系内部不变的必要条件而不是充分条件。体系的联系数虽然足够甚至还有多余, 如果联系的布置不妥当, 则体系仍然可以是可变的(在下一节中将要说明这个问题)。为了决定体系是否可变, 除计算体系的自由度外, 还需研究体系的几何布置, 也就是要作几何组成的分析。

#### (4) 结构的几何组成分析

组成平面几何不变体系的基本规律有下面三个:

规律①两个平面物体用不全平行也不同交于一点的三个二力杆联结在一起, 则形成的体系是几何不变的, 并且没有多余联系。

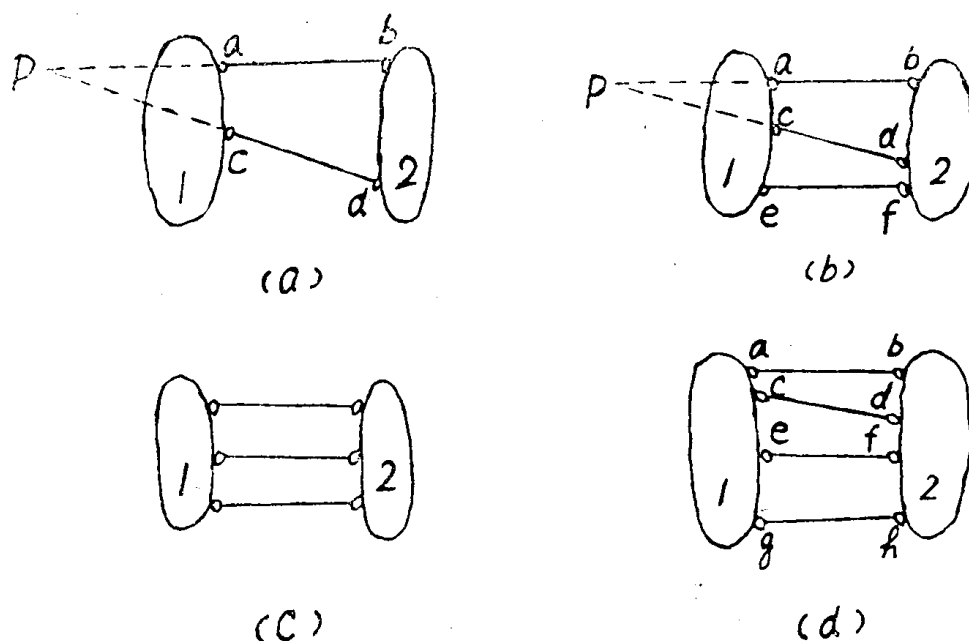


图4-7

图4-7(a)示两个平面体1及2用二力杆ab及cd联结在一起。设物体1不动, 则a及c二点亦固定。b点的位移将与ab垂直, d点的位移将与cd垂直。因此, 物体2以ab与cd的交点p为中心转动。如另加一个二力杆ef, 而不通过p点, 如图4-7(b)所示, 则当物体1不动时, f点的位移须与ef垂直。这不符合于上述物体2绕p点转动的条件。因此, 物体1及2相对转动便不可能发生, 所以此体系是几何不变的。

图4-7(c)示一特殊情形, 三杆互相平行。互相平行的三杆仍可视作交于无穷远的一点。在此情况下, 显然物体1及2可沿与杆垂直的方向有相对位移。

图4-7(d)所示为在图4-7(b)的基础上再另加一根联结杆。ab杆, cd杆, ef杆已足以把两物体的位置完全固定, gh杆是多余的。因此, 该体系是几何不变的, 但有一个多余联系。

与此类似, 可以证明, 若空间两物体用六根两端铰接杆联在一起, 当六杆或其延线不通过同一根直线时, 则此体系是几何不变的, 并且没有多余联系。图4-8所示, 是体系可变的例子, 六根杆子都与直线AB相交。

规律②, 三杆用不在一直线上的三个铰联结在一起, 则形成的体系是几何不变的。

如图4-9所示, 当三铰A、B、C不在一直线上时, 则AB、BC和CA三直线便可组成一个三角形。因为三边的长度已定, 所以组成的三角形是唯一的。三杆的相对位置也就固定了。

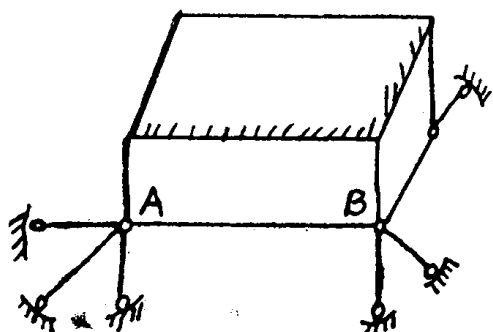


图4-8

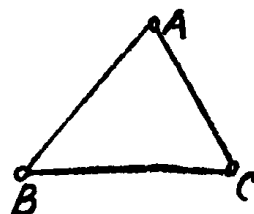
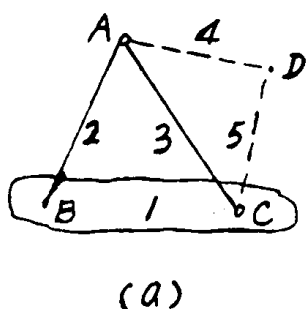
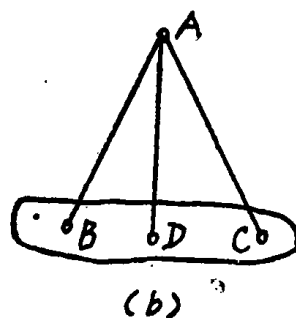


图4-9

规律③, 用不在一直线上的两杆将一新结点与平面体联结起来, 则形成的体系是几何不变的, 并且没有多余联系。图4-10(a)示平面体1用杆2及3与新结点A联结。因为A、B、C三铰不在一直线上, 所以体系是几何不变的。同理, 以杆4和杆5与一新结点D联结, 体系仍然是几何不变的。在图4-10(b)中, 结点A由三根杆与平面体联结, 既然AB和AD两杆已足以固定结点A的位置, 所以杆AC是多余的, 因此, 这个体系是几何不变的, 但有一个多余联系。



(a)



(b)

图4-10

可以证明: 用三个不在同一平面内的杆件可以固定一个结点, 所形成的体系是几何不变的, 并且没有多余联系(图4-11)。

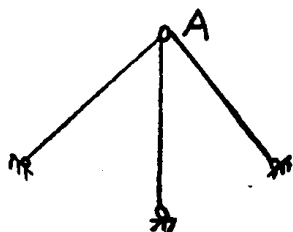


图4-11

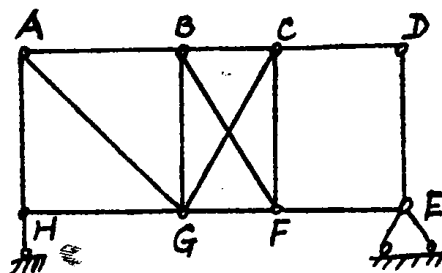


图4-12

(5) 例: 对图4-12所示平面桁架作机动分析