

北京图书馆藏

16295 2

中文资料

铁质坩埚无芯工频感应熔化炉 设计与计算

第三机械工业部第四设计院编



2.3

丁 703203
2

前 言

近几年随着我国工业的发展,工频感应炉在铸造中得到了比较广泛的应用,特别是具有铁质坩埚的无芯工频感应炉由于结构简单、容易制造,维修方便,效率和功率因数较高等特点,在铸铝等有色金属铸造中发展更快。铁质坩埚工频感应炉的大量被应用,给我们设计工作提出了一系列问题。

为了满足设计工作的需要,我们曾做了一些普查和测试工作。这本资料就是普查和调研后汇编的。通过测试和验算对过去采用的电磁波计算方法,进行了一些简化和修正。为了在理论上说明简化的道理,在第一章中讲了一些电工基础知识,由于必须涉及电磁波的一些理论因之数学运算较多,第三章中讲的参数的计算方法是对第一章一些结论的运用,第七章举了实例。其他各章对炉子结构有关问题和电气控制、供电、及相平衡问题作了叙述。

这本资料是在广泛收集材料的基础上编制的,在调研中得到了有关工厂的领导和工人同志的大力支持,在此我们表示衷心感谢。但由于我们水平有限,工人同志在实践中很多丰富的经验没有得到充分的反应,并且一定还存在很多错误和缺点,希望读者能批评指正。

6703/29



A 842156

目 录

第一章 铁质坩埚无芯工频感应熔化炉的理论基础.....	(1)
第一节 工作原理概述.....	(1)
第二节 集肤效应, 圆环效应, 邻近效应.....	(2)
一、集肤效应.....	(2)
二、圆环效应.....	(4)
三、邻近效应.....	(4)
四、小结.....	(5)
第三节 与工频感应炉有关的恒定磁场的基本理论.....	(5)
一、全电流定律.....	(5)
二、多匝线圈中磁场的能量.....	(9)
三、小结.....	(10)
第四节 电磁波理论的基本公式.....	(10)
一、麦克斯威尔方程.....	(10)
二、电磁波能量的传播.....	(12)
三、小结.....	(16)
第五节 平面电磁波.....	(16)
一、直角坐标系的平面电磁波.....	(16)
二、平面波的电流渗透深度.....	(19)
三、平面波的传播.....	(22)
四、小结.....	(24)
第六节 柱面电磁波.....	(25)
一、柱坐标系的柱面电磁波.....	(25)
二、实心圆柱体中电磁波的传播.....	(27)
三、柱面波在双层金属中的传播.....	(32)
四、感应圈吸收之电磁能.....	(37)
五、小结.....	(41)
第二章 炉体结构设计.....	(42)
第一节 概述.....	(42)
一、铁坩埚工频炉的使用范围.....	(42)
二、铁坩埚工频炉的优缺点.....	(42)
三、铁坩埚工频炉结构简介.....	(43)
四、炉体结构简介.....	(44)

第二节 铁坩埚的设计	(44)
一、铁坩埚设计中应注意的问题.....	(44)
二、提高铁坩埚寿命的几项措施.....	(46)
三、非金属坩埚简介.....	(48)
第三节 感应圈的设计	(49)
一、感应圈分类及材料选择.....	(49)
二、水冷铜管截面形状的设计.....	(49)
三、感应圈的结构设计.....	(51)
四、国产紫铜管规格.....	(55)
第四节 绝缘保温层	(57)
一、绝缘保温层的作用.....	(57)
二、绝缘保温层厚度的选择.....	(57)
三、绝缘保温层结构.....	(57)
第五节 导磁体	(58)
一、导磁体作用.....	(58)
二、导磁体形状设计.....	(58)
三、导磁体的结构设计.....	(60)
四、导磁体的安装.....	(61)
第六节 炉体结构对搅拌力的影响和搅拌力的控制	(61)
一、搅拌力产生的原理.....	(61)
二、控制搅拌力的措施.....	(63)
第七节 炉体装配设计中的几个问题	(64)
一、炉体装配设计中应注意的几个问题.....	(64)
二、提高功率因数和电效率的几项措施.....	(65)
第三章 铁坩埚无芯工频炉的基本参数计算	(67)
第一节 无芯工频感应熔化炉热工计算	(69)
一、原始数据.....	(69)
二、坩埚几何尺寸的确定.....	(69)
三、感应圈尺寸的确定.....	(71)
四、加热功率计算.....	(71)
第二节 无芯工频感应熔化炉电气参数计算	(74)
一、计算中的两个基本观点.....	(74)
二、计算步骤.....	(75)
三、特殊情况时之修正方法.....	(82)
第三节 导磁体的计算	(84)
第四节 感应圈的水冷计算	(86)
一、水冷计算的要求.....	(86)
二、感应圈的水冷计算.....	(86)

第四章 相平衡器的基本原理	(89)
第一节 不对称系统的分析	(89)
一、不对称系统对三相感应电机的影响	(89)
二、逆序电压分量的计算	(91)
第二节 相平衡器的基本原理及参数计算	(92)
一、相平衡的条件	(92)
二、平衡器三相平衡条件的推证	(93)
三、电源相序对平衡的影响	(95)
四、相序的判定	(97)
第三节 相平衡器容量的调正方法	(97)
一、平衡器容量调正的方法	(97)
二、相平衡器之平衡情况的监视	(98)
第四节 对平衡度影响的几个因素	(99)
一、工频炉的功率因数值对平衡度的影响	(99)
二、平衡器未配准时对平衡度的影响	(99)
第五节 平衡器的设计要求	(100)
一、平衡器的容量	(100)
二、有关平衡电抗器的几个问题	(101)
第五章 工频熔化炉的供电和控制	(102)
第一节 无芯工频熔化炉对电气的要求	(102)
一、供电可靠	(102)
二、保证良好的电气参数	(102)
三、用电安全	(102)
四、供电的灵活性	(103)
五、保证熔炼质量要求	(103)
六、电气设备的合理布置	(103)
第二节 工频炉主回路供电方案及其主要电气元件的参数选择	(105)
一、电炉变压器	(105)
二、起炉电阻的选择	(106)
三、供电线路中自动空气断路器、熔断器及交流接触器的选择	(107)
四、补偿电容、相平衡器容量的配置	(109)
五、电容器放电电阻、电抗的计算	(110)
六、电气测量仪表的配置	(112)
第三节 工频电炉的联锁控制	(116)
一、起动时联锁要求	(116)
二、熔化过程中的联锁要求	(116)
三、紧急停炉之电气要求	(118)

第四节 供电线路的设计及对各专业的技术要求	(118)
一、供电线路设计中应注意的问题	(118)
二、电气间的布置	(121)
三、有关电气控制屏结构设计问题	(122)
四、电气对其他专业的要求	(122)
第六章 辅助结构的设计	(125)
第一节 倾炉机构	(125)
一、概述	(125)
二、吊车倾动	(125)
三、液压倾动	(125)
四、机械倾动	(128)
第二节 水冷系统	(128)
一、概述	(128)
二、进水管结构介绍	(130)
三、出水管结构简介	(130)
第三节 炉盖机构	(130)
一、概述	(130)
二、移动式炉盖机构	(131)
三、转动炉盖机构	(132)
四、小型手动炉盖	(132)
五、翻转式炉盖机构	(132)
第四节 其他机构	(133)
一、通风装置	(133)
二、导电联结装置	(135)
第五节 工频感应炉构架	(136)
一、固定支架	(136)
二、活动构架	(137)
第七章 计算实例及计算公式准确性的验证	(138)
第一节 计算实例	(138)
一、原始数据	(138)
二、热工计算	(138)
三、电参数计算	(143)
四、导磁体的计算	(147)
五、感应圈水冷计算	(149)
六、实测与计算结果比较	(151)
第二节 国内某些铁坩埚无芯工频感应熔化炉计算与实测数据比较	(152)
一、进行比较的几个问题	(152)

二、比较结果.....	(152)
-------------	-------

附 录

附表 1. 贝塞尔函数表 $I_0(X)$, $I_1(X)$	(154)
附表 2. 贝塞尔函数表 $K_0(X)$, $K_1(X)$	(157)
附表 3. 汤姆生函数表 $ber(X)$	(158)
附表 4. 汤姆生函数表 $bei(X)$	(159)
附表 5. 汤姆生函数表 $ber'(X)$	(160)
附表 6. 汤姆生函数表 $bei'(X)$	(161)
附表 7. 汤姆生函数表 $ker(X)$	(162)
附表 8. 汤姆生函数表 $kei(X)$	(163)
附表 9. 汤姆生函数表 $ker'(X)$	(164)
附表 10. 汤姆生函数表 $kei'(X)$	(165)
附表 11. 常用保温绝缘材料性能表.....	(166)
附表 12. 常用金属或合金的物理性能表.....	(169)
附表 13. 各种材料的辐射黑度.....	(169)
附表 14. 几种常用金属的电阻系数.....	(170)
附表 15. 三角函数和双曲函数计算表.....	(171)
附表 16. 每缸负荷所需补偿电容器千乏数.....	(171)
附表 17. 国内一些无芯工频感应熔化炉性能表.....	(172)
附表 18. 国外轻合金无芯工频感应熔化炉性能表.....	(172)
附表 19. 实测与计算比较表.....	

第一章 铁质坩埚无芯工频感应熔化炉的理论基础

第一节 工作原理概述

铁质坩埚无芯工频感应熔化炉是应用电磁感应原理用于熔化铝、镁、铅、锌等金属的一种设备。

铁质坩埚无芯工频感应熔化炉（以下简称工频熔化炉）其基本原理和结构与空心变压器相比有很多相似点。主要由感应圈（类似变压器原边绕组），铁坩埚、炉料（相当于变压器的副边绕组）和导磁体组成。（见图 1-1）。但工频熔化炉的物理现象和变压器相比仍有很大差异。如：工频熔化炉的感应器、铁坩埚和炉料中的电流是接近于指数函数的图象衰减，而变压器的原、副边绕组的电流分布是均匀的。因此应用变压器的基本公式来计算工频熔化炉是有较大误差的，只有运用电磁波理论才能得到近似正确的计算结果。

工频感应熔化炉的基本原理为：当感应圈通以 50 赫芝的交流电时，在铁坩埚和炉料中即感应产生交变磁场，并产生感应电势，而这种感应电势在作为闭合回路之负载的铁坩埚和炉料中产生感应电流（即涡流），此电流使得铁坩埚和炉料发热，而使金属炉料熔化。

根据电磁感应原理，每匝线圈感应电势为：

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (1-1)$$

式中 $\frac{d\phi}{dt}$ — 磁通变化率，由于感应电势的方向是阻止磁通变化的，所以用 $-\frac{d\phi}{dt}$ 来表示。

多匝感应圈其感应电势为：

$$e_x = -w \frac{d\phi}{dt} \quad (1-2)$$

式中 w 为总匝数。

而其中磁通 ϕ 是由正弦交流电产生的，其瞬时值为：

$$\phi_i = \phi_m \sin(\omega t) \text{ 代入 (1-2) 式中}$$

$$\begin{aligned} \text{于是 } e_x &= -w \phi_m \frac{d \sin(\omega t)}{dt} \\ &= -w \omega \phi_m \cos \omega t \\ &= -w \omega \phi_m \left(-\sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right) \end{aligned}$$

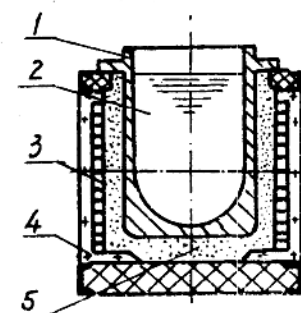


图 1-1. 铁坩埚无芯工频感应熔化炉示意图

1—铁坩埚； 2—液态金属； 3—感应圈；
4—导磁体； 5—保温层；

所以 $e_{\Sigma} = w\omega\phi_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

其中 f 为频率;

ω 为角频率; $\omega = 2\pi f$

令 $w\omega\phi_m = E_m$

则 $e_{\Sigma} = E_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ (1-3)

其中 E_m 为感应电势之最大值;

$E_m = \sqrt{2} E$, E 为有效值

则 $E = \frac{w\omega\phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f w\phi_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f w\phi_m$ (1-4)

我们由 (1-4) 公式可得出感应圈的感应电势, 这个感应电势基本上近似等于外加电压, 但方向相反。设, 外加电压为 u , 则 $u = -E = -4.44 f w\phi_m$ (1-5)

对于铁坩埚和炉料来说公式 (1-4) 也适用, 但视为单匝, $w = 1$ 。此感应电势在铁坩埚和炉料内产生涡流, 并根据焦耳-楞次定律转换为热能。

即 $Q_L = 0.24 P_c T$
 $= 0.24 I^2 R_c T$ (1-6)

式中 P_c 为加热用电功率;

T 为加热时间;

R_c 为铁坩埚和炉料的电阻;

I 为感应电流。

由此热能能使铁坩埚和炉料加热, 并使炉料熔化。

以上解释只是一般初浅的宏观解释, 由于工频熔化炉的感应圈、铁坩埚和炉料即是电流通路又是磁通路, 因此使磁场和电流出现了不均匀分布, 这就使定量的计算电流 I 及电阻 R_c 复杂化了, 在工频熔化炉的设计中, 这些参数是必须计算的, 因而可从电磁波理论的研究来解决这些问题。

第二节 集肤效应、圆环效应、邻近效应

在上节中我们提到工频感应炉之感应圈、铁坩埚和炉料中电流分布是不均匀的, 这种不均匀现象普遍存在于通以交流电的导体中, 在工频 50 周波情况下, 一般导体这种不均匀性可以忽略。而工频感应炉由于铁坩埚厚度和炉料厚度比一般导体厚, 又是磁路, 因此必须把这种不均匀性作为设计计算的基本特征。这种电流的不均匀性和频率、导体材料, 以及相邻导体的电流方向等因素有关, 在下面三种效应中将加以说明。

一、集肤效应

导体在通以直流电时, 其直流电阻为:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

式中 ρ ——导体材料之电阻率;

l ——导体长度；

S ——导体截面。

但通以交流电时，电阻值发生了变化。电流不能均匀地通过整个导体截面，而被限制在导体表面一定深度的小截面中流通。在表面层电流密度最大，而向内层逐渐减小。这种电流的趋表现象称作集肤效应。

集肤效应我们可以由电磁感应原理得到简单的初步解释。

半径为 r 之导体通以方向为 (+) (向纸面) 的电流时，(见图 1-2)，可以分成以导体中心为圆心，半径为 r_1 、 r_2 ，宽度为 dr 的两个单元电流环，每个环似一匝线圈。当有交流电通过时产生磁通，而离中心较近的环 1 几乎链接外面的所有磁通，因此比环 2 的链的磁通为多。由公式 (1-2) 得知：环 1 的感应电势较大，而感应电势是阻止磁通变化的，也是阻止电流流通的。因此，当交流电压加在导体两端时，电流将从感应电势小的表层通过，这就造成电流由表向内的不均匀分布的物理现象，这就为集肤效应。

集肤效应通常还用渗透深度这一物理概念来表达。也就是说导体通以交流电时，电流密度从表面向内渗透有一定深度，在平面导体中电流是按指数衰减 (如图 1-3)。也就是电流密度与截面深度的关系式为：

$$I_x = I_m e^{-\frac{x}{\delta}} \quad (1-7)$$

式中 I_m ——表面上电流密度的最大值 (安培/公分²)；

I_x ——深度为 x 处的电流密度；

e ——自然对数的底；

x ——从表面往中心的距离；

δ ——电流渗透深度。

电流渗透深度 δ 就是指由导体表面算起，在 δ 距离内电流密度衰减到表面最大电流密度的 0.368 倍。而在工程中一般认为在深度为 δ 的薄层中电流是均匀分布的，而薄层以外，则没有电流通过，这样简化了计算过程。

电流渗透深度按下式计算

$$\delta = 5030 \sqrt{\rho / f \mu_r} \quad (\text{厘米}) \quad (1-8)$$

式中 ρ ——电阻率 (欧姆·厘米)；

f ——电流频率 (赫芝)；

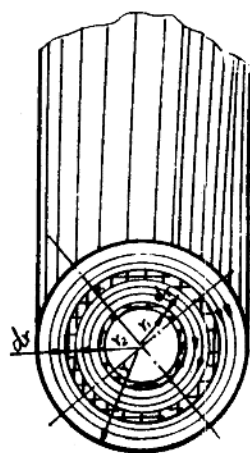


图 1-2. 导线集肤效应解示意图

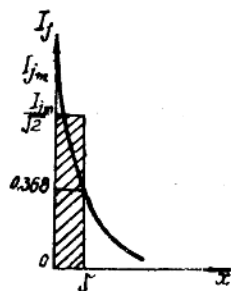


图 1-3. 平面导体中电流之衰减

μ_r ——相对导磁率。

从式 1—8 中得知, 电流渗透深度取决于导体材料(电阻率、导磁率)和频率。对于每一种导电材料在通以一定频率的电流时都固有自己的渗透深度。

由于电流有集肤效应, 我们可以推理磁场、电场, 以及电磁能在处于交变电磁场的导体中的分布也是不均匀的。

二、 圆环效应

圆环效应其实是集肤效应的一种变态。当把一根导体弯成一个闭合的圆环时, 在环内之磁力线按右螺旋定则可知是同一方向的一束, 如(图 1—4)环内磁力线密集, 互相排挤, 因之在导体内表侧也必有磁力线通过。而外侧的磁力线方向相反, 所以磁场减弱。在圆环内表侧所交链的磁通比外表侧所交链的磁通为小。因此, 内表侧的总电势也比外表侧的总电势为小。则内表侧的电流密度就比外表侧的电流密度为大。由于磁力线的轨迹是圆环形, 因之, 在内表面端角处电流密度将更大。

从上述可知, 在圆环导体中, 通以交流电时, 电流密集于圆环之内径侧, 这种现象称为圆环效应。导体的径向厚度对圆环直径的比值越大则圆环效应越显着。在许多情况下, 导体外侧实际上完全没有电流。

渗透深度这一概念也用来表示圆环效应, 环状导体(一般感应圈)电流是从内径表面向外渗透的, 因之。渗透层从内径表面开始算起。但是由于环状线圈内磁场的分布和平面导体不同, 因之电流密度衰减规律也不同, 环状线圈电流密度按双曲函数衰减。

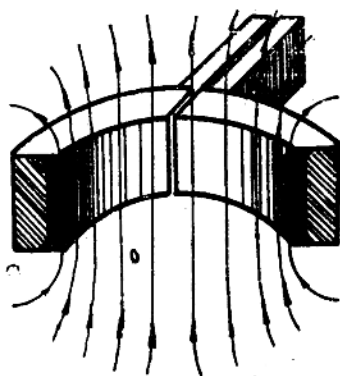


图 1—4. 环形导体中的圆环效应图

三、 邻近效应

邻近效应是说明两个带电导体, 通以交流电时所表现的物理现象。

当相邻两个导体, 通以相反方向的交流电, (见图 1—5a) 每个导体产生之磁力线方向分别用螺旋定则决定。两导体间磁场方向相同, 于是总磁场增大。而两导体外侧, 磁场方向彼此相反, 所以磁场减弱。

总磁通不仅通过空气, 而且也在汇流条内通过, 所以导体外

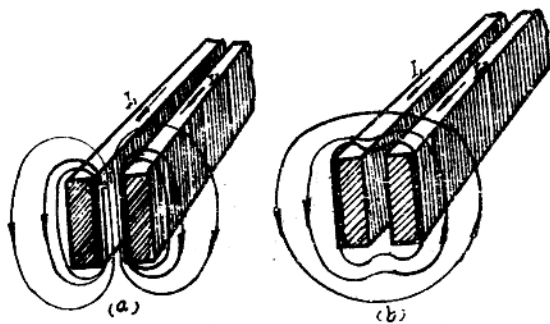


图 1—5. 两带电导体的邻近效应

侧电流交链较多磁通，则其感应电势较大，而电流密度较小。因而和圆环效应同样，电流分布由内侧向外侧衰减。如果一根导体中通过是电源电流，而另一导体通过感应电流，那么这两导体的电流分布情况也与上述类似。

如果两导体内电流方向相同时，就会出现相反的结果。此时，导体外侧的空间中，磁场相加；而导体间，磁场互相抵消、（见图 1—5b）。结果，磁力线将包围两个导体，其内侧将交链较多的磁通，因此导体内侧电流密度就较外侧为小。

这种两个载流导体之间，电流进行重新分布的现象称为邻近效应。

四、小 结

通过集肤、圆环、邻近三效应的分析可知，圆环、邻近效应均是集肤效应所表现的一种现象，而在工频感应炉中这些效应表现得更为明显。

当螺旋形的感应圈通以 50 赫芝的交流电时，由于圆环效应，其电流集中于内径侧，在厚度为渗透深度 δ_1 的范围内流通。而将铁坩埚和炉料放入感应圈内，则铁坩埚壁将产生与感应圈方向相反的感应电流。根据邻近效应，铁坩埚之感应电流应由外径向内减弱，在渗透深度为 δ_2 的范围内流动。同样对非铁质坩埚炉料感应电流也在外径处，渗透深度为 δ_2 的范围内流通（见图 1—6）。

因此，在工频感应炉的设计计算中要注意这些效应。如在电阻计算中感应圈以內径为基础，铁坩埚和炉料以外径为基础，在感应圈截面设计中，为考虑圆环效应而采用异型截面（见图 1—6），使其外侧通水冷却，内侧通电，而提高了电效率；再如铁坩埚的壁厚，炉料的块度都应考虑这些效应。

在这一节中初步引出了渗透深度这一个极为重要的物理概念，而这些效应的定量分析，将在以后几节中予以解决。

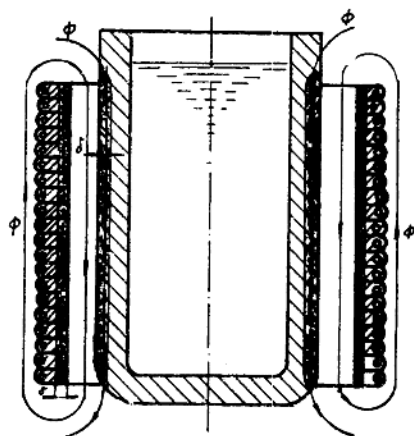


图 1-6. 感应炉中三个效应综合示意图

第三节 与工频感应炉有关的恒定磁场的基本理论

为从理论上逐步的理解工频感应炉原理，就得以浅入深的学习有关的理论。恒定磁场是交变电磁场理论的基础，我们将从恒定磁场的两个基本问题——全电流定律；多匝线圈中磁场的能量开始，逐步的过渡到电磁波理论中去。

一、全电流定律

为叙述全电流定律，我们先解释磁感应强度，带电导体在磁场中受力情况，比奥-沙瓦定律等基本概念。然后再引出恒定磁场的基本问题——全电流定律。

1. 磁感应强度

磁感应强度 B 用以表示磁场在某一点的强弱性质。其定义为：在磁场中单位电荷以单位速度向与磁场方向相垂直的方向运动时，电荷在空间任一点受的磁场作用力。

$$\text{即 } B = \frac{F}{qv} \quad (1-9a)$$

$$\text{或 } F = Bqv \quad (1-9b)$$

式中 v —— 电荷运动的速度 (米/秒)

q —— 电荷带的电量 (库仑)

F —— 电荷受的力 (牛顿)

$$B \text{ 的单位} = \frac{\text{牛顿}}{\text{库} \cdot \text{米/秒}} = \frac{\text{焦耳/米}}{\text{库} \cdot \text{米/秒}} = \frac{\text{伏} \cdot \text{安} \cdot \text{秒/米}}{\text{安} \cdot \text{秒} \cdot \text{米/秒}} = \frac{\text{伏} \cdot \text{秒}}{\text{米}^2} = \frac{\text{韦伯}}{\text{米}^2}$$

众所周知力和速度是有方向的，均为矢量。因之 B 就是由 F 、 V 方向决定的矢量，用符号 F 、 B 、 V 表示。则 (1-9b) 式可表示为：

$$F = q[V \times B] \quad (1-9c)$$

而作用力的方向与电荷运动方向及磁场方向相垂直，可用左手定则来决定导体受力的方向 (见图 1-7)。

对 (1-9) 式进一步推导可得出带电导体在磁场中所受力之大小。

电荷增量 $dq = \rho dv$ ，其中 ρ 为电荷密度， dv 为体积增量。将 dq 式代入 (1-9c)。

$$\text{则 } dF = dq[V \times B] = \rho dv[V \times B]$$

$$\text{由于电流密度 } I_j = \rho \cdot V \text{ 及 } I_j \cdot dv = I \cdot dL$$

$$\text{所以 } dF = \rho dv[V \times B] = (I_j \cdot B) \cdot dv = I[dL \times B]$$

则在长度为 l 的导体上所受力为：

$$F = \int_L dF = \int_L (I_j \cdot B) dv = I \int_L B \cdot dL$$

$$\text{即 } F = I(I \cdot B) \quad (1-10)$$

上面叙述了带电导体在磁场中所受力之大小，以及其受力的方向。我们通过实验可知，在两个相近的带电导体之间也有力的作用。如在工频感应炉之供电汇流排在合闸瞬间，或出现短路事故的瞬间，将会看到汇流排互相吸引，致使产生抖动。这说明每个导体都因邻近另一个带电导体而受力的作用。这说明各导体均处于另外一个带电导体所产生的磁场之中。

从实践中可知，有电流就有磁场，而有磁场也必有电流存在。

2. 比奥-沙瓦定律

比奥-沙瓦定律指出：在无限大真空中由电流微段 IdL 在其附近某点 P 所产生的磁感应强度 dB 与电流微段成比例，与微段的方向和径向间夹角之 $\sin\alpha$ 成正比，

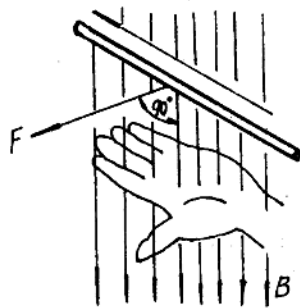


图 1-7. 磁场中通电导体受力的方向

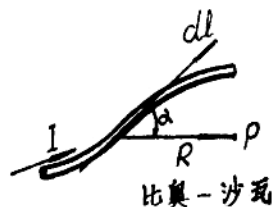


图 1-8. 比奥-沙瓦定律

并与微段到该点的距离 R 的平方成反比 (见图 1-8)。

$$\text{即 } dB \propto \frac{IdL \sin \alpha}{R^2}$$

为使以后常用的公式简化, 将比例常数记为 $\frac{\mu_0}{4\pi}$ 。

$$\text{则 } dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IdL \sin \alpha}{R^2} \quad (1-11)$$

用矢量表达上式

$$\text{则 } dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I(d\mathbf{L} \cdot \mathbf{R}_0)}{R^2} \quad (1-12)$$

式中 μ_0 ——为真空中的导磁系数, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (亨/米)。实验证明空气中导磁系数也为 μ_0 , 因之也称 μ_0 为空气的导磁率。

$\mathbf{R}_0$ ——为 R 之单位矢量。

$$\text{由 (1-12) } \mathbf{B} = \oint_L \frac{\mu_0 I (d\mathbf{L} \cdot \mathbf{R}_0)}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \frac{(d\mathbf{L} \cdot \mathbf{R}_0)}{R^2} \quad (1-13)$$

公式 (1-13) 可用于导线外部某点的磁感应强度的计算。

因为 $d\mathbf{L} = I_j ds$ 即 $I = \int_s I_j ds$ 代入 (1-13) 式

$$\text{则 } \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_L \int_s \frac{(\mathbf{I}_j \cdot \mathbf{R}_0)}{R^2} d\mathbf{s} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{(\mathbf{I}_j \cdot \mathbf{R}_0)}{R^2} dv \quad (1-14)$$

公式 (1-14) 可用于计算导线内部任一点的磁感应强度。

3. 磁通连续性定理

磁通是磁感应强度在通过其面积之法线上的分量与面积的乘积 (见图 1-9), 即

$$d\phi = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B ds \cos \beta \quad (1-15)$$

磁通连续性定理为: 穿过任意闭合面的磁通代数和等于零。即, 磁通在其通过之途径上是连续的。

穿过整个 S 面的磁通为下列面积分:

$$\phi = \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad (1-16)$$

由于磁通连续性定理, 则

$$\phi = \oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (1-17)$$

磁通连续性定理也可化为微分形式。将 (1-17) 式中的闭合面 S 缩小, 并将两端以其

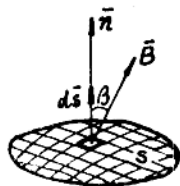


图 1-9

所包含的体积 ΔV 来除, 然后取 ΔV 趋近于零的极限, 这时 S 及 ΔV 均缩为一点, 即

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}}{\Delta V} = 0$$

该极限为这一点的向量场的散度, 即

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (1-18)$$

公式 (1-18) 说明: 磁场中磁感应线永远是自行闭合的, 即无起点也无终点。因此磁场是一个无源场。

1. 全电流定律

全电流定律为: 沿着任何闭合回路的磁感应强度的积分, 等于穿过这回路包围的面内的电流代数之和乘以导磁率。可表示为

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{L} = \mu_0 \Sigma I \quad (1-19)$$

设图 (1-10) 中有电流 I 沿闭合回路 L_1 流动, 这电流在任意一点 P 所产生的磁感应强度按比奥-沙瓦定律为:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{L_1} \frac{d\mathbf{L}_1 \mathbf{R}_0}{R^2}$$

式中 $\mathbf{R}$ 为由 P 点到 $d\mathbf{L}_1$ 之向径, $\mathbf{R}_0$ 为其单位向量。

设经过 P 点在空间作一任意闭合回线 L , 若对 $\mathbf{B}$ 求 L 之积分, 则

$$\begin{aligned} \oint_L \mathbf{B} d\mathbf{L} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \oint_{L_1} \frac{(d\mathbf{L}_1 \cdot \mathbf{R}_0)}{R^2} d\mathbf{L} \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \oint_{L_1} \frac{(d\mathbf{L} \cdot d\mathbf{L}_1) \mathbf{R}_0}{R^2} \end{aligned} \quad (1-20)$$

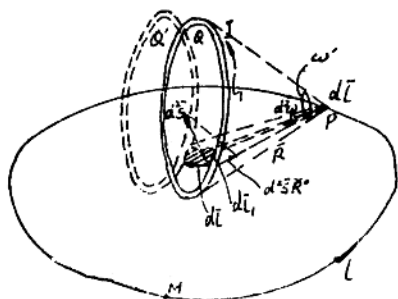


图 1-10 全电流定律图

其中 $(d\mathbf{L}_1 \cdot d\mathbf{L})$ 为一平行四边形面积, $d\mathbf{L}_1 \cdot d\mathbf{L} = d^2 s$, 将此面积向量与单位向径 $\mathbf{R}_0$ 作标量乘积后, 得出此面积与向径 $\mathbf{R}$ 相垂直的平面上的投影。而 $\frac{(d\mathbf{L} \cdot d\mathbf{L}_1) \mathbf{R}_0}{R^2}$ 为由 P 点看 $d^2 s$ 所张之立体角 $d^2 \omega$ 。因而 (1-20) 公式经变化后为:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{L} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \oint_{L_1} d^2 \omega \quad (1-21)$$

式中 $\oint_{L_1} d^2 \omega$ 为从 P 点看电流回路 L_1 移动 $d\mathbf{L}$ 所包括的环形面积的立体角 $d\omega$, 则 (1-21) 式可简化为:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{L} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L d\omega \quad (1-22)$$

其中 $\oint_L d\omega$ 为由 P 点沿 L 观察电流回路立体角之积分。即, $\oint_L d\omega = 4\pi$ 因此 (1-22) 式

可化为

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{L} = \mu_0 I \quad (1-23a)$$

若有若干个带电导体时 (1-23) 式可写为

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{L} = \mu_0 \sum I \quad (1-23b)$$

可用微分形式来表示全电流定律如下:

由于 $\mathbf{I} = \int_s \mathbf{I}_j \cdot d\mathbf{s}$ 把此式代入 (1-23a) 中

$$\text{则} \quad \oint_L \mathbf{B} d\mathbf{L} = \mu_0 \int_s \mathbf{I}_j d\mathbf{s}$$

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \oint_L \mathbf{B} d\mathbf{L} = \mu_0 \mathbf{I}_j = \text{rot} \mathbf{B} \quad (1-24)$$

$\text{rot} \mathbf{B}$ 表示矢量场 $\mathbf{B}$ 在空间任一点之旋度, 其等于该点之电流密度乘以空气之导磁率 μ_0 。

公式 (1-23) 和 (1-24) 为全电流定律的两种表达公式。但这两个公式仅用于真空或空气中。在顺磁性物质中由于导磁 $\mu > \mu_0$ 。因而以 μ 代替 μ_0 。

$$\text{则} \quad \oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu I \quad (1-25)$$

$$\text{rot} \mathbf{B} = \mu \mathbf{I}_j \quad (1-26)$$

因为 $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}$, 其中 $\mathbf{H}$ 为磁场强度, 其量纲为 (安/米)。因之全电流公式也可表示为:

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{L} = I \quad (1-27)$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{I}_j \quad (1-28)$$

以上两公式在恒定磁场中适用, 而在交变磁场中需稍加变化。公式 (1-27) 和 (1-28) 是推导铁坩埚无芯工频感应熔炉计算公式的基本公式。

二、多匝线圈中磁场的能量

磁场中运动电荷或载流导线受到机械力的事实, 说明这是电磁能做功的结果。

根据电磁感应原理, 我们知道在线圈接通电源之瞬间, 线圈中感应电势为

$$e_g = -w \frac{d\phi}{dt}$$

令 $w d\phi = d\psi$ 称为磁通链增量。则总电势为。

$$e_g = - \frac{d\psi}{dt}$$

因为 $\psi = LI$; 式中 L 为自感系数

$$\text{则} \quad e_g = -L \frac{di}{dt} \quad \text{式中 } i \text{ 为瞬间电流。}$$

在合闸过程中电源供给线圈之能量为: $i e_g$,

当电流由零增加到 I 时, 储藏在磁场内的全部能量是:

$$W_M = \int_0^1 iL \frac{di}{dt} dt = \int_0^1 iL di = \frac{1}{2} LI^2 \quad (1-29)$$

由于磁通 $\phi = B \cdot S$ 式中 S 为线圈截面

$$\psi = B \cdot S, w = LI$$

则 $L = \frac{B \cdot S \cdot w}{I}$ 代入 (1-29) 式

则能量为 $W_M = \frac{1}{2} BS w I$ (1-30)

由于全电流定律: $\oint_L H dL = I_w$ 则 $Hl = I_w$

所以 $I = \frac{Hl}{w}$ 代入 (1-30) 式

则能量为 $W_M = \frac{1}{2} BHSl$ (1-31)

单位容积内的磁场能量或称磁场能量密度为:

$$\omega_M = \frac{W_M}{V} = \frac{1}{2} BH \quad (1-32)$$

式中 $v = Sl$ 为线圈的体积

三、小结

本节主要叙述了恒定磁场的几个基本定理。

1. 通过比奥-沙瓦定律建立了电与磁的互相依存的概念。并推导出电流和磁场强度, 磁感应强度之间的关系式——全电流定律。全电流定律有两种表达式:

一般表达式为 $\oint_L B dL = \mu_0 \Sigma I = \mu_0 w l$ 或 $\oint_L H dL = w l$

微分表达式为 $\text{rot } B = \mu_0 I_j w$ 或 $\text{rot } H = I_j w$

2. 在恒定磁场中线圈储存的能量密度为:

$$\omega_M = \frac{1}{2} BH$$

第四节 电磁波理论的基本公式

在本节中我们将从上节的基本概念进一步推导出磁场和电场的关系。有电就有磁, 有电流就产生磁场。这一概念将在电磁波理论中加以补充。无线电波的传播就是电场和磁场的传播。而电场和磁场之间的相互依存关系, 对工频感应炉也很重要。如: 工频感应炉之感应圈通电后, 在其周围空间就产生磁场, 同时也产生电场, 电场和磁场以一定的方向, 向着工频感应炉的炉料和铁坩埚中渗透, 造成了工频感应炉的电→热能量的转换。用电磁波理论即定性又定量来表达工频感应炉的参量, 这一点是一般的电磁感应原理难以达到的。

一、麦克斯威尔方程

麦克斯威尔第一、二两个方程式是用以表达电场和磁场的关系的方程式。这两个方程式是无芯工频感应炉计算电磁波能量传播的基本方程式。

根据一般电工知识可知:

$$I_j = -\frac{1}{S}; \quad I = \frac{U}{R}; \quad U = LE; \quad R = \frac{L}{\gamma S}$$