

机器人动力学参数辨识

郭良康 張启先

【摘 要】

本文研究了机器人动力学参数辨识问题。首先,从机器人动力学 Lagrange 方程推导出一种适用于多自由度机器人动力学参数辨识的新动力学模型。接着,系统地研究了该模型在参数辨识中的应用。最后,给出了一个三自由度机器人机构的动力学参数辨识的计算机仿真算例。

引 言

机器人动力学模型可以由一组耦合的二阶非线性微分方程组来描述。机器人机构各连杆的运动学参数与动力学参数完全决定了机器人输入力矩(或力)与关节运动间的响应关系。因此,机器人动力学模型中的参数准确程度将直接影响机器人的控制品质。通常,在机器人机构的设计和制造中,人们重于保证连杆的运动学参数的准确度而往往忽略了动力学参数。这样,在机器人动力学分析中,为了获取动力学参数只得靠拆卸后测量的方法。这种方法不但繁杂而且会受装配与拆卸条件的限制,难于保证所得参数值的准确性。

近年来,随着高精度传感器在机器人领域内的使用,开始了机器人动力学参数辨识的理论与应用研究。国内外的研究者在这方面取得了不少成果[1], [2], [3], [4], [5]。文献[1], [4]和文献[3], [5]分别提出了基于Newton-Euler方程与Lagrange方程的不同的动力学参数辨识模型与辨识算法。

目前,常用的机器人动力学方程有Lagrange方程、Gauss原理、Newton-Euler方程以及Kane方程等等。本文从机器人动力学 Lagrange 方程出发,导出了一种适用于进行动力学参数辨识的机器人动力学方程的新的表述形式。这种新的形式有易于编程,适用性强和物理意义明确的

特性。其中，机器人机构输入力矩与动力学参数的关系是一组显函数线性方程。本文对其相应的辨识模型与算法作了系统的研究。本文还探讨了辨识实验设计中，各种关节运动组合安排（如，关节序贯参与运动或全关节运动）对辨识方程及算法的影响。最后，本文给出了一个三自由度工业机器人机构的动力学参数辨识的计算机仿真算例。计算中，对可能出现的输入输出信号噪声采用了蒙特卡洛模拟。结果证实了所推导的辨识方程及算法的实用性。

机器人动力学

采用Denavit-Hartenberg坐标系标定机器人机构。一个 N 自由度机器人的各个连杆的位置姿态矩阵将由下式决定：

$$T_i = T_{i-1} A_i \quad i=1, 2, \dots, N \quad (1)$$

式中， T_i 是连杆 i 的 4×4 阶位置姿态矩阵； A_i 是连杆 $i-1$ 与连杆 i 之间的 4×4 阶位置姿态变换矩阵。

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i \cos \alpha_i & \sin q_i \sin \alpha_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & \cos q_i \cos \alpha_i & -\cos q_i \sin \alpha_i & a_i \sin q_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

q_i , α_i , d_i 分别是连杆 i 的转角、扭角、杆长、副长。

机器人动力学Lagrange方程为[6]

$$F_i = \sum_{j=1}^N D_{i,j} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N D_{i,j,k} \dot{q}_j \dot{q}_k + D_i \quad i=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

其中

$$D_{i,j} = \sum_{p=m+1}^N (i,j,p) \text{Trace} \left(\frac{\partial T_p}{\partial q_i} J_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_j} \right) \quad (4)$$

$$D_{i,j,k} = \sum_{p=m+1}^N (i,j,k,p) \text{Trace} \left(\frac{\partial^2 T_p}{\partial q_i \partial q_k} J_p \frac{\partial T_p^T}{\partial q_j} \right) \quad (5)$$

$$D_i = \sum_{p=1}^N -m_p g^T \frac{\partial T_p}{\partial q_i} {}^{p-1}r_p \quad (6)$$

上面的公式中， J_p 是连杆 p 在 p 坐标系中的伪惯量矩阵； $(m_p r_p)$ 是 J_p 阵中的第四列元素； g 是重力加速度矢量。

连杆 i 的伪惯量矩阵有如下的形式[6]：

$$J_i = \begin{bmatrix} I_{i,xx} & I_{i,xy} & I_{i,xz} & m_i \bar{X}_i \\ I_{i,xy} & I_{i,yy} & I_{i,yz} & m_i \bar{Y}_i \\ I_{i,xz} & I_{i,yz} & I_{i,zz} & m_i \bar{Z}_i \\ m_i \bar{X}_i & m_i \bar{Y}_i & m_i \bar{Z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

J_i 是对称矩阵

$$\begin{aligned} I_{i,xx} &= (-I_{i,xx} + I_{i,yy} + I_{i,zz})/2, \\ I_{i,yy} &= (I_{i,xx} - I_{i,yy} + I_{i,zz})/2, \\ I_{i,zz} &= (I_{i,xx} + I_{i,yy} - I_{i,zz})/2. \end{aligned}$$

引入Q矩阵

$$Q = \begin{cases} Q_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{关节是转动副 } (q_i = \theta_i) \\ Q_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{关节是移动副 } q_i = d_i \end{cases} \quad (8)$$

就有

$$\frac{\partial T_p}{\partial q_i} = U_{pi} = A_1 A_2 \cdots Q A_i \cdots A_p \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 T_p}{\partial q_i \partial q_k} = U_{pij} = A_1 A_2 \cdots Q A_i \cdots Q A_k \cdots A_p \quad (10)$$

根据矩阵迹的性质, $\text{Trace}(AB) = \text{Trace}(BA)$ [7], 代入式(9)和(10)可得

$$D_{ij} = \sum_{j=\max(i, j)}^N \text{Trace}(U_{pi}^T U_{pj} J_i) \quad (11)$$

$$D_{ijk} = \sum_{j=\max(i, j, k)}^N \text{Trace}(U_{pi}^T U_{pj} J_i) \quad (12)$$

$$D_i = \sum_{p=1}^N -g^T U_{pi} (m_p r_p) \quad (13)$$

下面将推导(3)式的新形式。首先, 对于一个 N 自由度机器人, 考虑到式(7)所示的 J_i 矩阵的对称性, 现定义一组矢量分别表示各个连杆的动力学参数:

$$X_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,1}, \dots, x_{i,10})^T = (I_{i,xx}^*, I_{i,xy}^*, I_{i,xz}^*, I_{i,yy}^*, I_{i,yx}^*, I_{i,zz}^*, m_i, X_i, m_i, Y_i, m_i, Z_i, m_i)^T \quad i=1,2,\dots,N \quad (14)$$

若记 X_i 中元素 $x_{i,t}$ 的下标号 t 的集合为 T , 该元素在 J_i 阵上三角位置($l \leq m$)时的下标号(l, m)的集合为 M 。则有

$$\begin{aligned} t \in T, T = \{t | t=1, 2, \dots, 10\} \\ (l, m) \in M, M = \{(l, m) | \begin{matrix} l=m=1, 2, 3 \\ l=m=2, 3, \\ \cup (l, m) | \begin{matrix} l=m=3 \\ l=m=4, 2, 3, 4 \end{matrix} \end{matrix} \} \end{aligned}$$

定义映射关系 $l = \sigma_1[l, m]$, 映射 σ_1 使 T 与 M 中的元素顺序一一对应。

将式(3)第 i 个方程展开应有 $F_i = f(X_p)$ 。不难发现函数关系 $f(X_p)$ 是线性的。下面, 为了表达简洁, U_{pi}, U_{pj}, U_{pij} 阵中的第 l 行 m 列元素将写为 $u_{lm}^{pi}, u_{lm}^{pj}, u_{lm}^{pij}$ 。

展开: 方程第一项 $\sum_{j=1}^N D_{ij} \ddot{q}_j$ 。从式(11)并参照附录的推导可得, 按 X_i ($p \geq i$)展开 X_p 的系数矢量 Φ_{ip}^I 为:

$$\Phi_{ip}^I = (\varphi_{i,p,1}^I, \varphi_{i,p,2}^I, \dots, \varphi_{i,p,1}^I, \dots, \varphi_{i,p,10}^I) \quad (15)$$

$$\text{其中 } \varphi_{i,p,l}^{\mathbf{I}} = \begin{cases} \sum_{j=1}^p \left[\sum_{n=1}^4 \left(u_{nm}^{p,i} u_n^{p,j} + u_n^{p,i} u_{nm}^{p,j} \right) \right] \dot{q}_j & l < m \text{ 时} \\ \sum_{j=1}^p \left[\sum_{n=1}^4 \left(u_{nm}^{p,i} u_n^{p,j} \right) \right] \dot{q}_j & l = m \text{ 时} \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{这样,} \quad \sum_{j=1}^N D_{i,j} \dot{q}_j = \sum_{p=1}^N \phi_{i,p}^{\mathbf{I}} X_p \quad (17)$$

展开 i 方程第一项 $\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N D_{i,j,k} \dot{q}_j \dot{q}_k$ 。从式 (12) 并参照附录同样推导可得, 按 X_p ($p \geq i$) 展开后的系数矢量 $\phi_{i,p}^{\mathbf{II}}$ 为:

$$\phi_{i,p}^{\mathbf{II}} = (\varphi_{i,p,1}^{\mathbf{II}}, \varphi_{i,p,2}^{\mathbf{II}}, \dots, \varphi_{i,p,l}^{\mathbf{II}}, \dots, \varphi_{i,p,10}^{\mathbf{II}}) \quad (18)$$

其中

$$\varphi_{i,p,l}^{\mathbf{II}} = \begin{cases} \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \left[\sum_{n=1}^4 \left(u_{nm}^{p,i} u_n^{p,j,k} + u_n^{p,i} u_{nm}^{p,j,k} \right) \right] \dot{q}_j \dot{q}_k & l < m \text{ 时} \\ \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \left[\sum_{n=1}^4 \left(u_{nm}^{p,i} u_n^{p,j,k} \right) \right] \dot{q}_j \dot{q}_k & l = m \text{ 时} \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{即有} \quad \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N D_{i,j,k} \dot{q}_j \dot{q}_k = \sum_{p=1}^N \phi_{i,p}^{\mathbf{II}} X_p \quad (20)$$

展开 i 方程第三项 $D_{i,0}$ 。从式 (13) 按 X_p ($p \geq i$) 展开后的系数矢量 $\phi_{i,p}^{\mathbf{III}}$ 为:

$$\phi_{i,p}^{\mathbf{III}} = (\varphi_{i,p,1}^{\mathbf{III}}, \varphi_{i,p,2}^{\mathbf{III}}, \dots, \varphi_{i,p,10}^{\mathbf{III}}) \quad (21)$$

$$\text{其中} \quad \varphi_{i,p,l}^{\mathbf{III}} = \begin{cases} 0 & m \neq 4 \text{ 时} \\ - \left(\sum_{n=1}^4 g_n u_n^{p,i} \right) & m = 4 \text{ 时} \end{cases} \quad (22)$$

$$\text{则有} \quad D_{i,0} = \sum_{p=1}^N \phi_{i,p}^{\mathbf{III}} X_p \quad (23)$$

按 (17) (20) (23) 式所得结果, 式(3)的第 i 个方程即可写成 $F_i = \sum_{p=1}^N (\phi_{i,p}^{\mathbf{I}} + \phi_{i,p}^{\mathbf{II}} + \phi_{i,p}^{\mathbf{III}}) X_p$ 的形式。因此, 一个自由度机器人的动力学方程就可以表述成如下的新形式:

$$F_i = \sum_{p=1}^N \phi_{i,p} X_p \quad i=1, 2, \dots, N \quad (24)$$

式中, $\phi_{i,p} = \phi_{i,p}^{\mathbf{I}} + \phi_{i,p}^{\mathbf{II}} + \phi_{i,p}^{\mathbf{III}} = (\varphi_{i,p,1}, \varphi_{i,p,2}, \dots, \varphi_{i,p,l}, \dots, \varphi_{i,p,10})$ 。从式(16), (19), (22) 得:

$$\varphi_{i,p,l} = \begin{cases} \sum_{j=1}^p \left[\sum_{n=1}^4 \left(u_{nm}^{p,i} u_n^{p,j} + u_n^{p,i} u_{nm}^{p,j} \right) \right] \dot{q}_j + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \left[\sum_{n=1}^4 \left(u_{nm}^{p,i} u_n^{p,j,k} + u_n^{p,i} u_{nm}^{p,j,k} \right) \right] \dot{q}_j \dot{q}_k \\ \quad - \left[\sum_{n=1}^4 \left(g_n u_n^{p,i} \right) \right] (1-\delta) & l < m \text{ 时} \\ \sum_{j=1}^p \left[\sum_{n=1}^4 \left(u_{nm}^{p,i} u_n^{p,j} \right) \right] \dot{q}_j + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \left[\sum_{n=1}^4 \left(u_{nm}^{p,i} u_n^{p,j,k} \right) \right] \dot{q}_j \dot{q}_k \\ \quad - \left[\sum_{n=1}^4 \left(g_n u_n^{p,i} \right) \right] (1-\delta) & l = m \text{ 时} \end{cases} \quad (25)$$

式(25)中, 当 $m \neq 4$ 时 $\delta = 1$; 当 $m = 4$ 时 $\delta = 0$ 。

式(25)即为所需要推导的机器人动力学方程的新形式。

不难看出, 如果考虑驱动器转子等效转动惯量及粘性摩擦系数的影响, 动力学方程仍可写成类似于式(24)的形式:

$$F_i = \sum_{p=i}^N \phi_{i,p} X_p + \phi_{i,c} X_{i,c} \quad i=1, 2, \dots, N \quad (26)$$

式中 $\phi_{i,p}$ 与 X_p 的定义不变。 $\phi_{i,c} = [\dot{q}_i, \ddot{q}_i]$, $X_{i,c} = [I_{a,i}, C_{f,i}]^T$; $I_{a,i}$ 是关节 i 的驱动器转子等效惯量, $C_{f,i}$ 则是关节 i 处的粘性摩擦系数。

显然, 若已知机器人运动学参数, 在以式(24)或(26)形式表述的机器人动力学方程中, 动力学参数与 F_i 呈现为一组线性关系。对于这种模型, 其参数辨识理论与算法都已相当成熟。因此, 式(24)可以有效地应用于机器人动力学参数的辨识计算中。

动力学参数的辨识

下面研究式(24)相应的辨识方程与算法, 并考虑各关节运动间的组合形式对辨识计算的影响。

1. 辨识方程与算法

目前, 有许多成熟的方法可用于线性模型的参数辨识, 如极大似然法、辅助变量法、随机逼近法和最小二乘法等。鉴于最小二乘法在参数辨识中对量测噪声及具有任意分布规律的干扰噪声都具有不变性[8]; 同时, 考虑到该方法所获得的参数估计值有着最佳统计特性[9], 在实用中亦具备多种通用算法与程序, 故本文采用最小二乘法来解决机器人动力学参数的辨识问题。

可以将式(24)写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \phi_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} \quad (27)$$

式(27)中任意一个方程均可表示成 $F = \phi X$ 的形式。定义 $X' = (X_1, X_2, \dots, X_r)^T$, $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_r)$ 。当测得 r 组 $\{q\}$, $\{\dot{q}\}$, $\{\ddot{q}\}$ 的采样值, 就能得到如下一超定线性方程组($r > s$)。写成标准形式:

$$F_r = \phi_r X \quad (28)$$

式中, $F_r = [F(1), F(2), \dots, F(r)]^T$

$$\phi_r = \begin{bmatrix} \varphi_1(1), \varphi_2(1), \dots, \varphi_s(1) \\ \varphi_1(2), \varphi_2(2), \dots, \varphi_s(2) \\ \vdots \\ \varphi_1(r), \varphi_2(r), \dots, \varphi_s(r) \end{bmatrix}$$

式(28)的最小二乘解[8]为:

$$\hat{X} = (\phi_r^T \phi_r)^{-1} \phi_r^T F_r \quad (29)$$

$\hat{X}$ 即是: $X \in R^s$, $F_r \in R^r$ 及 $\phi_r \in R^{r \times s}$ 在 $\|\phi_r X - F_r\|_2 = \min$ 时式(28)的解析解。

对于一个 N 自由度机器人, 若是用式(27)的第一个方程一次性辨识其中的动力学参

数,那么,理论上就是辨识 10×10 个参数。这样就需要解 $(l+10 \times 10)$ 阶的超定方程。故而,计算量大并且参数 $x \in X_a, X_i = \{x_{i,j} | \varphi_{i,j} = 0, \varphi_{i,j} \neq 0 (j \neq 1)\}$ 将得不到辨识。因此,本文的辨识算法将采用一种分阶递推形式:

$$F_i = \sum_{p=i+1}^N \phi_{i,p} X_p = \phi_{i,i} X_i \quad i = N, N-1, \dots, 1 \quad (30)$$

整个辨识计算将分 N 步进行,上一步辨识结果作为已知值代入下一步计算。这样的辨识算法只要解 N 个 $K \times 10$ ($K \geq 10$)阶超定方程,从而大大减少了计算量并且只要参数 $x \in X_b, X_b = \{x_{i,i} | \varphi_{i,i} \neq 0\}$ 都可以辨识。

相应于式(30)的最小二乘估计(LSE)算法为:

① 设 $i = N$

② 取 r 组 $\{q\}, \{\dot{q}\}, \{\ddot{q}\}, \{F\}$ 的采样值,有

$$\phi_r = \begin{bmatrix} \phi_{i,i}(1) \\ \phi_{i,i}(2) \\ \vdots \\ \phi_{i,i}(r) \end{bmatrix} \quad F_r = \begin{bmatrix} F_i(1) = \sum_{p=i+1}^N \phi_{i,p}(1) X_p \\ F_i(2) = \sum_{p=i+1}^N \phi_{i,p}(2) X_p \\ \vdots \\ F_i(r) = \sum_{p=i+1}^N \phi_{i,p}(r) X_p \end{bmatrix}$$

③ 解正则方程 $(\phi_r^T \phi_r) X_i = \phi_r^T F_r$

或直接计算 $X_i = (\phi_r^T \phi_r)^{-1} \phi_r^T F_r$

可得 X_i 的辨识值 $\hat{x}_i$ 。

④ 若 $i=1$ 终止,否则代入 X_i 并转②。

如果需要减少计算量并减小所需内存或是有在线辨识要求,可在②③步采用递推LSE[9]。

当应用上述辨识算法进行机器人动力学参数的辨识计算时,需要考虑下述问题。

(1) 若参数 $x \in X_d, X_d = \{x_{i,i} | \varphi_{i,i} = 0\}$, ϕ_r 缺秩。故而辨识时, $\phi_{i,i}$ 与 X_i 均降阶处理,剔除 $x_{i,i}$ 与 $\varphi_{i,i}$,这时,参数 x 将不被辨识。

(2) 若参数 $x \in X_a, X_a = \{x_{i,i} | \varphi_{i,i} = 0, \varphi_{j,i} \neq 0\}$,那么该参数不用 i 号方程辨识而要用 j 号方程进行辨识。相应的 $\phi_{i,i}, X_i$ 降阶处理,而 $\phi_{j,i}, X_j$ 增阶成 $[\phi_{j,i}, \phi_{i,i}]$ 与 $\begin{bmatrix} X_j \\ x_{i,i} \end{bmatrix}$ 。

(3) 若有 $\phi_{i,i}$ 中的 $\varphi_{i,i,k} = C_1 \varphi_{i,i,1} = \dots = C_m \varphi_{i,i,m}$ (C_1, C_m 为常数)那么式(30)将只能辨识 $x_{i,k}, x_{i,l}, \dots, x_{i,m}$ 的组合值。

(4) 只要参数 $x \in X_b$,那么根据式(30),应用上面的辨识算法总能得到它的辨识值或是与其它参数的组合值。

2. 各关节运动的实验设计

在辨识计算中,应尽量避免由于关节运动组合形式及轨迹规划不合理而引起的 ϕ_r 缺秩现象。

由式(25)可见,关节运动组合形式应采用全关节运动形式,即辨识实验采样时全部关节同时运动。

若是在线辨识,为减少 ϕ_i 的计算量,也可安排关节从 N 到 1 序贯参与运动,即采用式(30)第 i 个方程进行辨识计算时,前 $i-1$ 个关节锁定,后 $N-i+1$ 个关节运动。这样,辨识方程(30)中 ϕ_i 的计算简化。相应的公式简化为:

$$(F_i - B_i) = \phi_{i,i} X_i, \quad i = N, N-1, \dots, 1 \quad (31)$$

其中

$$\phi_{i,i} = \begin{cases} \left(\sum_{n=1}^4 u_{nm}^{i,i} u_{nm}^{i,i} \right) \dot{q}_i + \left(\sum_{n=1}^4 u_{nm}^{i,i} u_{nm}^{i,i} \right) \dot{q}_i^2 - \left(\sum_{n=1}^4 g_n u_n^{i,i} \right) (1-\delta) & l=m \text{ 时} \\ \left(\sum_{n=1}^4 2u_{nm}^{i,i} u_{nm}^{i,i} \right) \dot{q}_i + \left(\sum_{n=1}^4 u_{nm}^{i,i} u_{nm}^{i,i} + u_n^{i,i} u_{nm}^{i,i} \right) \dot{q}_i^2 - \left(\sum_{n=1}^4 g_n u_n^{i,i} \right) (1-\delta) & l < m \text{ 时} \end{cases} \quad (32)$$

$$B_i = \sum_{j=i+1}^N \phi_{i,j} X_j = \sum_{j=i+1}^N D_{i,j} \dot{q}_j + \sum_{j=i+1}^N \sum_{k=i+1}^N D_{i,j,k} \dot{q}_j \dot{q}_k + \sum_{k=i+1}^N D_{i,k} \dot{q}_k \dot{q}_k + \sum_{j=i+1}^N (-m_j g^T U_{j,i} r_j) \quad (33)$$

然而这种方法由于 $\phi_{i,i}$ 的简化会导致 ϕ_i 的缺秩,以及提高了对关节轨迹规划设计的要求。

在关节运动轨迹规划中文[1]和文[4]分别采用五阶多项式和正弦曲线都获得了满意的辨识结果。本文采用四阶多项式亦有良好的结果。

计算机仿真算例

下面给出的是一个 MOTOMAN-L10W 型工业机器人的腰、后臂和前臂所构成的三自由度机构动力学参数的仿真算例。该工业机器人三自由度结构的机构运动简图如图 1 所示。

机构的运动学参数与动力学参数由表 1 和表 2 给出。

在辨识仿真实验中,本文采用全关节运动方式。各关节的运动规律是:加速——匀速——减速。关节运动轨迹是从点 $A(-120^\circ, -40^\circ, -45^\circ)$ 到点 $B(120^\circ, 45^\circ, 20^\circ)$, 用两个四阶多项式与一个直线方程分别予以拟合。每个轨迹表达式即为:

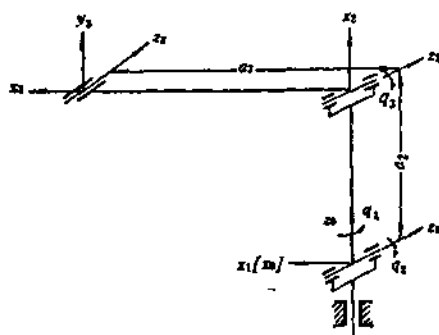


图 1 机构运动简图

表 1 运动学参数表

LINK	转角 q_i	杆长 a_i (m)	偏距 d_i (m)	扭角 α_i
1	q_1	0	0	90°
2	q_2	0.670	0	0
3	q_3	0.950	0	0