

第三次国际石油工程会议 论文集

4



中国 天津
1988 · 11

目 录

SPE	17606	储集层非均质性与裂缝方位对裂缝长度及井距优化的影响
SPE	17607	天然裂缝性气藏水力压裂裂缝设计考虑的因素
SPE	17533	改变应力的压裂
SPE	17609	不利流度比驱动中垂直裂缝对面积扫油效率的影响
SPE	17610	使用碳-氧比测井通过套管评价含油饱和度
SPE	17611	油井资料智能管理及图象接口
SPE	17616	水基泥浆体系具有油基泥浆大部分优点及生态学优点
SPE	17571	各种粘土水基泥浆流变学特性的比较
SPE	17617	钻井液滤饼特性及其对失水量影响的评价
SPE	17619	高低张力体系高温下岩石-流体的多相特性
SPE	17620	加拿大艾伯塔Wizard湖D-3A 油田重力稳定烃溶剂驱的数值模拟
SPE	17621	富含正丁烷的二氧化碳+黑油系统中提高采收率过程的相平衡问题
SPE	17631	用于设计评价注聚合物工艺的数值模拟——油田动态分析
SPE	17633	含添加剂蒸汽驱现场工程评价
SPE	17632	大庆油田两个聚合物驱矿场试验的准备情况
SPE	17622	发挥海底系统的作用是西方石油公司北海开发战略的组成部分
SPE	17623	中国南海珠江口盆地29/04区块海洋气象测量工作
SPE	17624	波罗的海两座西德遥控平台的设计及作业情况
SPE	17634	海上生产设施综合质量保证规则
SPE	17635	澳大利亚东南海上吉普斯兰盆地开发方式的变化
SPE	17625	含蜡原油的流变性
SPE	17626	防蜡产品的选择及其应用
SPE	17627	高凝点原油生产设施的选择和操作
SPE	17628	成功的大斜度完井注水泥和钻井的影响
SPE	17629	一种解决不同条件下气窜问题的单项技术
SPE	17630	使用水泥降失水剂的必要性
SPE	17565	牙轮钻头轴承密封的可靠性

储集层非均质性与裂缝方位对 裂缝长度和井距优化的影响

D.N.Meehan, Union Pacific Resources
R.N.Horne, K.Aziz, Stanford U.

张士诚 译
王鸿勳 校

摘 要

提高天然气资源开发经济效益的重要问题在于优化裂缝长度和井距。如果裂缝长度与井距相比很小,裂缝方位将不会影响井间干扰。但是很多气田要在密井网下开发,因而需要知道裂缝方位以便于优化井数、井位和裂缝长度。这不同于致密气藏优化最终采收率和净现值的传统方法,它是以理想的均质、各向同性的储集层为依据的,并且忽略井间干扰。

本文综述目前确定水力裂缝方位的各种方法,并给出了考虑裂缝方位的均匀流裂缝的解。证明,当井间干扰很大时,均匀流裂缝模型是不适用的。高导流能力裂缝的数位模拟证实,当井距和裂缝长度之比小于2时,了解裂缝方位将是很重要的。渗透率的各向异性更增加了了解裂缝方位的重要性。本文提出了优化裂缝方位和井距的一般方法。

一、综 述

当出现以下情况时,特别需要加密井距:

- (1) 由于技术、经济或其它原因裂缝长度受到限制;
- (2) 水力压裂施工费用在油井成本中占的比例过大;
- (3) 油井生产动态表明实际裂缝长度远远小于压裂设计计算的缝长。

在这些情况下,了解裂缝方位对优选加密井的井位是非常重要的。那么,优选井位对准确地确定裂缝方位的敏感性如何呢?

研究裂缝方位对致密气藏产量影响的主要工作是由Smith^[1]和Lacy^[2]完成的。Smith分析了Wattenberg气田,Lacy综述了水力裂缝方位的确定方法。他们的结论是:当裂缝长度与井距相比逐渐增大时,裂缝方位的影响程度随之增加。对注水和流体驱替情况来说,这一结论已得到了很好的证实。Smith基于这种论证(他认为实际上“在某种程度上仍然是定性的”)定量地分析了这种影响。本文对这个问题提出了一个解决方法,证实对大多数均质、单相和实际中常见的枯竭性气藏来说,裂缝方位的影响是很小的。但是,当渗透率的各向异性很大和加密钻井时,了解裂缝方位就很重要了。

图1—2说明有关的一些概念。很明显,水力垂直裂缝周围的不稳态流动在(开井)初期近似为椭圆形。两图表示的六口井都等距分布在各正方形的角点上。所示裂缝从井点向下一个正

方形延伸并距的40%。对于裂缝方位角是 0° 的情况来讲,泄流区域的重叠是相当明显的,但为 45° 时,这种干扰可望大大减小。这些示意图虽然在定性分析上是有用的,但是由于井间干扰实际的泄流图形却不同于这种简单近似的情况,并且使解释复杂化。

二、裂缝方位的确定

虽然确定裂缝方位的技术还很不成熟,但已经研制出了很多方法。考虑这些方法的准确性、成本和可靠性是很重要的。例如,仅能用于裸眼井段的方法,可能需要一口专门设计的井。如果希望得到非常精确的裂缝方位,可能需要同时使用几种不同类型的测试技术。目前还没有那一种方法能保证测试结果达到给定的精度。下面简要地讨论这些方法,然后将评价一些应用实例。

1. 地震法

两种最常见的地震波是纵波和横波。纵波或P-波,一般用来确定地面地震参数。P-波的波动方向与传播方向一致,它对传播介质的声阻抗很敏感。横波或S-波的波动方向垂直于传播方向,它对介质的剪切强度很敏感。S-波的运动速度基本上约为P-波速度的一半。

对给定的介质(在石油工业中为多孔介质)来说,速度的各向异性,即波速的变化,取决于测量方向。不相等的水平地应力会引起横波方位的各向异性。传统的地震勘探法集中用垂直定向的地震检波器从爆炸源或振动源记录P-波。P-波的极化强度几乎是个纯量,它仅是S-波携带信息的一小部分^[3]。横波速度取决于测量位置和横波的极化方向,主应力轴的方向决定了极化横波的传播方向。

(1) 横波的分离

三分量横波的极化可以提供横波传播途经岩石的应力分布。应力各向异性的知识能直接推断裂缝的方位。很多讨论方位各向异性影响的文章已经发表,但都仅仅关系到具有水平对称轴的垂向断面各向异性的简单情况^[4]。

更一般的方位各向异性可能在很多油田的实际应用中出现^[5]。横波的分离(即双折射与重折射)在横波的垂向地震剖面图上(VSP)是常见的。由于某些形式的定向构造的作用,岩石性质的各向异性在一定程度上几乎是普遍存在的。造成这种各向异性的物理原因是小范围的晶体排列、颗粒排列、层理和成排的裂缝或微隙。甚至完全均质的岩石,当受到各向异性地应力的作用时,得到的地震波速也不会相同。小裂缝是产生严重各向异性最重要的原因。这些裂缝通常都平行于一般为水平方向的最大压应力方向^[6,7,8-10]。

(2) 垂向地震剖面图(VSP)

在地表面上,横波由于相位、振幅和波型的变化会失真。在地表上强加的这些异常,使波速各向异性解的分析工作复杂化,甚至难以如愿应用。但是,解释在地下记录的横波是很容易的。为此目的,在苏联应用了三分量的地震检波器^[11]。

Johnston^[12]报道了Exxon用多次S-波极化法在Austin Chalk天然裂缝性的地层中试验的成果。与天然裂缝主方位有强烈的速度对比,证实了方位各向异性的存在。天然裂缝的方向曾用井下声波电视确定。

Hardin和Toksoz^[13]讨论了一种利用管状波的技术。该波由地震P-波射入到与井筒相交

的裂缝上而产生。这种行为在很大程度上是由于井筒和裂缝内的流体交换造成的,其交换的效率从理论上讲与裂缝的渗透率有关。利用多次偏移VSP测量同样可确定裂缝方位。

(3) 三轴井筒地震方法 (TABS)

Dobecki^[14]描述了一种方法,其测试工具类似于VSP的测试工具,可用来监视与水力压裂有关的实际微裂缝。在无支撑剂压裂处理时,地震测井工具装在射孔井段下面,该工具具有三个正交的地震检波器或加速度记录器。通过测定在爆炸井或其它井中爆炸产生的波,或用回旋运动设备产生的波,可以确定井下裂缝方位。这种方法在现场试验中已获得成功,但大量的自然断裂使分析工作复杂化^[2]。

Los Alamos国际实验室做的Fenton Hill“热干燥岩石”实验结果,清楚地表明,在包含水力裂缝的岩石窄缝隙中发生的运动基本上是微地震运动。这种微地震运动在关泵后会延续几小时^[16]。这就不仅可以测定裂缝的方位,而且能测量每翼的缝长和高度。进一步的研究表明,这种测试裂缝方位的技术既可用在压裂井内,也可用在邻近的观察井内^[17]。Sorrells和Mulcahy^[18]对TABS技术作了进一步改进。他们把改进后的技术与不稳定压力数据结合了起来。他们报道了八次成功应用这种技术的结果,并宣称这种方法进行工业性的应用是可行的。

2. 岩心测定法

岩心测定法与直接观察法有很多相同的局限性^[19]。取心方法一般都限定岩心长度为30—90英尺。除与岩心定向有关的困难以外,数据的分散性、残余应力和比例相关问题都影响这一测定方法。岩心定向的准确性一般都小于定向仪器的准确性。使用定向技术的困难包括岩心旋转、刻度转换、岩心压碎和破损、碎片失落等。为了克服这些困难,可使用更完善的岩心定向技术,如高分辨率的测斜仪,或用井下声波电视定向,并用CAT扫描仪或NMR方法^[20]进行相关对比。井底裂缝方位的实际定向可能受该处地层的非均质性、断层或构造特征等的影响很大。另一方面,在单一的层内进行多种测试是可能的,其费用仅稍大于常规取心费用,但定向分析却更直接一些。

(1) 应变释放

整个岩心可在地下实际应变条件下切开。地下应变条件取决于深度、压力和岩石性质。新取上来的岩心从初始应力状态不断地松弛可达几个小时。Blanton和Teufel^[21-25]描述了这项方法,它包括三对或三对以上的很灵敏的应变传感器,这些传感器装在定向岩心周围的实体环圈上,然后测定岩心应变响应直至停止松弛。假定岩心的脱水是无方向性的。

Finley和Lorenz^[26]讨论了由钻井和取心过程在岩心中产生的各种类型的可见裂缝,认为弹性应变松弛的测定可用来确定最大水平地应力的方向(沿裂缝刻线方向定向)。钻井时,由钻头产生的花瓣型和花瓣中心线型裂缝是在取心钻头之前形成的,并且有一个由地应力和钻头扭矩控制的走向。作者认为地应力和钻头扭矩的差值,可以用来预测水力诱发裂缝是否平行或垂直于天然裂缝。

Teufel从俄克拉何马州Tulsa附近的Mounds实验井得到的结果与从井下电视摄像机和地层测斜仪测定的值是一致的,差别在10°以内。这种测量地应力方向的方法适用于垂直井眼、水平层和沉积岩地层。用这一方法同样可以确定地应力大小^[27]。这种测试只能在井场上完成。El Rabaa和Meadows^[28]将这种技术加以延伸,观察到具有天然裂缝的岩心可以产生应变释放,由此得到的应力方向,其误差范围在90°以内!

(2) 差异应变分析

差异应变分析 (DSA) 是由Strickland和Ren^[29]提出的,它是在定向岩样的原始压力上再加压力,然后记录压力减小时定向应变的变化。这种方法已广为报道^[30-32]。如果在岩石没有不可逆变化时,测试的结果与上述方法得到的结果应当相似。从压力异常油气藏取出的岩心可能具有不可逆性。该方法的现场试验表明,对保存几个月内的岩心测试结果是一致的。对于放置时间达一年以上的岩心,测试结果就不一致了。

(3) 声波速度法

Lacy^[2]提出了一种方法,利用取决于裂缝方位的岩石其它性质来确定裂缝的方位。如果微裂缝模型是适用的,则取决于岩心方向的声波散射应当不同。P-波在平行于微裂缝方向的衰减和散射都较小,而在微裂缝的法线方向上衰减和散射都很大。因此P-波的相速度在最大地应力方向上最小。

(4) 薄片法

几乎所有有生产能力的低渗透油气藏都具有不同程度的天然裂缝,特别是微裂缝。使用薄片法可为存在重大的各向异性提供直接依据。由于岩心薄片很小(经常小于有代表性的单元体),所以仅仅用薄片或单个岩心测量确定裂缝方位是不妥的。

3. 直接观察法

很显然,当希望知道水力裂缝的方向时,如果能应用直接观察法,当然可以得到最准确的结果。但是,这种方法在使用中经常会遇到很多困难,而且受井底条件影响很大。必须对井的裸眼段进行测试,并进行水力压裂。在裸眼段的小型压裂试验,可能需要改变下套管计划,增大成本。裸眼井测试技术对大多数井是不适用的,甚至是不可能的。局部的严重非均质性可能对裂缝方位影响很大,从而使这些方法测得的结果不大可靠。现场试验的某些结果表明,附近的断层和各种与构造有关的地质结构,对裂缝方位的影响是相当大的,特别当最大和最小水平地应力相差不大时,影响更大。

(1) 井下声波电视法

虽然实际类型的电视摄像机可用在很浅的井内(井内是干净的流体),但为了确定裂缝方位,多使用井下声波电视^[34-40]。这是一种超声波井下测试工具,有一个高分辨率的传感器,可旋转360°,由声波传播时间扫描出一个井眼表面图。声波传感器发射很窄的聚焦光束,脉冲频率为1800赫兹。井下声波电视应缓慢下井,并用与测斜仪相同精度的磁法定向。用这种技术可获得清晰详细的井壁显示。也可以提供岩壁坍塌(井眼椭圆度)、孔洞和天然裂缝等非常详细的图象。

Georgi^[41]报道了在某些地区由于低振幅回路造成声波电视图象清晰度衰减的情况。传感器的能量有很强的定向性,它要求声波光束几乎垂直于井壁。井下测试工具的偏心和井筒椭圆形都能产生垂直条纹,从而失去所需的资料。Stock等人^[42]报道了具有代表性的现场应用实例,并确定了 S_h 和 S_v 的相对大小。观察到了井壁垂直裂缝的存在,并认为是钻井诱发的水力裂缝。这些裂缝是原先存在的微裂缝的进一步扩展。

井壁应力诱发坍塌的机理是由Gough和Bell^[43]提出的(也可参看Zoback^[44]的文章)。岩石坍塌是由于水平压缩在井壁周围产生局部剪切破坏造成的。结果,就在井筒两侧产生沿着最小水平地应力方向的碎裂。如预先假设这一应力小于垂向压应力,则水力诱发的裂缝将沿着碎裂的法线方向延伸。M.D.Zoback和M.L.Zoback证实在应力诱发的碎裂和应力方向单

独测试之间存在极好的相关关系^[45]。他们根据震源机理、地应力测定、井壁坍塌和地质研究,还绘制了美国本土最大水平压应力方向图版。

Barton等人^[46]报道了在新墨西哥Fenton Hill地热地区,用井下声波电视确定就地地应力方向的应用。通过观察地应力诱发的坍塌和随后的分析,很好地解决了最小主应力的方向问题。另外,通过分析岩石的坍塌位置和用实验测定非限定岩石的抗压强度,他们进一步确定了主应力的方向并能解释一些观察到的地质现象。

图3^①表明井筒周围一种简单的地应力分布,以及井壁是如何沿着最小水平地应力方向碎裂(崩落,椭圆度)的。水力裂缝起裂于垂直最小水平地应力方向,即沿着最大水平地应力方向。图4是经过水力压裂后,2米裸眼井段的实际声波电视测井图,注意坍塌或碎裂发生在垂直于垂直裂缝的方向上。

(2) 测斜仪和其它井径测井仪

大量的四臂测井仪已广泛使用于各个地区,如果观察到岩石坍塌大体上连续发生在几个井段上,则用测斜仪得到的结果也可以用来确定地应力的方向。但是不能把用井径倾斜仪测得的井径测井图所确定的椭圆形井筒都解释为应力诱生的井壁坍塌。分析声波电视测井图可以弄清岩石坍塌的性质,并可通过观察钻井诱发的或原先存在的裂缝加以证实。

很多作者都报道了测斜仪在辨别天然裂缝或确定潜在的坍塌位置中的应用^[50,47-49]。Brown等人^[51]发表了东得克萨斯盆地比较深的Cotton Valley地层50口井的测试结果。仅有1%的观察点不在北35°西/南35°东方向(该方向是在其它井中观察的)。虽然他们发表的数据可以称得上是一流的,但是之中却提出水力裂缝沿着井壁坍塌方向,这是不正确的。Brown还绘制了一张方位图,此图表明穿过东得克萨斯几百公里区域内的测试结果极为相似。

Westermarck和Scholes^[52]对高声波反射介质使用固井质量检测仪(CET)鉴别裸眼井段的裂缝。通过对直接测定的数据进行综合分析,可获得裂缝方位图。

(3) 地层微扫描仪

地层微扫描仪^②(FMS工具)是测斜仪技术的进一步提高,它用一组密集的微电阻率测井仪系统代替测斜仪中的一个臂。该系统能得到井筒带状图象^[53](大约覆盖井筒面积的14%)。用地层微扫描仪除了能得到常规测斜数据外,还能得到更详细的立体清晰度。Plumb和Luthi^[54]比较了FMS和井下声波电视的优缺点。高分辨力的FMS图象在地质信息上类似于岩心照片,可以看出天然裂缝和由钻井诱发的裂缝。然而,井下电视能更好地辨认井壁岩石的坍塌。

(4) 压痕封隔器法

压痕封隔器就是韧性橡胶套在金属元件上的膨胀式封隔器。韧性橡胶在机械或水力作用下胀开。压痕封隔器的长度可以任意调节并接在油管末端下入井中,但是各封隔器间的间隔却是一个问题。用压痕封隔器能很清楚地显示裸眼段的水力裂缝情况。但普遍存在机械上的困难,应用受到限制。对特别致密的储集层要考虑的另一个因素是:在裸眼段进行无支撑剂的小型压裂测试时,产生的裂缝将会闭合。有时,这种裂缝在压痕封隔器上留下的标记很难与凿缝、切割缝或原先存在的微隙区别开。这些问题可通过压裂前下入封隔器的方法得到部分解决。

①图3—4是由斯坦福大学的C. Barton和M. D. Zoback提供的。——作者

②Schlumberger标志。——作者

1961年,Fraser和Pettit^[55]在得克萨斯Howard Glasscock油田一口井内使用了压痕封隔器确定裂缝方位,以提高该油田的注水采油量。60年代中期,在纽约地区Allegkeny油田,Anderson和Stahl^[56]用压痕封隔器测试三口压裂井,发现各井的裂缝方位相近。

Charlez等人^[57]把这种方法推广应用到用径向位移传感器围绕的立式水力式封隔器。作者报道了在一次小型压裂测试中用这种封隔器确定裂缝方位,最大、最小主地应力和岩石的弹性常数。Griffin^[58]分析了这种工具在技术上的问题和高成本。

(5) 套取裂缝岩心法

由Daneshy等人^[59]提出的方法,虽然包括取岩心,但由于它的直观性,也包括在本节之中,该方法是在钻井的同时在裸眼中水力造缝。假设裂缝在未钻开段以下延伸(即在“钻头之前”)。然后在未钻开但已产生裂缝的井段定向取全岩心。虽然这种方法实际运用的成功率只有50%左右,但却提供了几个有意义的结果。现将有关观察到的现象总结如下:

1) 停泵时得到的瞬时关井压力 (ISIP) 是地层最小主应力最好的度量。在同一层位内一次测试或不同测试中,观察到的ISIP的变化范围为200~300磅/英寸²。因此作者认为,当应力差小于这个值时是无足轻重的。

2) 可观察到地应力和岩石力学性质(如杨氏模量、泊松比或抗张强度)基本上是无 关的。

3) 主地应力方向不随深度变化。

4) 裂缝 的表面是光滑、垂直的,并且取心到裂缝底部时,没有发现泥浆到达裂缝底部。

最后一项观察结果和Christianovich及Zhel'tov^[60]的造缝模型是一致的。

4. 压力分析方法

早在1960年,Elkins和Skov^[61]就讨论了应用不稳定压力分析法确定水力裂缝方位的可能性。他们提出的是一种简单方法(假设线源解在各向异性油藏中是适用的)。已经发展了很多更完善的技术,但是由于需要很长的测试时间和高精度测压计,这些技术还没有广泛地应用于低渗油气藏中。

(1) 井间干扰法

Pierce等人^[62]提出了用脉冲试井确定裂缝方位和长度的方法;而Uraiet等人^[63]的研究提供了利用压裂井记录的压力确定裂缝方位的最适用技术。这一研究仅考虑了裂缝具有均匀流的情况。Cinco-Ley和Samaniego^[64]发展了这种技术,研究了具有一定导流能力的裂缝。准确地确定裂缝方位,需要有两口分别位于激动井90°和180°以外的观察井。与该技术有关的其它复杂因素是由储集层的非均质性引起的。例如,在测试井泄油面积内的渗透率是变化的,而往往都是在不甚清楚的情况下采取平均值。目前还没有一种模型能估计使用井间干扰试验方法时地层非均质性对确定裂缝方位的影响程度。

Pierce等人^[62],Abobise和Tiab^[65],也把这一技术推广应用到了油气田的实践中。但是对很多极低渗的地层,需要高精度(高成本)的压力传感器和很长的测试时间。储集层的非均质性、多层和地面干扰都可能使干扰测试方法不宜用来检测裂缝方向。而且其检测裂缝方位的精度也相当低。Frohne和Mercer^[66,67]及Sarda^[68]都报道过评价裂缝方位的现场试验。

(2) 压裂过程中邻井监测法

在实际压裂过程中,使用压力干扰方法进行干扰测试是可能的。在这种情况下,在压裂

施工中要使邻井连续生产或关闭。通过对现有技术的深化应能进行有关分析。Oliver 就报道过关于压裂引起的压力变化的分析^[69]。

5. 其它方法

(1) 地面测斜仪法

灵敏的测斜仪通常对检测水力裂缝的方位是有效的^[70,71]。测斜仪中的气泡检测器是非常灵敏的,它能测出地面上小至10毫微弧度的倾斜角。测斜仪的使用是建立在这样的假设上:在水力压裂过程中总能量的大部分可使地表变形。在深层压裂时,由于信号与噪音相比很小,则要求有极高的灵敏度。在科罗拉多和得克萨斯州中等深度的压裂中,通过测试确定了垂直裂缝的方向和近似缝长。

Smith等人^[72,73]比较了测斜仪和地面电位法在Wattenburg气田的测定结果,他是在综合研究确定裂缝方位的各种方法时进行这种对比的。Riccio^[74]报道了测斜仪成功地应用于具有水平裂缝的极浅井的情况。他们假设由地面等测斜线所圈定的面积和形状基本上对应于实际裂缝的面积和形状。在应用测斜仪计算裂缝参数时,缝高是未知的重要参数。Hanson等人^[75]研究了多层对压裂产生的地面变形在理论上的影响,并与实验室测试结果进行了比较。

(2) 潮汐应变法

Hanson和Owens^[57]讨论了固体潮应变方法。这是利用枯井和观察井间接地确定天然裂缝方位或由压裂产生的裂缝的方位。为了收集所需数据,仅需要一个常规的高精度压力计。使用这种方法同样可以估计地层总的压缩性和井间的 ϕ_{ct} 。孔隙压力对重力和气压计压力载荷影响的反映,可在油井测试的同时确定。为了从压力记录中提取固体潮应变响应,需要使用现代光谱分析和相关分析。Hanson^[76,77]发表了现场测试结果和理论分析。

(3) 区域地质学与地形学

区域地质学和测绘断层是初步估计地应力各向异性的最好工具。实际上,这就需要有对当前地应力状况的地质解释。当前的地应力状况是由先前的一些地质事件演化而来的。然而,在测绘技术的大量比较中,已经证明这种方法是可行的。但是当构造应力很大和很活跃时,这种地质解释是很复杂的。严重断裂的地区也给地质解释带来困难。局部水平地应力大小和方向的分析,最终必须归结到地质解释上。

三、现场结果

Griffin^[58]报道了在北阿拉斯加Kuparuk油层关于优选井距和注水井位置的广泛研究。他报道在同一口井内应用了七种方法:

- (1) 类似于测量井径确定椭圆度(碎裂);
- (2) 现场岩心应变释放测定;
- (3) 实验室内用DSA进行岩心测定;
- (4) 实验室内岩心声波速度的测定;
- (5) TABS;
- (6) 压痕封隔器;
- (7) 井下声波电视。

这些方法曾与单井和全油田的DSA数据、地球物理方法确定的声速、断层和构造图等进

行了比较。如果能预防发生的机械问题,井下声波电视和TABS方法看来是有发展前途的。由于很难得到未破裂的和定向岩心,所有的岩心测试技术都受到一定的限制。现场岩心应变释放方法比其它两种方法更没有规律性。虽然压痕封隔器的成功率是中等的,但也会发生很多机械问题。

在阿拉斯加和东得克萨斯,Lacy^[2]把五种测定裂缝方位的方法用于井深达12000英尺的油气田上,并对各种方法进行了比较,除了TABS和岩心分析方法外,Lacy详细报道了地面测斜仪系列的应用,以及对此系列采取的预防措施,以防止象树林和地面温度等对信号衰减的影响。对于深井,使用测斜仪系统需要增加大量的定向传感器,它们的定向排列要求事先知道裂缝的方位。

Smith等人^[78,79,80]在浅井中对七种测量裂缝方位方法的应用进行了比较,发现各种方法的结果相差很大。从微地震监控测得的结果很差,这说明对沉积的含油气层段,使用远距离地震监控具有很大的局限性。Hansen和Purcell^[81]报道了加利福尼亚州Kern County南Belridge油田特浅井的详细研究情况。除了与该油田有关的注蒸汽、注水、水力压裂和其它提高采收率(EOR)方法的经济效益外,由于该油田位于San Andreas断层东部不到20公里处并平行于该断层,因此这项研究工作具有很大的科研意义。地层测斜仪和井壁坍塌的测定认为是确定地应力方向最可靠的方法。地层深度仅约500~1000米,这是使用地面测斜仪成功的原因之一。压痕封隔器和地震测试的结果有很大差别。

Smith^[72]报道了在较浅的Wattenburg气田应用地面测斜仪、地面地震仪、压痕封隔器、井下声波电视、岩石强度与各向异性测定和地面电位诸方法的应用情况。虽然前面没有讨论地面电位测试方法,但已有一些作者对这种方法,特别它与其它方法的结合使用,进行了评价^[82,83]。得到的结论是:裂缝长度不相等是普遍存在的;在很小区域内裂缝方位变化很大;岩石各向异性对控制裂缝方位是很重要的;井下测试装置也可能导致确定裂缝方位失误。

Erickson和Waddell比较了水文和同位素测试以及井下声波电视测井方法,以确定地应力方向和渗透率各向异性^[84]。Evans^[85]讨论了泥盆纪页岩13块定向岩心的地质分析结果,发现裂缝方位与区域地应力和断层的方位有关。Abousayed和Pearson^[86]报道了邻近北斜坡具有中等井斜的四口油井中的测试结果。为了在斜井内得到裂缝方位,曾分析了小型压裂测试和以后压裂处理的结果。当井斜方向接近于裂缝方向时,发现裂缝穿过整个射孔段。

Clark^[87]对科罗拉多能源部MWX现场测定最大水平地应力方向的十种方法(即裂缝方向)进行了比较。这些方法涉及到地面地质观察、岩心测试技术和地形载荷的计算机模拟。所有方法的标准误差都是极低的。比较MWX井壁坍塌位置和方解石充填的垂直裂缝方位发现,当前地应力状态几乎与先产生裂缝再被充填时出现的应力状态相同。

最近,Teufel^[89]报道了在北海斜井内注水及提高采收率的现场研究成果。在十八口几乎偏离垂向60°的斜井中所进行的测试。包括测定岩心的滞弹性应变恢复。测试得到的地应力方向用来确定注水井和生产井的井位,以便优化提高注水采收率。Zoback等人^[90]对比了四口浅井岩心测试的原地应力和物理性质,证实了更深层的区域性地应力。

Saksa^[91]比较了确定地质力学性质和裂缝方向的放射性、电学、测斜仪和声波测井等方法。得到的结论是:测斜仪和声波测井是确定裂缝及其方位的好方法,而放射性测井方法的精度不够。

四、储集层非均质性的影响

1. 储集层的各向异性

有关渗透率的各向异性已在地球物理、地质和石油工程文献中进行了广泛的报道^[92, 94, 95, 68, 67, 93, 94, 12, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101]。必须注意到渗透率的各向异性, 很可能在低渗油层中遇到, 而且由此产生的后果往往是不利的。严重的渗透率非均质性会影响低渗油层的开发, 同时也增加了了解裂缝方位的意义。

引起渗透率非均质性的原因很多, 对它也进行了广泛的报道^[90, 100, 102]。它们是:

- 1) 颗粒大小的沉积变化及其以后的重新定向;
- 2) 主要是单方向上的天然裂缝;
- 3) 当前应力的各向异性, 它在没有天然裂缝时可能引起不大的渗透率各向异性, 而当主要平行于最大水平地应力方向的“微裂缝”张开时则引起更大的渗透率各向异性。

渗透率非均质性的分析解首次发表在地下水文学文献中^[103-105], 精确的数学解需要用 Mathieu 方程(该方程很难计算)。Kuchuk 和 Brigham^[106]把这些解推广应用到石油工程方面。Coat 等人^[107]使用数值方法解决了这一个问题。

Kunskrau 等人描述了储集层非均质性对泥盆纪页岩的影响^[108]。Elbel^[109]也阐明了考虑渗透率非均质性开发油田, 可大大提高采收率。

幸运的是, 很多问题都可直接通过坐标转换^[110-111]来处理。x 和 y 轴的转换如下:

$$x' = x \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_x}} = x \left(\frac{k_y}{k_x} \right)^{1/4} \quad (1)$$

$$y' = y \sqrt{\frac{\bar{k}}{k_y}} = y \left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{1/4} \quad (2)$$

式中 $\bar{k}$ 为平均渗透率, 定义如下:

$$\bar{k} = \sqrt{k_x k_y} \quad (3)$$

x, y 轴都沿着主渗透方向取向。当主渗透率轴为 x 方向时, 非压裂井的有效井筒半径如下:

$$r_w' = r_w \frac{\sqrt{k_y} + \sqrt{k_x}}{2\sqrt{k_x k_y}} \quad (4)$$

如果渗透率与当前地应力的各向异性有关, 则裂缝的扩展将沿着平行于最大渗透率方向。在不稳态流动阶段, 油层内的流动主要是受垂直于裂缝方向的渗透率 $k_{\min}$ 的控制。如果用平均渗透率 $\bar{k}$ 设计裂缝 ($\bar{k}$ 值由小型压裂试验确定), 可能会过高估计油井的生产能力。这就是为什么从试井中得到的缝长可能小于设计计算缝长的原因之一。

在渗透率非均质性的情况下, t_{Dxf} 和 P_D 式中的渗透率和缝长要分别用 $\bar{k}$ 和 $\bar{x}_f$ 代替, 其中 $\bar{x}_f$ 如下:

$$\bar{x}_f = x_f \sqrt[4]{\frac{k_y}{k_x}} \quad (5)$$

对均匀流的裂缝, Branagan^[112]修正了裂缝长度。Ben-Naceur 和 Economides^[111]修正

了Agarwal^[13]定义的无因次导流能力比,并把这种定量关系推广到具有有限导流能力的裂缝。修正后的无因次导流能力比如下:

$$\overline{C}_r = \frac{k w_f \sqrt{k/k_v}}{k x_f \sqrt{k/k_y}} = \frac{k w_f}{k_y x_f} \quad (6)$$

图5定性地描述了天然裂缝是如何导致各向异性渗透率平行于裂缝方向的。图中最大水平地应力使那些与它垂直的裂缝趋于闭合,而允许那些与它平行的裂缝张开,供流体流动。即使产生节理或裂缝的原始地应力已不是当前应力,但当前地应力的最终影响是产生渗透率的非均质性,这时水力压裂井是不利的。

非均质情况的分析解见附录A;然而,对均匀流和无限导流能力的裂缝,用几何替换法减小非均质是较准确的。已经证明,对均匀流裂缝来讲,裂缝的方位影响较小,这主要是由于使用均匀流裂缝模型时对动态的估计很差。

五、模 拟

由于以下原因将使用数值模拟方法:

1. 通过使用无限与有限导流能力的裂缝评价确定裂缝方位影响的可行性。这些方法能验证所求的分析解以及在没有分析解或分析解很难求解时,使用数值模拟在计算上更有效。
2. 评价不均匀的非均质性的影响。为了表示渗透率的非均质性和各向异性的复杂分布,引入了地质统计学模型。
3. 模拟加密钻井和两相流情况。
4. 简化气体流动和紊流计算。

在无限导流能力和均匀流裂缝的计算中,使用了两种裂缝方位模式,即0°和45°。图6和图7是这两种情况的网格划分示意图。对0°情况,为了便于模拟,取最小对称矩形为正方形的1/4,边长为 x_e ,在一个边上有1/4裂缝。对45°情况,对应的单元也是一个正方形,边长为 $\sqrt{2} x_e$,在该正方形的相对边上,各有一个1/4裂缝。

各均匀流裂缝的模拟,是将井布在许多很窄网格块中代表裂缝的每一个网格块的中心。对流量为常数情况,沿网格块长度方向的流量是均匀的。可以计算在两种裂缝方位下(0°和45°) x_e/x_f 为1和2的数值解。不难看出,如同分析一样,井筒流压是裂缝方位的函数。

具有无限导流能力的裂缝,沿缝长方向的压降应为0。实际上,只要无因次导流能力比大于10000,就能导致在任何情况下缝内最大压降小于2磅/英寸²。对无限导流能力裂缝,定产和定压问题是很容易用数值模拟方法解决的。对裂缝方位为0°和45°的情况,用前面讨论过的取1/4和2倍1/4方形网格进行了模拟。

图8—11表示在定压情况下, $x_e/x_f=1.333$,裂缝方位为0°或45°时,开井早期和后期的压力分布。原始地层压力为5000磅/英寸²,初始流压为2000磅/英寸²。定产递减的各泄流图形看来有所不同,因为早期的图形没有很陡的梯度,井底附近的梯度是常数,相当于定流量。然而,干扰增加的基本图形与定压情况是相同的。裂缝方位不为0°时的泄流带一般不是矩形或方形。

六、裂缝长度和井距的优选

一个油田被发现后,其开发速度取决于开发井的相对经济吸引力、已划定的油田大小、

预测的产值、油气市场情况（特别是生产天然气）、竞争力和法规的要求。Van Dam^[114]在1968年的文献中已拟定了气田优化开发的基本原则。所考虑的基本问题仍然是储量计算、储集层特性、水体延伸范围、油流入井动态、井距、油管流动特性和经济计算等。对低渗气田，这些因素中的很多都不是关键性的，例如，边界井的泄油和很强的水驱相对来说都不太重要。初期的井距常是由管理机关确定的，井距较大。实际上，对油层整体的认识需要由加密钻井后较密的井距得到。

1. 传统方法

井距及水力裂缝的长度和导流能力，在一定程度上是两个可控制的技术参数。与钻井相比它们的费用很高。大型水力压裂虽然费用很大，但效果很好。Holditch等人^[115]的论文是公开讨论裂缝长度和井距优化问题的最早的论文之一。Holditch把裂缝模拟与一个简单的典型曲线相结合，并与经济模型联系起来。他们的研究实际上并没有得到优化的结果，而是进一步限制了气田上使用的井距，如160, 320和640英亩/井。Holditch等人使用的简化模型并没有考虑砂子支撑和裂缝延伸到目的层以外等问题。更加复杂昂贵的模型可能会有效地成为功能很强的缝长模型^[116]。

Holditch的结论是：与确定最优缝长有关的两个最主要的因素是地层渗透率和单位英亩的含气量，并且渗透率越低要求裂缝越长，井距越小。但是，简化的典型曲线模型完全忽略了裂缝方位。另外，优化的结果常常表明，不管井距是大于或小于输入的范围，都是优化的。在其最后的一个例子中表明，当增加的缝长大于输入值时，净现值也增加。

Lemon等人^[117]在早期发表的一篇论文中，利用数值模拟结果确定缝长和裂缝方位对产量的影响。他们的结论是：当井距小于320英亩时，裂缝方向是影响产量的关键因素。但是，他们把任意给定的泄流形状作为他们的特殊情况来研究裂缝方位的影响。他们的2:1矩形，其中一条裂缝位于平行于主轴或次轴的模块的中心。也可以解释为渗透率各向异性影响的模拟结果。并不太出人预料之外，他们得到的结论是：沿最大渗透率方向的裂缝远比垂直于该方向的裂缝为好，而后者实际上是常见的。

Tison等人^[118]发表了东得克萨斯Cotton Valley气田用数值模拟方法预测加密井位的研究结果。他们的研究忽略了裂缝方位（基本上假设为已知）。但他们利用其模拟方法得到了最佳和最差裂缝方位情况的结果。然而他们是通过任意给定一个平行于裂缝、距离为井距之半的不流动边界来模拟加密井的。一个有问题的结论是关于测定第一批加密井静压的重要性。对低渗透储集层，测定加密井的静压是非常困难的，并且常在低估原始静压方面出现错误。对于象Cotton Valley这样多层的储集层，各小层的原始压力和渗透率都相差很大，要想得到原始静压是非常困难的。

2. 井间干扰的影响——注水和提高采收率的前人工作

很多早期的研究人员都认识到在注水开发中水力裂缝能改变水驱流线、压降和扫油效率。Crawford和Collins^[120]用电位模型研究了线性驱替方式，证明了裂缝方位和长度二者的影响。发现不利的裂缝方位对采收率的降低大于有利方位对采收率的提高。Dyes等人^[121]用x射线照片研究了五点井网（裂缝方向可能在生产井或注水井的最好或最坏方向）。Hartssock^[122]用类似的模型研究了有界五点井网。Hansford^[123]和Donohue等人^[124]研究了所有井都已压裂的五点井网。后一项研究综合了电位模型和数值模拟，并研究了不同裂缝方位的影

响。电位模型基本上“解决”稳态情况 ($dp/dt=0$)。对低渗情况来说, 不稳态流动阶段可能占整个井生产期限的很大一部分, 并且肯定在经济效益方面是一项控制因素。这些相似研究的另一个局限性是强调井见水时的驱扫效率。

Donohue等人^[124]给出了等电位分布。等电位结果能直接和他们分析计算的拟稳态结果相对。他们的结论是: 大于4.0左右的 x_e/x_f 值相对来说是不重要的。这些结果比同一研究中获得的单相递减结果更令人注意。

3. 了解裂缝方位的意义

在开始研究裂缝方位时, 人们认为裂缝方位对误差的敏感性是很大的; 然而这仅仅对流体驱替问题是如此。对于缝长小于井距的均匀流裂缝来讲, 裂缝方位几乎与其无关。确定裂缝方位需要大量的费用, 对于致密气藏似乎无此必要。在这些方面进行的一些工作, 目的在于确定缝长和缝高; 他们得到的只是水力缝长而不是填砂缝长。当井距有较大的灵活性时, 确定缝长的意义将增大。在裂缝延伸的垂向上可以增加一定数量的井。Elbel^[109]讨论了这个问题。

七、经济问题

对特定的地层参数 (渗透率、粘度、孔隙度、厚度、缝长等), 作为 t_{Dxf} 函数的所有 p_D 预测值都可直接转换为对应该时间的压力响应。对气井来说, 由于气体压缩的非线性性质, 需要引入实际气体的拟压力 $\Psi(p)$ ^[125], 也称为实际气体的位能。其定义如下:

$$\Psi(p) = \int_{p_b}^p \frac{2p}{\mu z} dp$$

无因次变量要重新定义, 以反映拟压力的应用。

同样, 定压生产的动态, 可通过计算连续变化的流量得到 (井内流量保持不变)。其计算可使用褶积积分或取定产解的Laplace变换, 转换为定压解。

对给定的一组地层参数, 如井距、裂缝方位、各向渗透率等, 可以计算出任意生产方式下的产量预测值和累计产量, 两种最简单的生产方式如下:

(1) 定压生产——油井生产仅仅受到给定的井底流压的控制。这种生产方式近似符合不受限制的油田实际。这种情况下地面井口压力为定值。

(2) 限制产量——产量限制在一个给定的最大值, 直到油井不能再按此产量生产 (给定的井底流压) 之后, 油井将转换为定压生产。

限定产量的原因包括法规部门的要求, 如允许产量, 也包括其他原因, 如没有销售市场, 为了防止底水锥进, 以及存在可移动的小颗粒等, 还有机械方面的原因, 如受生产设备的限制, 或受流动系统中临界 (声速) 压力降的限制等。产量的预测, 可通过把产量与 (考虑通货膨胀) 价格关联起来, 减去生产费用和贴现, 转换为净现金流动。对特定的缝长和泄油面积, 在减去井的初期总成本后, 可确定现金流动的净现值 (NPV)。

可以任意给定的一组经济和技术参数确定单位英亩的NPV和总产量 Q_f (最终采出量), 然后对这些值进行优化。优化值是与无因次数组相关联的。为了进行优化, 可作出某些有关经济和时间的假设。它们包括:

(1) 现金流动和NPV是在提交联邦所得税前的基础上计算的。生产费用可假设分为两类：可变的（美元/千英尺³气或美元/桶油）和固定的（美元/月）。

(2) 井的所有成本费可近似表示为： $\$COST = A + Bx_f^n$ 。A是钻井费用加上与该井压裂有关的所有固定费用，B和n是用来确定压裂费用（是缝长的函数）的系数和指数，在特定的使用中，必须确定B、n的适用范围。由Meng和Brown^[126]描述的方法非常完整地说明了成本-长度-导流能力的详细计算。

(3) 定压生产可作为生产条件的初始近似，还要考虑对临界流动限制的敏感性，定压生产递减前的定产生产期限，和地面定压等因素。紊流和两相流的影响似乎都不太重要。

(4) 渗透率各向异性的影响可从二方面进行研究；用分析解研究；其研究对井距和缝长优选的影响。可以不考虑渗透率各向异性对采收率和经济的影响进行参数估计。可以预料，查明渗透率各向异性大小的经济价值将是显然的。

(5) 同样，也可获得对不规则边界长度的敏感性。

(6) 可把某一裂缝方位定向的数值模拟结果与分析解进行比较。然后可用数值模拟方法获得分析解不能得到的专门结果。例如，加密井在递减后期如何影响采收率的？限制井距如何影响最终采收率和NPV？

下面是一个经济分析实例。

这个例子是优选裂缝长度和井距。井距在美国一般限制为80、160、320和640英亩等。该例使用不限定产量生产。假定所有井同时钻开储集层，并且储集层很大且均质。

优选的步骤是：选择一个井距和裂缝长度，确定成本，以定压生产进行产量预测，计算该条件下的经济效益和NPV值，然后再改变缝长。开始使用较短的缝长。这样NPV将增加到一个最大值，然后下降，NPV值下降的原因是由于当缝长增加到一定值后，裂缝（单位英尺）的费用将增加，从而减小了获得的利润率。在确定缝长后，再选择下一个井距继续计算。比较单位英亩的NPV值，所有负的NPV都是不经济的。从这些计算结果中，可以确定最佳的裂缝长度和井距。

图12给出了本实例的每英亩NPV曲线。所选择的缝长范围为100至900英尺，使用的技术参数见表1。要获得整个油气田最好的经济效益，需要优化单位英亩的NPV。用10%的贴现率比更详细地优化井距和缝长的NPV是有可能的。但是由于以下原因，这样做实际上往往是没有价值的：

(1) 确定的井距没有2~5%的误差是不现实的，实际中误差的允许范围为5~10%。

(2) 所估计的 k 、 ϕ 、 x_f 值和价格上涨等参数，对于更好的优化是不够精确的。

(3) 相对来说，NPV的计算对如此小的变化是不敏感的。

(4) 当单位英亩10%贴现率的NPV达到一个最大值时，储集层非均质性、定压生产和初始参数不变的假设，以及其它经济参数的近似性都会导致误差，此误差比在几英亩内NPV/英亩的变化要大。

(5) 把裂缝长度控制在数十英尺以内这在技术上是无法实现的，因此用加上或减去小于50英尺的缝长变化进行优化是没有必要的。

(6) 图13表示在固定缝长条件下10%贴现率的NPV/英亩与井距的变化关系，并可看到在顶点附近曲线是如何变化的。

附录 A

牛顿液体在均质多孔介质中的基本流动方程和一些相应的假设在以前的文献中已作了很好的介绍^[127]。不同边界条件的数值解也已发表多年了。其中许多解都和热传导问题的解相似，这是因为温度和压力的扩散方程相似^[128]。当使用径向流动方程时，大多数解都需要进行Laplace变换或Fourier变换。Gringarten引入了或者确切地说拓广了源函数和Green函数的应用，以求解这些问题^[129]。

1. 均匀流裂缝的 p_D

对于单位面积具有均匀流的垂直和水平裂缝，使用Green函数法很容易得到水力压裂井的解，而且这些解与无限导流能力裂缝的解有很好的近似性^[130-132]。均匀流裂缝模型虽然与实际裂缝内的流动不相符，但是已经证明，该模型用于高流动能力的水力裂缝是很好的。在生产初期，感兴趣的主要是试井问题而不是产量预测。

为了得到均匀流裂缝的解，需要综合水平线源和垂直面源（二者都是无限延伸的），以便得到它们共同作用的源函数，即均匀流裂缝的源函数。对无限延伸的水平线源，瞬时源函数为：

$$S(y, t) = \exp\left(\frac{-(y-y_w)^2}{4\eta_y t}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{\eta_y \pi t}} \quad (7)$$

对无限垂直面源，瞬时源函数为：

$$S(x, t) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x_f + (x-x_w)}{2\sqrt{\eta_x t}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{x_f - (x-x_w)}{2\sqrt{\eta_x t}}\right) \right] \quad (8)$$

对 $\eta_x = \eta_y = \eta$ 的交点，源函数为：

$$S(x, y, t) = \exp\left(\frac{-(y-y_w)^2}{4\eta t}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{\eta \pi t}} \cdot \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x_f + (x-x_w)}{2\sqrt{\eta t}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{x_f - (x-x_w)}{2\sqrt{\eta t}}\right) \right] \quad (9)$$

把所有的距离除以一个特定的长度（在该情况下取半缝长 x_f ），可以定义无因次变量。Gringarten^[129, 133, 134]原来用 x_f 代表全缝长。无因次距离如下：

$$y_D = y/x_f$$

$$x_D = x/x_f$$

$$y_{wD} = y_w/x_f$$

$$x_{wD} = x_w/x_f$$

无因次时间定义如下：

$$t_{Drf} = t_D \cdot \frac{r_w^2}{x_f^2} \quad (10)$$

$$= \frac{\eta \cdot t}{x_f^2} = \frac{kt}{\phi \mu c_i x_f^2} \quad (11)$$

现在利用无因次时间和无因次距离重新定义源函数:

$$S(x_D, y_D, t_{Dxf}) = \exp\left(\frac{-(y_D - y_{wD})^2}{4t_{Dxf}}\right) \cdot \frac{1}{2x_f \sqrt{\pi t_{Dxf}}} \cdot \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1 + (x_D - x_{wD})}{2\sqrt{t_{Dxf}}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1 - (x_D - x_{wD})}{2\sqrt{t_{Dxf}}}\right) \right] \quad (12)$$

为了得到空间任意点M的压力降, 可把源函数对时间积分如下:

$$\Delta p(M, t) = \frac{1}{\phi c} \int_0^t q(\tau) S(M, t - \tau) d\tau \quad (13)$$

对定产的解, 总是流量等于单位面积瞬时源流量乘以裂缝长度和高度, 即:

$$q = q(\tau) 2x_f h \quad (14)$$

注意:

$$\begin{aligned} d\tau &= \frac{x_f^2}{\eta} dt_{Dxf}, & p_D &= \frac{2\pi kh}{g\mu} \Delta p \\ p_D(x_D, y_D, t_{Dxf}) &= \frac{\sqrt{\pi}}{4} \int_0^{t_{Dxf}} \exp\left(\frac{-(y_D - y_{wD})^2}{4\tau}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau}} \cdot \\ &\quad \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1 + (x_D - x_{wD})}{2\sqrt{\tau}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1 - (x_D - x_{wD})}{2\sqrt{\tau}}\right) \right] d\tau \end{aligned} \quad (15)$$

这里的 τ 是积分变量。

2. 闭合边界的解

由几口井的压降迭加可以得到不流动边界和定压边界。Gringarten^[131]发表的论文解决了最简单的情况, 它的求解需要组合两组无限多的井。在矩形井网中一组无限井组, 其裂缝方位平行于网格轴, 由于这组井产生的压降可以形成不流动边界。在这种系统内, 不流动边界位于两井的中间。在实际应用中, 所需迭加的井数是随生产时间变化的。在生产初期, 油井的泄流区域可看作无限大, 此时该井不受系统内其它井的影响。随生产时间的增加, 其它井的影响也增大。

对于等井距的情况来说, 数值积分的计算要求计算井点(0,0)处的压力降, 并需要增加很多补偿井, 直到从等距井得到的压降增量值可从总压降中忽略掉为止。在实际应用中, 考虑对称条件可大大减少计算量。使用Poisson公式, 可把等井距解从两组无限井组的和转化为两无限井组的积(由Gringarten^[129]得到)。

如果考虑到原始井位, 并用 n, m 指标对分开各井的 x 和 y 单元数进行计数, 则所计算的积分为:

$$\begin{aligned} p_D(t_{Dxf}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \textcircled{1} \frac{\sqrt{\pi}}{4} \int_0^{t_{Dxf}} \exp\left(\frac{-(my_D)^2}{4\tau}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \cdot \\ &\quad \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1 + nx_D}{2\sqrt{\tau}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{1 - (nx_D)}{2\sqrt{\tau}}\right) \right] d\tau \end{aligned} \quad (16)$$

①原文误写为 $m=\infty$ (下页同)。——译者注