

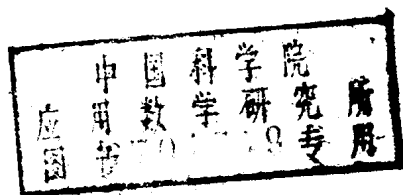
大學用書

作業研究

楊超然著

作 業 研 究

楊 超 然 著



自序

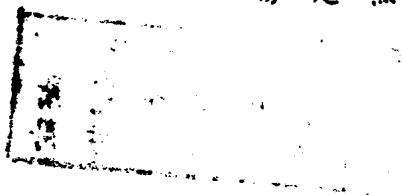
現代工商企業的發達，不但因其規模日益龐大，業務日益複雜而使得管理工作格外艱難，並且由於其所處的企業環境，亦在加速的變化，使得管理工作，不得不邁向整體的系統概念，詳盡研究分析過去資料，針對未來可能變化與情況，有效的把握住動態的目前，以達成最佳的決策。作業研究 (Operations Research) 即是運用系統化的科學方法，經由模式的建立與測試，協助達成最佳的決策。

本書目的，在於介紹作業研究的一般理論與應用扼要，為冀讀者能對作業研究獲得一整體概念，內容已力求簡明扼要，深入淺出。全書係以舉例的方式，說明有關理論的意義與應用，避免涉及艱深的數學，不但可作為大專教材，亦適合工商企業界人士自修與參考之用。

全書分為十七章，第一章至第八章係說明應用較廣的基本課題。第九章至第十七章係進一步的介紹作業研究的發展。各章節間業已盡可能予以獨立完整，可依課程需要作部分的更調與省略。於作為大專教材時，若係一學期課程，或係時間不夠時，可選擇第一章至第八章講授，亦可將各章的前數節作摘要講授，並不影響其完整。講授者亦可保留部分例示，指定由同學自習研討，不但可加強學習效果，並可節省講授時間。

筆者學疏識淺，誤漏在所難免，尚祈不吝珠玉，惠賜指正。

楊超然



作業研究 目錄

第一章 概論

一、作業研究的意義	1
二、決策形成	3
三、模式的性質	8
四、模式的建立	19

第二章 決策與機率

一、決策的選擇	27
確定情況下的決策	27
風險情況下的決策	29
不確定情況下的決策	32
二、機率概念	37
三、機率概念的應用	46

第三章 未定情況決策

一、斷續機率分配	59
條件利潤與期望利潤	61
條件損失與期望損失	66
完全情報期望值	67
邊際分析	68

2 作業研究

二、連續機率分配	72
常態分配	74
決策所需最低機率	81
損益估計機率	83
單位損失線	86
三、決策樹	91

第四章 利量分析及資本支出決策

一、利量分析	107
二、資本支出決策	118
三、設備更新	130

第五章 要徑法與計劃評核術

一、網路圖	148
二、虛擬作業	152
三、要徑法	161
要徑	161
最低成本日程	170
有限資源的調配	181
四、計劃評核術	197
時間計劃評核術	197
成本計劃評核術	207

第六章 存貨管理

一、存貨成本	223
--------	-----

二、經濟批量.....	230
列表法.....	231
基本模式.....	232
敏感分析.....	240
成本資料不完全時的應用.....	244
三、數量折扣.....	249
成本比較.....	249
價格變化.....	251
區段價格.....	253
四、安全存量.....	262
五、定期評估制.....	279
六、聯合訂購.....	281
七、生產管理應用.....	284

第七章 線性規劃

一、圖解法.....	299
極大問題.....	299
極小問題.....	316
二、代數法.....	319
三、單純法.....	332
極大問題.....	332
極小問題.....	354

第八章 運輸模式

一、行列優先法.....	378
--------------	-----

4 作業研究

二、階石法	381
三、供需量不等時的修正	392
四、階石及觀察法	397
五、修正分配法	403
六、解的退化	409
七、運輸模式的線性規劃解	412

第九章 指派問題與分枝界限

一、指派問題	419
二、分枝與界限	431

第十章 競賽與策略

一、兩人零和既定競賽	443
二、混合策略	448
三、 (2×2) 競賽	451
(一)算術法	451
(二)矩陣代數法	452
(三)聯合機率法	453
四、特殊形態的競賽矩陣	454
五、次競賽法	459
六、圖解法	464
七、 (3×3) 與更大競賽(線性規劃法)	468
八、競賽理論應用限制	475

第十一章 極大與極小

一、斜率·····	481
二、微分·····	483
三、極大與極小·····	489

第十二章 馬可夫分析

一、鏈環程序·····	509
二、轉換機率·····	511
三、高階馬可夫程序·····	515
四、均衡狀態·····	516

第十三章 等待線模式

一、等待線的構成·····	527
二、單線波氏到達指數服務模式·····	529
波氏到達·····	529
指數服務時間·····	537
系統狀態機率·····	539
系統模式·····	546
服務設施利用率大於一·····	551
三、其他波氏——指數模式·····	552
單線波氏——指數等待線模式具有長度限制·····	552
到達者來自有限群體·····	553
多線服務模式·····	557
四、其他分配等待線·····	560

第十四章 模 擬

6 作業研究

一、蒙的卡羅術·····	565
二、電子計算機的應用（流程圖）·····	584

第十五章 線性規劃的特殊問題

一、雙重性問題·····	601
1. 極大問題·····	601
2. 極小問題·····	604
二、退化問題·····	615
三、敏感分析·····	623
資源供應變化·····	624
價格變化·····	627
新產品·····	630
短期目標·····	632

第十六章 動態規劃

定價問題·····	641
包裝問題·····	648
生產及存貨問題·····	655
投資分配問題·····	664
採購問題及不定性·····	672

第十七章 非線性規劃

一、整數規劃·····	679
二、非線性目的方程·····	690
三、非線性目的方程與限制條件·····	693

第一章 概 論

一、作業研究的意義

近半世紀以來，企業經營者所面臨的企業環境，至少已發生了下列的顯著變化：

(1)由於工藝與科技的發達，導致產品壽命週期（Product Life Cycle）的縮短，促使企業經營者不得不隨時注意生產技術的改進與新產品的發展。

(2)由於全球性交通與電訊的發達，不但擴大了全球性貿易的流通，並加速了世界各地商情變化的影響力。

(3)由於企業規模的日趨龐大，使得工業品的生產大為增加，促成了大量的銷售與消費。

企業經營者處於此項變化多端，競爭日劇的環境中，其所能控制的因素，並未能相對的增加。所以企業經營者，必須洞察機先，衡量企業的客觀環境與其所可運用的資源，作成正確的決策取抉，以掌握企業的前途，單憑一時的機運，實已無法生存。近年來，電子計算機的迅速發展，已大為提高了人們處理資料的能力，使得現代企業於經營時，可充分發揮數量化資料的功能。企業經營者，可較往昔具有更多的資料，以協助其達成正確的決策，並建立起運用數量方法作為分析與決策的基礎。惟由於企業經營者所面臨的問題，非常複雜，所涉及因素亦極多，所以企業經營者的地位，仍極具重要性，於千頭萬緒中，找尋出有關的重要關鍵因素，配合客觀環境限制，掌握可控制因素，綜合運用現代化的決

策方法與其經驗及判斷，善為決策，以確保企業的生存與發展。

作業研究則是一項系統化的方法 (Systematic Approach)，以數量方法為基礎，去解決一項經營上的問題。作業研究一詞，對今日的企業經營者言，已不算陌生，惟各家對其定義，亦不盡相同。席勒夫 (Robert J. Thierauf) 於其「透過作業研究作成決策」一書中，綜合各家的說法，依據作業研究本身的特質，對其作一較完整的定義如下：「作業研究係由一組不同學識背景的有關人才，運用系統化的科學方法，以數學模式來表達一項複雜的機能關係，其目的在提供作成決策的數量基礎，以及發掘新問題所需的數量分析。」由上定義可知，作業研究乃是從經濟、社會、心理、政治、市場……等各方面，去分析問題，並透過數學模式來反映各項事實。同時由於企業環境複雜而富變異性，據此導出的數學模式，往往非人力所能有效處理，而有賴於電子計算機的運用。作業研究不但針對一項問題去設法解決，並積極發掘新問題，作為進一步的改善基礎。綜合上述，可知作業研究具有下列特質：

1. 自系統觀點去分析企業中有關機能關係：由於企業內各部門的機能，具有相互影響，一項決策，不可僅依該部門的立場去衡量，必須自整個企業的立場，以系統觀點分析一項決策所涉及的各項企業機能及其間的複雜關係。

2. 由一組不同學識背景的人才，共同研究解決問題：由於一項問題的徹底解決，其所涉及範圍必廣，由各方面的人才，認真合作，以求瞭解與分析問題，必較易獲得較佳的解決方法。

3. 應用科學方法：亦即應用系統化的方法，逐步的解決問題。此項系統化的方法，包含下列步驟：

- (1)觀察：即是發現事實，瞭解問題。例如有關人員、材料、設備、金錢、管理等各方面的所謂六個 W (What, Where, When, Who,

How, Why)。

(2)確定問題：認清事實並瞭解問題後，則需確定作業研究問題的定義，此項問題必須為一項真正的問題，而非一項表面的現象。應用要因分析，以確定問題所在。

(3)建立模式：通常包含三項步驟：資料分析、模式發展與模式證明。由於此時尚未能決定何者為最適當的解決方法，故應就各種可行的替代方案，建立多個模式，以供分析，尋求解決方案。

(4)選擇最佳方案：經由各項可行的實驗，選擇一項最佳的方案。各方案之成本效益，俱由各個別模式的計算而獲得，故建立模式後，將充實的資料，代入各模式，必可獲得結果。

(5)經由實行以獲證明模式的正確性：有者可以實際施行，有者僅可經由模擬實施，以證明其可行性。

(6)建立適當管制：於實施過程中，隨時可能遭遇不測的困難或新的外來因素，故應建立一項適當的管制制度，不斷的將實施結果反饋至管理當局，以作為不斷修正與改進的基礎。

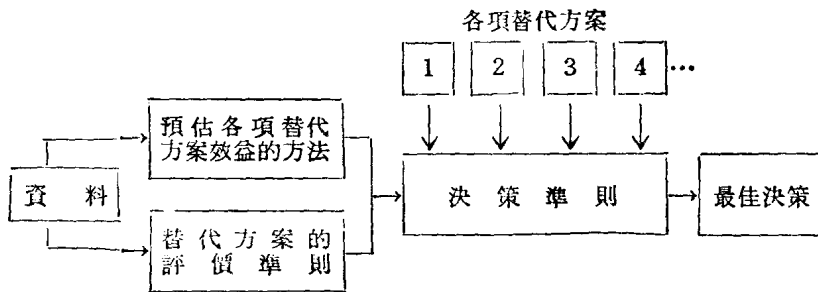
二、決策形成

企業經營者的主要職責，則是作成決策。而其決策對於企業的未來發展，無論就長期與短期的觀點言，皆有莫大的影響。決策者所面臨的待解決問題，可能係一項財務問題、市場問題、人事問題、或其他方面的問題，惟其解決，往往涉及整個組織，並非一項單純的孤立問題。為達成一項正確的決策，必須有一套理性的系統化步驟或程序，以科學與現實二者為基礎，運用數學模式，合乎邏輯地推演出合理的解決方案。決策理論即係研究如何作成一項合理的決策，並考慮現實所面臨的不定

4 作業研究

情況。

決策形成的結構，可以圖形表示如下：



為達成一項決策，首先必須有充分的資料，以為分析的依據。對於各項可行的替代方案，不但須兼顧理論與現實，予以列出，並應訂出估算各項替代方案效益的方法，以及對於各方案評價準則，然後就各項替代方案，依決策準則，選擇最佳方案，達成最佳決策。茲舉列說明如下：

設有某電子公司，因材料供應及業務問題，而需作成一項業務上的決策。其情況如下：

(1)材料供應：計有二種可能情況

A：預先妥購儲存：由於增加倉儲費用持有成本，每件產品成本自 \$3.80增至\$4.05。

B：臨時採購：每件產品成本仍為 \$3.80，惟另增加趕運成本總計 \$300,000。

(2)國外投標機會：目前有國外投標機會，需要一千萬件，材料需先購妥儲存，其中標機會估計有下列能情況：

投標報價（每件）	中標機會
C: \$4.15	.30
D: 4.12	.50
E: 4.10	.60
F: 4.07	.80

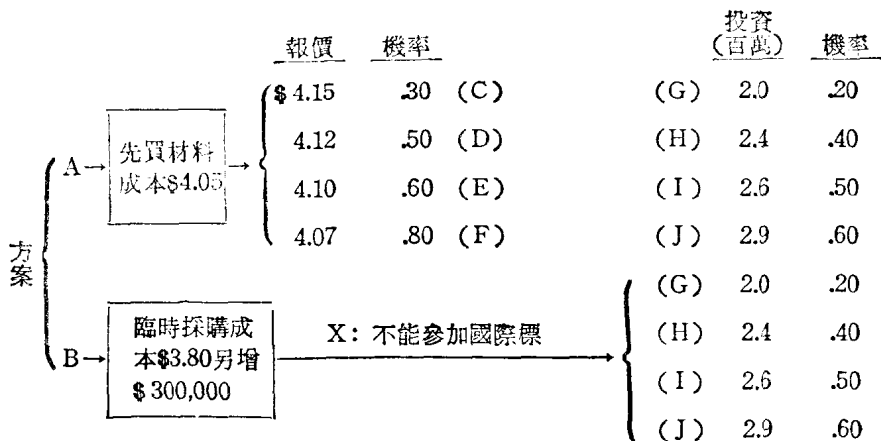
X: 若不能預先購妥材料，則不能參加該項國外標

(3)國內投標機會：國內於近期內，亦有投標機會，需量亦高，於國外標未投中時，可設法爭取此項業務。國內標價係固定，如單位成本\$4.05，可望獲利三百萬元，如單位成本\$3.80，可獲利四百萬元。惟國內標需新增檢驗設備，其中標機會係以審查此項設備之優劣(設備投資)而定，其可能情況估計如下：

設備投資額	中標機會
G: \$2,000,000	.20
H: 2,400,000	.40
I: 2,600,000	.50
J: 2,900,000	.60

依上述情況，可將其解，列出如下：

6 作業研究



依上圖顯示，計有ACG、ACH、ACI、ACJ；ADG、ADH、ADI、ADJ、……AFJ等16種方案，以及 BXG、BXH、BXI、BXJ 等 4 種方案，合計有20種方案可供選擇。各項方案的計算評估，其方式相同，茲以BXG 策略與 ACG策略分析如下：

BXG 策略：

採行 BXG 方案的策略，則是決定臨時採購，成本每件\$ 3.80，另增運輸成本 \$300,000，由於不能參加國際標，故僅能參加國內標，BXG 方案係採行 G案，則投資於檢驗設備二百萬元，中標機率估計為百分之二十。

由於不預購材料，故可獲毛利四百萬元，則減去二百萬元檢驗設備後，可獲利二百萬元，此項中標機會為 .20，故期望毛利為 $\$2,000,000 \times .20 = \$400,000$ ，再減去 \$300,000 趕運成本，其淨利期望值為 \$100,000。可列式計算如下：

$$(\$4,000,000 - \$2,000,000)(0.20) - \$300,000 = \$100,000$$

至於 ACG 策略之期望利潤，可計算如下：

ACG 策略係先購儲材料，故每件成本 \$4.05，參加國際標投標報價

(c 案) 爲每件 \$4.15，其中標機率爲 .30；惟若國際標未能投中，則再參加國內標 (G 案)，投資於檢驗設備 \$2,000,000，中標機率 .20。所以 ACG 包含國際標與國內標兩項：

國際標：

1,000,000 件

單價：\$4.15

單位成本：\$4.05

中標機會：.30

國內標：

中標利潤：\$3,000,000

需要投資額：\$2,000,000

中標機會：.20

獲得國內標而未獲國際標機率： $(1 - 0.30) \times (.20) = .14$

故其計算可列式於下：

$$\begin{aligned} & \$1,000,000(\$4.15 - \$4.05)(0.30) + (\$3,000,000 - \$2,000,000)(.14) \\ & = \$300,000 + \$140,000 = \$440,000 \end{aligned}$$

依此類推，可以求得上列 20 種方案的期望利潤，其中以 ADH 有最高期望利潤 \$470,000。故應選擇 ADH 策略。

就本例分析言，其決策形成的結構如下：

(1) 資料：各項機率、成本、收益的數值。因未能估計預先需採購材料或投資檢驗設備，惟未能得標而發生的損失；以及檢驗設備的殘值等項資料，故對於此等情況皆未予考慮。若能獲得進一步資料，則可予以併入分析。

(2) 預估各項方案效益的方法：應用機率概念，以期望利潤 (Expected Profit) 爲各項方案的效益。本例係估算未來的收益，並非確定。

8 作業研究

惟本例並未考慮可能有的其他效益或無形效益。例如得國際標可能對未來市場的開發有幫助，增添檢驗設備可能對企業的技術水準有貢獻等，並未予以估計，亦未予以列入效益預估的項目內，若有可能自可予以蒐集資料，加以改善。

(3)替代方案的評價準則：本例係以期望利潤減去成本後的淨額，作為各方案的評價準則。一如前述，由於僅以期望利潤的計算為預估各方案的效益，故其評價準則未予考慮有關的其他無形效益。

(4)各項替代方案：亦係應用機率概念，列出 ACG 等 20 項可行的方案。

(5)決策準則：選擇具有最大期望利潤淨額的方案，作為最佳方案。由於求得 ACG 等 20 項可行方案的期望利潤淨額後，即可擇取其中最大值者為最佳方案，故其最佳解 (Optimum Solution) 非常易求，無須運用高深數學。惟有甚多場合，最佳解或接近的最佳解，皆非容易求得。

(6)最佳決策：比較 ACG 等 20 項方案的期望利潤淨額，則可求得 ADH 方案為最佳決策。管理當局若無其他考慮則可以此項方案為其所採行的最佳策略。

三、模式的性質

(一)模式的意義

模式係一項實物 (Object) 或一項實際情況 (Situation) 的描象表達。經由模式表現了該項實物或情況的各因素及其相互間的因果關係。由於模式係具體而微的代表實物或實際情況的有關表徵，故其較實物或實際情況必為簡單，然為能充分代表實物或實際情況，故其又必須能將