

中国工程热物理学会

流体机械学术会议论文集

一九九一

北京



流 体 机 械

目 录

I、流动数值分析

1. 样条函数空间理论在叶轮机械内部流场计算中的应用 胡志伟 李勤凌 苗永森 I-1
2. 多翼型复连通域二维势流边界元解 吴玉林 李延明 I-7
3. 水力机械节距平均 s_2 流面理论及其应用 张启德 高建铭 I-13
4. 离心风机蜗壳内三维紊流场的研究 宋保军 曹淑珍 谷传纲 苗永森 I-21
5. 应用非交错网格技术对三维紊流流场的数值研究 宋保军 谷传纲 苗永森 I-29
6. 径向无叶扩压器内三维湍流边界层分离点的计算 宴华书 I-37
7. 离心式叶轮流道内边界层厚度的解析探讨 杜杨 周明来 I-43
8. 一种考核不同紊流模型数值预示结果的方法 胡志伟 黄淑娟 苗永森 I-49
9. 固粒穿越湍流边界层的运动性态 沈天耀 赵建福 李银平 I-55
10. 考虑逆压梯度和旋转影响时离心叶轮端流边界层计算及应用 沈天耀 何伟 I-63

II、试验研究

1. 喷咀斜流阀有效通流面积的测定 叶树椿 代汝平 徐玉党 郑忠元 II-1
2. 恒速喷嘴的理论分析和实验研究 龚茂勤 杨文鸽 吴祥鹏 II-5
3. 平面叶栅内颗粒运动的高带摄影与数值模拟 史峰 徐忠 马材芬 II-11
4. 双头双机翼反向对称翼型的研究 李超俊 魏百锁 II-19
5. 工业用梯形截面蜗壳内部流场的实验研究 ... 胡洪山 席光 王尚锦 姜桐 II-27
6. 矩形蜗壳内流场三维测试与分析 曹淑珍 匡水平 王少峰 II-33

III、水轮机及泵

1. 刘这峡电厂2号机组振动分析 马震岳 董毓新 钱学智 III-1
2. 水轮机圆筒阀模型开发 金朝铭 包钢 程述声 苏尔皇 王洪杰 季天晶 III-9
3. 离心式固液两相流泵设计研究 顾广运 III-17
4. 多级离心渣浆泵轴向力的计算与应用 崔巍 III-25
5. 轴流泵转轮空化性能的数值预测 汤方平 袁伟声 III-33
6. 泵与风机变速调节的若干问题 丁学俊 葛天聪 III-41
7. 12P-7型杂质泵的更新改造 许洪元 谭海聪 李文鸿 III-47

N、风机

1. 特种车辆新型冷却风扇国产化中的 CAD 技术及其应用 夏付东 N-1
2. 轴流式风机空间流型分析与研究 吕文灿 N-7
3. 轴流风机进气室内部流场研究 罗勇 马材芬 N-13
4. 双向轴风机新翼型的研究 李超俊 魏百锁 N-21
5. 风机变形设计的初方案及其优化方法 桂利川 谷传纲 常鸿寿 N-27
6. 风机矩形蜗壳内部流动特性及其二次流的研究 胡胜利 吴克启 N-33
7. 长短叶片前向离心式通风机中短叶片对滑移系数的影响及修正
..... 杜利川 谷传纲 常鸿寿 N-39
8. 高效耐磨排粉机的设计与应用 黄少鹗 N-47

V、压缩机

1. 轴流压缩系统不稳定形态的实验研究 李军 刘志伟 V-1
2. 低稠度扩压器特性研究 张冬阳 V-7
3. 在周期性阵风作用下环形叶栅叶片上不稳定脉动力及其在离心压缩机中的应用
..... 胡春波 余文化 V-13
4. 离心压缩机叶片扩压器噪声的理论分析 余文龙 胡春波 V-19
5. 离心式压缩机内部流场的数值计算与分析 陈西 苗永森 V-25
6. 离心风机损失的数学模型 蔡兆林 吴克启 区颖达 宋耐荣 V-33

样条函数空间理论在叶轮机械内部 流场计算中的应用

胡志伟 李勤凌 苗永森
(西安交通大学)

摘 要

本文论述了样条函数空间中 B—样条的特性,兼顾叶轮机械内流线绕度大的特点,使用三次 B—样条函数获取与流线有关的各阶导数,提高了数值导数的精度。并将其应用于流线曲率法中。由于 B—样条函数具有良好的递推性和局部支撑性,本文方法可不增加每次迭代计算量并能大大减少计算达到收敛所需的迭代次数。数值实验表明:本文方法具有使用简单、计算量小、收敛速度快等优点。并可推广到准正交正面法等其它场合。

引 言

自吴仲华^[1]先生提出“两类相对流面”理论以来,对流面上流动的大量研究发展了许多数值方法。流线曲率法由于只求解一个常微分方程,数值过程简单,而得到了广泛的应用^[6~10]。但这一常微分方程中含有与流线有关的各阶导数,它们的精度直接影响着计算结果的精度和收敛速度。确定这些导数的常用方法是使用三次多项式样条函数^[1~8]。由于叶轮机械内流线绕度很大,使用三次多项式样条函数进行数值拟合时,往往会出现附加拐点,求出的导数值偏差很大。此外还需给出流线两端的一阶或二阶导数值,而这些导数值在求解过程中是未知的。由于 B—样条函数具有良好的局部支撑性和递推性,能很好地适应叶轮机械内部流线的特点,且在进行数值拟合时无需流线两端的导数边界条件,克服了三次的多项式样条的缺点。本文使用样条函数空间中以 B—样条为基底的样条函数确定与流线有关的各阶导数,并将之应用于流线曲率法中。

一、流线曲率法

求解透平机械内部流场时,在柱坐标系下推出相对流速沿任意曲线的变化率方

程^[4]:

$$\frac{dW}{ds} = (A \frac{dr}{ds} + B \frac{dz}{ds})W + C \frac{dr}{ds} + D \frac{dz}{ds} + (\frac{dh_{i,0}}{ds} - \omega \frac{d\lambda}{ds}) \frac{1}{W} \quad (1)$$

其中: $A = \frac{\cos\alpha \cos^2\beta}{r_e} - \frac{\sin^2\beta}{r} + \sin\alpha \sin\beta \cos\beta \frac{\partial}{\partial r}$

$$B = -\frac{\sin\alpha \cos^2\beta}{r_e} + \sin\alpha \sin\beta \cos\beta \frac{\partial}{\partial z}$$

$$C = \sin\alpha \cos\beta \frac{dW_m}{dm} - 2\omega \sin\beta + r \cos\beta (\frac{dW_\theta}{dm} + 2\omega \sin\alpha) \frac{\partial}{\partial r}$$

$$D = \cos\alpha \cos\beta \frac{dW_m}{dm} + r \cos\beta (\frac{dW_\theta}{dm} + 2\omega \sin\alpha) \frac{\partial}{\partial z}$$

流线曲率法沿准正交线求解速度梯度方程。速度梯度方程是一个常微分方程,可使用 Runge—cutta 法进行数值积分。以通过每个准正交面的质量守恒为原则进行迭代,最终得到正确的流线位置和各点的速度。

二、样条函数空间

1、样条函数空间

对于某一区间 $[a, b]$,给出其上的一个分划:

$$\Delta: a = x_0 < x_1 < \dots < x_{N+1} = b$$

定义 1、函数 $S_{n,k}(x)$ 称为关于分划 Δ 且亏数为 k 的 n 次样条函数,如果 $S_{n,k}(x)$ 满足:

- 1) 在每个子区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 上,函数 $S_{n,k}(x)$ 是 n 次多项式($i=0, 1, \dots, N$)
- 2) $S_{n,k}(x) \in C^{n-k}[a, b]$

如果 $k=1$,则简称为 n 次样条函数。

关于这一分划的所有亏数为 k 的 n 次样条函数组成的空间记为 $S_{n,k}(\Delta)$,样条函数空间 $S_{n,k}(\Delta)$ 是一个有限维线性空间。

定理 1、样条函数空间 $S_{n,k}(\Delta)$ 是 $(n+1)+kN$ 维的线性空间。

证明参见[2]。

只要在 Δ 上找出 $(n+1)+kN$ 个线性无关亏数为 k 的 n 次样条函数做为基函数, $S_{n,k}(\Delta)$ 中的任意一个样条函数 $S_{n,k}(x)$ 都可以表示成这些基函数的线性组合。

可以证明:亏数 $k=0$ 的 n 次样条函数就是 n 次多项式。常用的是亏数 $k \geq 1$ 的 n 次样条函数。以下我们讨论 $k=1$ 的情形。

2、B—样条啊

讨论 B—样条前,先引入截幂函数:

$$x_+^r = x^r \cdot \delta(x) \quad (2)$$

$$\text{其中 } \delta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

定义函数 $\varphi_n(x, t)$:

$$\varphi_n(x, t) = (t - x)_+^n \quad (3)$$

定义 2、设 $\{x_j\}$ 是分划 Δ 的节点序列, 函数

$$(x_{i+n+1} - x_i) \varphi_n(x, t)$$

关于点 $t = x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+n+1}$ 的 $n+1$ 阶差商

$$B_{i,n}(x) = (x_{i+n+1} - x_i) \varphi_n[x; x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+n+1}] \quad (4)$$

称为第 i 个 n 次规范 B -样条函数, 简称 B -样条。

对分划 Δ 做下述扩展:

$$\Delta_1: x_{-n} \leq x_{-n+1} \leq \dots \leq x_0 < x_1 < \dots < x_{N+1} \leq x_{N+2} \leq \dots \leq x_{N+n+1} \quad (5)$$

在区间 $[a, b]$ 内, 它与 Δ 完全相同。在这一点序列 $\{x_j\}$ 上做 B -样条 $B_{i,n}(x)$ ($i = -n, N$), 这 $n+1+N$ 个 B -样条是线性无关的, 它们构成样条函数空间 $S_{n,1}(\Delta)$ 的一组基底, 任意样条函数 $S_{n,1}(x)$ 都可用它们的线性组合来表示。

$$S_{n,1}(x) = \sum_{i=-n}^N C_i \cdot B_{i,n}(x) \quad (6)$$

3. B -样条的几个基本性质

1) 递推关系式:

$$B_{i,0}(x) = \begin{cases} 1, & x \in (x_i, x_{i+1}] \\ 0, & x \notin (x_i, x_{i+1}] \end{cases} \quad (7)$$

$$B_{i,k}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} B_{i,k-1}(x) + \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_{i+2}} B_{i+1,k-1}(x) \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

2) 正性和局部支撑性:

$$B_{i,n}(x) \begin{cases} > 0, & x \in (x_i, x_{i+n+1}] \\ = 0, & x \notin (x_i, x_{i+n+1}] \end{cases} \quad (9)$$

证明参见[2]。

B -样条的上述性质使它的数值计算变得很方便。以 B -样条为基函数进行样条数值拟合时, 式(6)的系数矩阵为一准三对角阵, 本文使用改进的“追赶法”进行求解。也不需要给出拟合曲线两端的边界条件(一阶或二阶导数), 避免了由于叶轮机出口处流线方向未知而引起的误差。

本文选取了绕度较大的几条解析函数曲线, $y=1/x, y=1/(x^2+1)$, 在相同节点下, 比较了 B -样条函数和目前使用较多的三次多项式样条拟合离散点产生的误差。数

值分析结果表明: B -样条函数拟合曲线对数值误差有很大的改进。图 1 绘出了在相同节点下旋转三次多项式样条和三次 B -样条拟合曲线 $y=1/x$ 时的二阶导数误差比较。

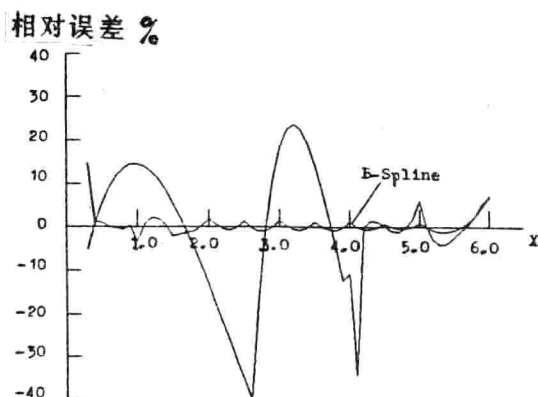


图 1 二阶导数误差比较

三、数值示例

根据上述分析,本文使用三次 B -样条函数拟合与流线有关的各阶导数,对流线曲率法进行了改进。文献[3]对[4]中的方法进行了改进,并使之适应性更强,但仍使用旋转三次多项式样条函数拟合各阶导数。本文对文献[3]中计算的后弯离心式压缩机和径向离心式压缩机叶轮内部流场进行了计算,计算结果见图 2 和图 3。它与文献[3]的计算结果(图中以+号代表)基本吻合,但本文方法达到收敛所需的迭代次数远

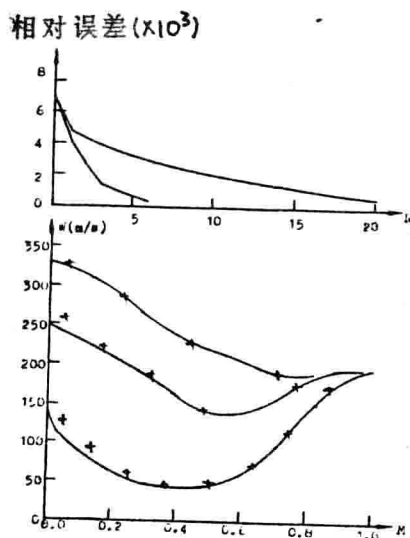


图 2

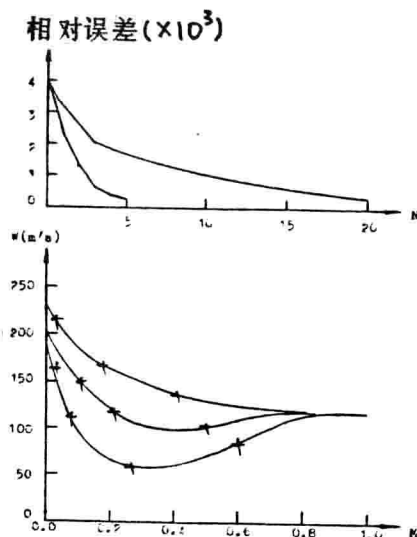


图 3

小文献[3]的计算。

上述数值分析表明:本文对流线曲率法的改进是成功的。由于 B -样条函数有良好的递推性和局部支撑性,拟合曲线时的计算只需求解一个三对角矩阵,因而计算很简单且每次迭代的计算量也不大。使用 B -样条函数拟合叶轮机械内流场各参数获得的各阶导数的精度高,因而流线迭代收敛很快。本文改进后的流线曲率法具有使用简单、计算量小、收敛速度快等特点。

四、结 束 语

文中论述了样条函数空间中 B -样条函数的特性,兼顾叶轮机械内部流动流线条度大的特点,使用三次 B -样条函数拟合数值结果,求与流线有关各阶导数,对流线曲率法进行了改进,数值分析表明:改进后的流线曲率法具有计算简单,收敛速度快等优点。

参 考 文 献

- [1] Wu Zhonghua, A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial-, Radial-, and mixed-Flow Type, NACA TN 2604 (1952)
- [2] 程正兴:数据拟合,西安交通大学出版社,1986
- [3] Vanco, M. R. : "Fortran Program for Calculating Velocity in the Meridional Plane of a Turbomachine", NASA TN-6701 (1972, 3)
- [4] Katsania, Theodore; Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculating Flow Distribution in the Meridional Plane of a Turbomachine, NACA TN D-2546 (1964)
- [5] Katsanis, Theodore; Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculating Flow Distribution on a Blade-to-Blade Surface in a Turbomachine, NACA TN D-2809 (1965)
- [6] 黄兰洁:关于流线叠代法,计算数学, No. 1 1978
- [7] 王少平:样条函数法的理论分析及其在径、混流式前向三元叶轮成型设计中的应用,西安交通大学硕士论文,1986. 5
- [8] 陈明:前向三元叶轮风机的研制及前向、径向、后向三元叶轮内稀薄气—固两相流动的数值分析,西安交通大学硕士论文,1988. 6
- [9] Senoo, Y., & Nakase, Y., Analysis of the Flow Through A Mixed-Flow Impeller, Trans. ASME Series A, Vol. 94 No. 1 (1972)
- [10] 苗永森,王尚锦:径、混流式三元叶轮“全可控涡”设计的理论方法,工程热物理学报, No. 2, 1981

多翼型复连通域二维 势流边界元解

吴玉林
(清华大学)

李延明
(有色冶金设计总院)

摘要:本文以水轮机蜗壳、固定导叶和活动导叶的全部流道为例,计算多翼型复连通域中二维势流。计算采用边界元法,并把 Kutta 条件直接代入,保证翼型尾端压力相等,并能避免多重迭代。

一、 引 言

图 1 为混流式水轮机引水部件的二维等效模型[1],包括蜗壳,固定导叶和活动导叶双排环列叶栅,组成一个含有多翼型的复连通域。本文用边界元法求解此域中的二维有势流动。在引入边界条件的过程中,按文献[2][3]中的方法,直接代入翼型尾缘的库塔条件,即保证了边界元法中求解代数方程组的适定性,又克服多重迭代以满足库塔条件的困难,使含有多翼型的复连通域的计算简单易行。对于流体机械的流动分析有一定的理论和实际意义。

利用本方法可以计算蜗壳和多列导叶所组成的联合流场,可以研究蜗壳和导叶之间的相互作用,也可以研究(水轮机中)固定导叶和活动导叶之间,不同数目比和不同相对位置的影响。这在工程上有一定的实际意义。计算实例为一个蜗壳和导叶组成的混流式水轮机引水部件的模型[4]。在设计工况,计算与实验结果吻合很好。

二、基本方程及边界条件

图 1 为混流式水轮机引水部件的简化二维等效模型。按照文献[1]中的方法,将蜗壳的流动简化为与座环等高的两平板间的流动。假定断面面积起主要作用,在自由涡假设的前提下,保证每个断面的流量与真实蜗壳相等,计算蜗壳外轮廓线,并在计算时考虑了座环延伸进入蜗壳部分的影响。

同时对于混流式水轮机由于其水头高,导叶部件的相对高度小,可以假设沿导叶高度流动参数均布。这样就把全部引水部件简化成图 1 所示的二维平面蜗壳和双排叶栅组成的多翼型复连通域。设流体为不可压理想流体。当在进口边 AB 的流速均布时,根据开尔文定理,全流场的流动可认为是有势流动。其流函数 ψ 满足二维 Laplace 方程:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

为了用积分方程法求解域图 1 中的流动,应把复连通域转化成单连通域。为此,在每

个翼型尾缘（包括蜗壳鼻端 C）至计算域出口圆 E 作割线，这样才能采用积分方程法求解。但是除了图 1 中的割线 CE 以外，由于其他割线上的流函数值 ψ 和其法向导数值，在割线两侧对应点上大小相等，且导数方向相反，在积分方程相互抵消，最后在图 1 中只保留了割线 CE（用虚线表示）。求解域上各边界的流动条件为：

(1) 蜗壳进口边 AB 上：

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = -V_s = 0 \quad (2)$$

其中 n 为法线， V_s 为切向流速。在边界元方程中，此边界上流函数 ψ 为待求值。

(2) 在全流场出口圆 E 上，只给定 $\frac{\partial \psi}{\partial n} = -V_s$ 为常数的条件，这个常数待求，而且此边界上的 ψ 值也为待求，而且割线 CE 的端点 E 为 ψ 值的跳跃点，此点一端 $\psi = 0$ ，另一端为 $\psi = \psi_0$ 。

(3) 蜗壳壁面条件：在 BC 边壁上令：

$$\psi_1 = 0 \quad (3)$$

在 CDA 边壁上：

$$\psi_2 = \psi_0 = Q / B_0 \quad (4)$$

式中 Q 为流量， B_0 为导水机构高度。在这些边壁上，法向导数 $\frac{\partial \psi}{\partial n}$ 为待求值。

(4) 所有导叶翼型表面上给定第一类边界条件：

$$\psi = C_{sx} \text{ (或 } C_{gx}) \quad (5)$$

其中 C_{sx} 指固定导叶， C_{gx} 指转动导叶。 C 值对于每个导叶翼型为一常数，但为待求值，同时翼型表面所有单元上的法向导数， $\frac{\partial \psi}{\partial n}$ 仍然为未知量，在求解边界元方程时得出所有待求值。

(5) 蜗壳鼻端 C 点和所有翼型尾端的库塔条件为翼型尾端附近的两边单元上的流函数法向导数大小相等。

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)' \quad (6)$$

在边界元方程中，把 (6) 式直接代入，这样翼型表面法向导数的未知数就会减少了一个，但是增加了翼型表面流函数值的未知数 C_{sx} 或 C_{gx} ，仍可使翼型表面计算单元数和未知量数目相等。同时，蜗壳鼻端库塔条件 (6) 式的直接代入也会减少此处的一个法向导数未知量，这个未知量由出口圆 E 的法向导数代替。这样整个边界上的未知量数目会等于边界元法中全部方程的数目，也就等于边界上单元的数目（当利用常数单元时），整个方程组是适定的。

(6) 割线 CE 两边的流函数相差一个常数 ψ_0 ，且法向导数 $\frac{\partial \psi}{\partial n}$ 大小相等，方向相反，割线 CE 上的单元数为 m_2 ，这些单元不增加边界元方程数目，也不增加未知量的数目，只在每个方程中增加了一个常数项。

三、边界元计算

引入 Laplace 方程的基本解 Φ^* ，对式 (1) 积分利用格林定理，可得到域内一点 $\zeta (\zeta \in \Omega)$ 的流函数 $\psi(\zeta)$ 的边界积分方程：

$$\psi(\zeta)_{\zeta \in \Omega} = \int_{\Gamma} (\Phi^* \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial \Phi^*}{\partial n}) d\Gamma \quad (7)$$

式中 Ω 为积分域， Γ 表示边界。

对于 $(\zeta \in \Gamma)$ 上一点也可以写出 (7) 式。利用常数单元离散边界 Γ ，考虑到割线 CE 上的单元数为 m_2 ，其他全部边界上的单元数为 m_1 ，全部单元数为 $m = m_1 + m_2$ 。最后可以得到边界元法的代数方程：

$$\sum_{j=1}^{m_1} \psi_j G_{ij} + \sum_{j=1}^{m_2} \psi_0 G_{ij} = \sum_{j=1}^{m_1} \frac{\partial \psi_j}{\partial n} H_{ij} \quad (8)$$

式中 i 表示考察点， j 表示源点，当 $i = 1, 2, \dots, m_1$ 时，(8) 式组成 m_1 个方程的代数方程组。其中方程的系数 H_{ij} 和 G_{ij} 为：

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} \Phi_j^* d\Gamma$$

$$H_{ij} = \begin{cases} \hat{H}_{ij} & (i \neq j) \\ \hat{H}_{ij} + \frac{1}{2} & (i = j) \end{cases}$$

$$\hat{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} \Phi_j^* d\Gamma$$

上式中 H_{ij} 的系数对应于光滑边界上的点， Γ_j 表示单元。对于本文采用的常数单元可以利用解析积分直接得出 $\hat{H}_{ij}$ 和 G_{ij} 的表达式。系数由解析式计算，精度和计算速度均比高斯数值积分有所改善。

式 (8) 中的第二项和式 $\sum_{j=1}^{m_2}$ 为在割线单元上求和，由于 ψ_0 是给定常数，故这个和式只在方程中增加一个常数项。这样在 (8) 式中只有 m_1 个含未知数的单元，每个单元共有两个变量 ψ 和 $\frac{\partial \psi}{\partial n}$ 。考虑到二中边界条件的给定方法，当其中一个变量已知时，只剩下一个未知量，同时考虑到上述 Kutta 条件的处理，全部 m_1 个代数方程，有 m_1 个未知量，整个方程组适定可解。

当求解出边界上所有单元的流函数和法向导数后，域内任一点的 X 向流速和 Y 向流速 w_x^i, w_y^i 即可求出：

$$w_x^i = \frac{\partial \psi_i}{\partial x} = \sum_{j=1}^{m_1} \left(\frac{\partial \psi_j}{\partial n} \right)_i H_{xij} - \sum_{j=1}^{m_1} \psi_j G_{xij} + \sum_{j=1}^{m_2} \psi_0 G_{xij}$$

$$w_y^i = \frac{\partial \psi_i}{\partial y} = \sum_{j=1}^{n_1} \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_i H_{yji} - \sum_{j=1}^{n_1} \psi_j G_{yji} + \sum_{j=1}^{n_1} \psi_0 G_{yji}$$

其中

$$H_{xji} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial \Phi^*}{\partial x} d\Gamma$$

$$H_{yji} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial \Phi^*}{\partial y} d\Gamma$$

$$G_{xji} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} \right) d\Gamma$$

$$G_{yji} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial n} \right) d\Gamma$$

上述各系数的积分可用等精度高斯积分求解。每点的压力 p 值可由伯诺里方程解出。

四、计算结果

对于图 1 所示的混流式水轮机全部引水部分的模型机组进行了二维势流常数边界元法分析。此模型的主要数据 [4] 如下：

固定导叶数 $m_f = 10$ ，活动导叶叶数 $m_o = 20$ ，属于 1:2 导叶数目比，导叶高度为 $B_0 = 48mm$ ，模型机组的转轮直径 $D_1 = 300mm$ 。计算了四个工况下的流动。其中图 2 和图 3 为设计工况的结果，对于设计工况导叶开度 $A_0 = 21mm$ ，流量 $Q = 75l/s$ ，导叶安放角为 31.98° 。

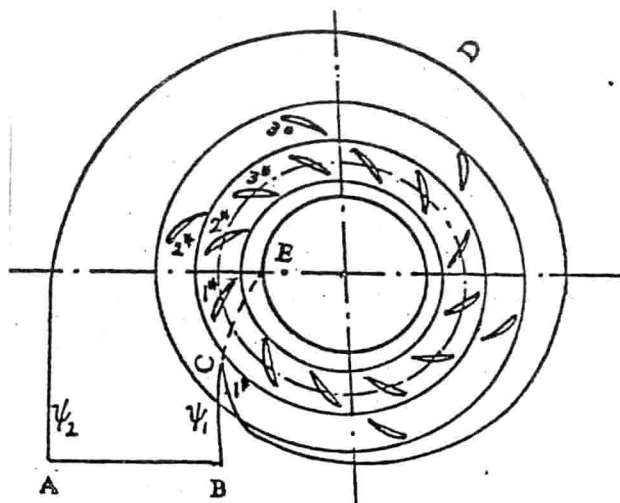


图1 水轮机引水部件

图 2 为固定导叶表面上的压力系数的分布，压力系数 $C_p = (p - p_0) / \left(\frac{1}{2} \rho v_0^2 \right)$ ，其中 p_0, v_0 为进口 AB 的压力和流速的给定值。计算固定导叶的单元数目 $N_f = 16$ ，活动导叶的单元数 $N_o = 12$ ，当单元取足够多和蜗壳进口管的长度足够长时，可以得到

如图 2 和图 3 的令人满意的结果。

从图 2 可以看出, 固定导叶表面的压力分布 C_p 的计算值与实验值 ($\square$), 除了翼型头部以外均吻合很好 [4]。前缘相差较大的原因是由于固定导叶翼型前缘厚度沿弦向变化较大, 由于排挤, 前缘流速会有较剧烈的变化, 而实验中前缘测压孔的布置点较少, 故试验结果未能充分表现这种变化。

图 3 为活动导叶翼型表面压力系数 C_p 的分布。可以看计算结果和实验吻合很好。此外图中还给出了不同导叶翼型的计算结果, 可以看出导叶分布对于不同导叶翼型基本一致, 说明绕流活动导叶的流场具有良好的周期性。此外活动导叶翼型尾端的压力计算值偏高一点, 是由于边界层的排挤, 使真实的流速在这点比势流计算值偏大所造成的。

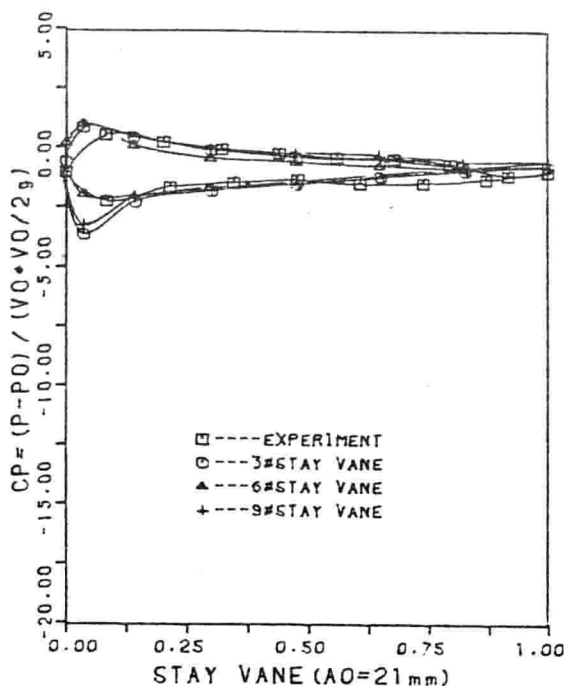


图2固定导叶的压力分布

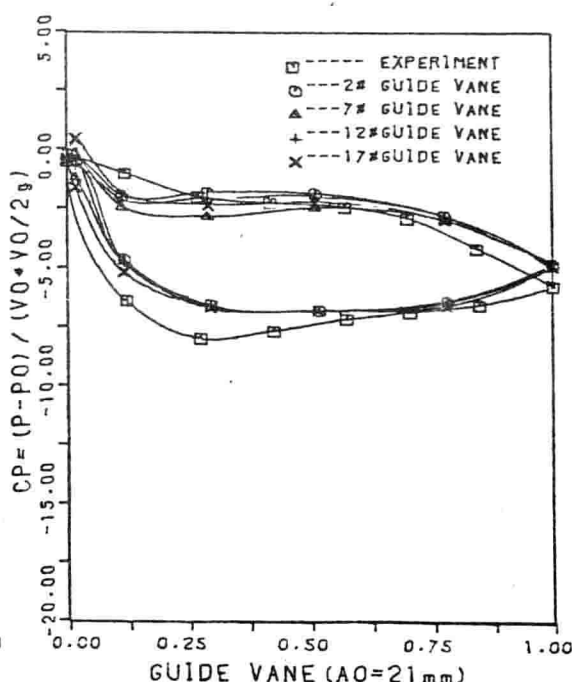


图3活动导叶的压力分布

此外图 4 为活动导叶出口园处的流速分布, W_R , W_U 分别为径向流速和周向流速, W 为流速。由于 W 可见流速分布的周期性很好, 且流速分布是均匀的。不过 W_R 的变化较大。但是在整个流场的出口园上流速分布均匀, 尤其是 W_U 会完全一致, 这是由整个计算区域出口的给定边界条件决定的。

五: 小 结

1、本文使用常数单元的二维势流边界元法计算多翼型复连通域中的势流。采用常数单元的解析积分公式, 当足够多的单元时, 计算结果令人满意。

2、在边界元的计算中, 把库塔条件直接代入, 避免了多重迭代, 并且计算结果表明

此方法能保证库塔条件的要求。

3、对于混流水轮机引水部件的计算，表明计算结果和实验量测值吻合很好，说明本方法的有效性。

4、本文方法对于流体机械的固定部件流道分析，在设计工况点是有一定应用价值。

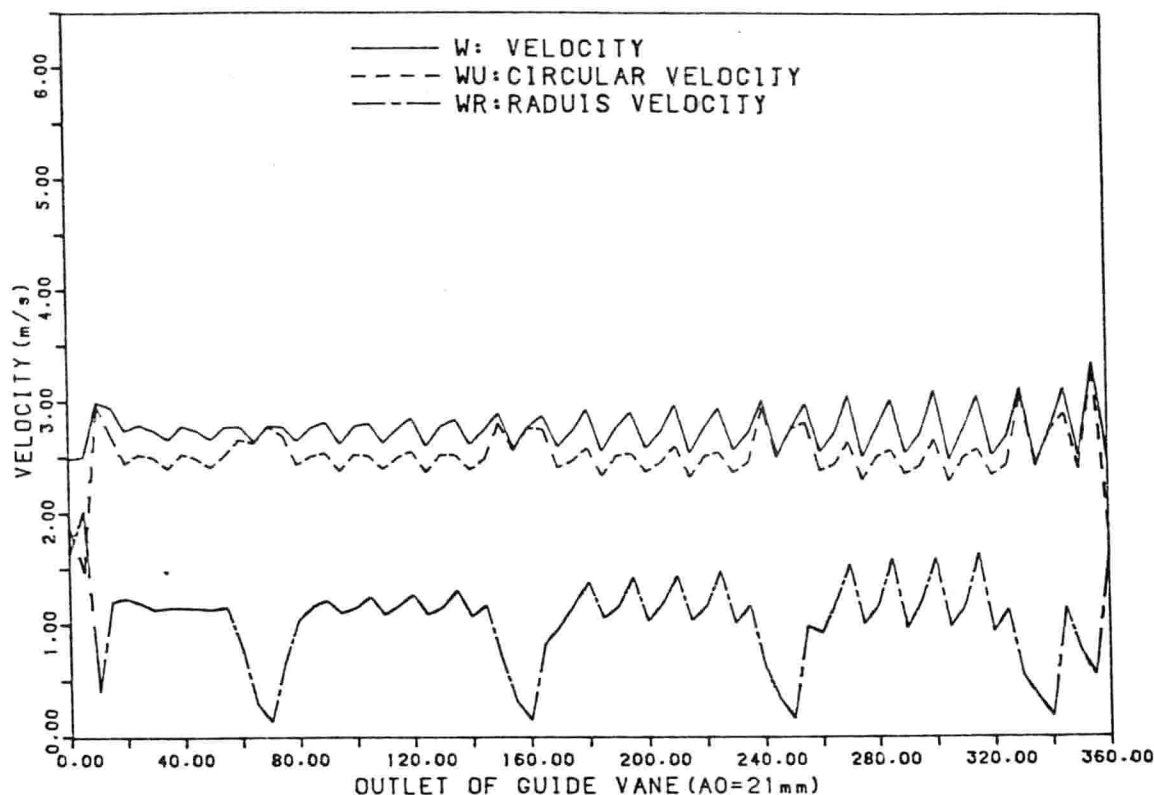


图4 活动导叶尾端出口圆速度分布

参考文献

[1] Kurokawa, J. and Nagahara, H.: 《Flow Characteristics in Spiral Casing of Water Turbines》, Proc. of IAHR, 1986

[2] Baskharone E. and Hamed, A.: 《A New Approach in Cascade Flow Analysis Using the Finite Element Method》, AIAA Journal, Vol. 19, No. 4, 1989.

[3] 吴伟章等 《水轮机座环与导水机构流态研究的边界元法》，大电机技术，No. 4, 1989.

[4] 吴玉良：《混流式水轮机双环列导水机构中的实验研究和理论计算》，清华大学硕士学位论文，1989。

水力机械节距平均 S_2 流面理论及其应用

张启德 高建铭
(东方电机厂) (清华大学)

摘 要

本文根据 Hirsch 和 Warzee 对气体叶轮机械 S_2 流面的节距平均化方法, 提出了水力机械节距平均 S_2 流面的方程. 这一方程的建立, 使 S_2 流面的理论更加严密, 从而为水力机械准三维流动分析建立了一个较为完整而简单可行的数学模型. 算例表明, 应用本文提出的水力机械节距平均 S_2 流面方程, 可使准三维计算变得易于实现和收敛.

一. 引 论

近十年来, 随着大型电子计算机的应用和普及, 叶轮机械三维流动的研究也取得了很大发展, 在流动分析中越来越多地采用准三维或三维流动模型. 在水力机械准三维流动计算中, 通用的还是 1952 年吴仲华教授提出的 S_1 和 S_2 两类相对流面理论 [1]. 但是, 要精确求解两类相对流面仍然非常困难, 在工程实践中对两类相对流面进一步进行各种简化而形成不同的准三维解法. 一般都假设 S_1 流面是以轴面流线为母线的回转面, 因此所得到的 S_1 流面的流函数方程在形式上都相同 [2]. 因为假设 S_1 流面是回转面, 所以 S_2 流面只需要计算流道当中的一个即可. S_2 流面的取法目前大致有这样几种: 1. 认为 S_2 流面形状与叶片中面相一致; 2. 取叶道中间 S_2 流面, 它由一系列 S_1 流面流动计算所得到的平分流量的中心线所形成; 3. 取 S_1 流面流动计算结果的周向平均值作为 S_2 流面的流动参数的数值. 但是, 这些取法要么理论上不够严密, 要么实践中过于繁琐.

Ch. Hirsch 和 G. Warzee 针对气体叶轮机械准三维流动计算提出了对流动本身施行平均化处理的方法, S_2 流面的计算用在真实子午面上求解精确的节距平均方程的流动来代替 [3]. 本文在水力机械中应用这一方法建立了 S_2 流面的节距平均流函数方程, 从新的角度阐明水力机械的准三维流动计算.

二. 流动参数沿周向的平均化

对于实际流动, 流动参数在相邻叶片之间的圆周上不是均匀分布的. 所谓对流动进行平均化处理, 就是求出相邻叶片之间圆周上流动参数的平均值, 并以该平均值作为 S_2 流面上该流动参数的值. 这样抽象所得的 S_2 流面即为平均 S_2 流面.

为便于推导平均 S_2 流面的基本方程, 下面先给出对标量函数 f 及其偏导数施行平均化处理后它们的平均值的表达式. 取图1所示的正交曲线坐标, 其中 $q_3 = \text{const}$ 是通过水轮机轴线并随机组一起旋转的平面, $q_2 = \text{const}$ 是绕轴线的回转面, $q_1 = \text{const}$ 是正交与 $q_2 = \text{const}$ 的回转面.

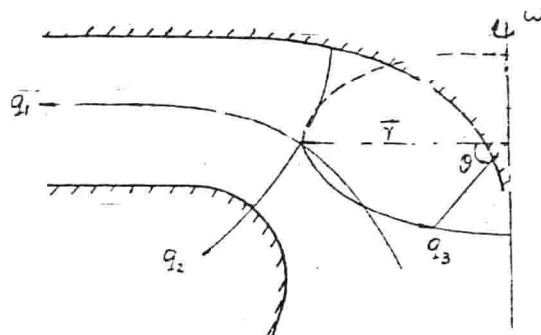


图1 正交曲线坐标

设叶片的压力面和吸力面的方程为

$$q_{3p} = q_{3p}(q_1, q_2), \quad q_{3s} = q_{3s}(q_1, q_2) \quad (1)$$

式中 p 和 s 各表示叶片压力面和吸力面.

对于三维空间中的任意标量函数 f , 定义它在相邻叶片之间圆周上的平均值 $\bar{f}$ 为

$$\bar{f}(q_1, q_2) = \frac{1}{\theta} \int_{q_{3s}}^{q_{3p}} f(q_1, q_2, q_3) dq_3 \quad (2)$$

θ 为相邻叶片之间的角距离, 即

$$\theta = q_{3p}(q_1, q_2) - q_{3s}(q_1, q_2) \quad (3)$$

令 f 为函数 f 的脉动量, 即 f 为函数 f 与其平均值 $\bar{f}$ 之差, 则

$$f(q_1, q_2, q_3) = \bar{f}(q_1, q_2) + f(q_1, q_2, q_3) \quad (4)$$

由式 (2) 和 (4) 可得标量函数 f 平均化的一些规则为:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\bar{f}} &= \bar{f}, \quad \overline{f} = 0, \quad \frac{\partial \bar{f}}{\partial q_3} = 0 \\ \overline{f_1 + f_2} &= \bar{f}_1 + \bar{f}_2 \\ \overline{f_1 f_2} &= \bar{f}_1 \bar{f}_2 + \overline{f_1' f_2'} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$