

## 四足步行机器人的弯道行走探讨

孙汉旭 张启先

(机械工程与电气工程系)

**摘要:**本文根据地面情况,先拟定出能使步行机稳定行走的步态,然后找出可实现的步态可行集,只要在这个可行集中按转弯步态行走,就能保证步行机器人沿弯道稳定行走。本文给出了转弯步态的拟定方法,同时还给出了步行机器人步态可行性的判别条件。

**关键词:**四足步行机,步态,转弯步态,可行步态条件。

### 0 引言

步行机器人,又称为步行机,其步态拟定是研制中的一个很重要的问题。对四足步行机来说,步态的拟定尤为重要。为使四足步行机平稳地行走,人们参照牛、马的慢走方式提出了规则步态[1]。规则步态是四足步行机的一种最易实现的步态,但该步态仅能使四足步行机沿直线行走。为了使步行机沿弯道行走或改变运动方向,现提出一个新步态叫转弯步态。这个转弯步态可克服规则步态的不足,当然也能解决直线行走问题。

### 1 四足步行机转弯步态的拟定

我校研制的四足步行机的各个腿都采用缩放式机构[2],且通过三个移动来实现足端点的空间运动。这三个移动是相互独立的[2]。故对地面高低不平可用 $z$ 向移动来实现。这样对步态的拟定就可归结为在水平面内讨论 $x$ 和 $y$ 两坐标的变化。显然各腿足端在水平面内的运动范围均为长 $l_1$ 和宽 $l_2$ 的长方形,如图1所示。足的编号顺序采用逆时针方向编排为足(I)、足(II)、足(III)和足(IV)。 $H$ 和 $W$ 为各足的运动范围的顶点到坐标轴 $y$ 和 $x$ 的距离。原点 $O$ 取在步行机的重心在水平面上的投影点。按照常用的步态(即爬行步态),每个瞬时最多只有一只足离开地面跨越而其余各足支撑,采用的抬腿次

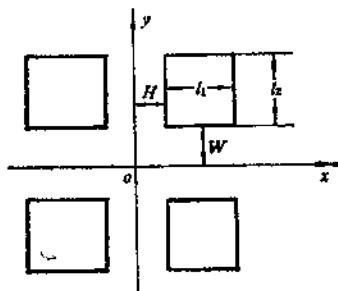


图1 各腿足端在水平面示意图

序为足(I)→足(II)→足(III)→足(IV)。步行机在行走中各条腿都抬越落地一次就完成一个周期运动。在这个周期中，由于不同的抬跨足顺序、不同的同时支撑足的个数和各足支撑时间占整个周期的比值的不同，就出现了不同的步态。要让步行机连续地象牛、马那样在弯道上行走，就必须使步行机在每个运动步态周期中所拟定的步态都符合弯道行走（即边转机体边向前走）；且每个步态周期的末状态都能保证下个周期的步态进行。步行机经过一个周期的运动后，如果各足在与机体相连坐标系中的位置，能回复到与初始位置相同，则既保证了下个周期和上个周期的初始状态相同，也保证了在一周期的转变能力相同。

### 1.1 转弯能力

步行机经过一个步态周期运动后的位置姿态变化，可用其重心移动的距离 $\overline{oo'}$ 和机体转过的角度 $\alpha$ 来表示，如图2所示。设经过一个步态周期，步行机的重心从 $o$ 点移动到 $o'$ 点。周期初始机体坐标系 $oxy$ 与周期末机体坐标系 $o'x'y'$ 相对转动了一个角度 $\alpha$ （以下规定由 $y$ 轴逆时针转到 $y'$ 轴的 $\alpha$ 角为正，反之为负）。转弯能力可用曲率半径 $R$ 来表示，在已知 $\overline{oo'}$ 和 $\alpha$ 情况下，可求得曲率半径 $R$ 为

$$R = \left( \frac{1}{2} \overline{oo'} \right) / \sin \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

最小 $R$ 的可实现值就反映了步行机在某种步态下的转弯能力。

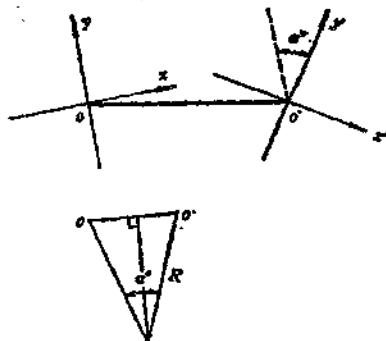


图2 经过一个步态周期的位置姿态变化

### 1.2 转弯步态的拟定

如图3所示，令足(I)从 $A$ 点抬起后落到 $A'$ 点；相应的足(II)、足(III)和足(IV)分别从 $B$ 、 $C$ 和 $D$ 点抬起落到 $B'$ 、 $C'$ 和 $D'$ 点。图3中 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 和 $D$ 点在坐标系 $oxy$ 中的坐标分别与 $A'$ 、 $B'$ 、 $C'$ 和 $D'$ 点在坐标系 $o'x'y'$ 中的坐标值相同。根据地面情况和步行机拟走向目的地、已经确定了 $\overline{oo'}$ 、 $\alpha$ 和四只足起落点的位置。现在来设计重心的运动轨迹（即步行机重心的空间轨迹在水平面上的投影）。为了控制易于实现，现用两段直线 $\overline{oQ}$ 和 $\overline{Qo'}$ 来代替弧线 $\overarc{oQ'o'}$ 作为重心运动轨迹。要保证步行机稳定行走， $Q$ 点的选定是关键。

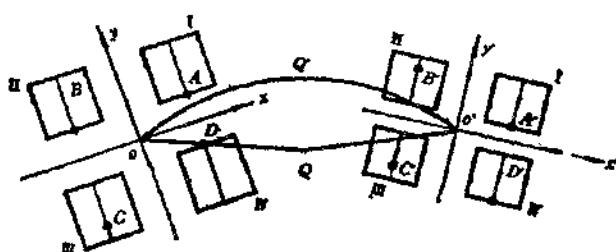


图3 重心的运动轨迹与各足着地点的位置

### 1. 求解机体重心运动轨迹上的Q点

在初始时刻 $t_0$ 时，把规则步态中各足着地点与机体的相对位置，作为弯道行走步态各足着地点的位置，设为 $(A_x^0, A_y^0)$ ,  $(B_x^0, B_y^0)$ ,  $(C_x^0, C_y^0)$ ,  $(D_x^0, D_y^0)$ 。在图4中 $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ 点分别为足(I), 足(II), 足(III)和足(IV)的初始着地点。当步行机一个步态周期中移动的距离 $oo'$ 和转角 $\alpha$ 确定后，各足的终止着地点 $A', B', C', D'$ 在坐标系 $oxy$ 中的坐标可通过坐标变换求得，设为 $(\bar{A}_x', \bar{A}_y')$ ,  $(\bar{B}_x', \bar{B}_y')$ ,  $(\bar{C}_x', \bar{C}_y')$ ,  $(\bar{D}_x', \bar{D}_y')$ 。

按照各足以足(I)→足(II)→足

(III)→足(IV)的抬足顺序， $Q$ 点是在足(I)已从 $A$ 点抬起落到了 $A'$ 点后，足(III)从 $C$ 点抬起落到 $C'$ 点时刻重心应到达的位置，紧接着足

(II)要从 $B$ 点抬起。过 $B$ 和 $D$ 两点作直线 $L_1$ ，要保证在足III抬起落到 $C'$ 点的过程中重心不失稳， $Q$ 点应在 $L_1$ 直线的上边；过 $A'$ 和 $C'$ 两点作直线 $L_2$ ，要保证足(II)从 $B$ 点抬起时重心不失稳，显然应将 $Q$ 点选在 $L_2$ 的下边。故 $Q$ 点的可选点在图4中阴影部分内。为了保证步态的各阶段有相同的静态稳定性，让 $Q$ 点到 $L_1$ 和 $L_2$ 的距离与 $o$ 点到 $L_1$ 的距离相等。

令

$$K_1 = (\bar{B}_y^0 - \bar{D}_y^0) / (\bar{B}_x^0 - \bar{D}_x^0)$$

$L_1$ 的方程为

$$y - \bar{B}_y^0 = K_1(x - \bar{B}_x^0) \quad (2)$$

过坐标系原点 $o$ 作 $L_1$ 的垂线，其方程为

$$y = -\frac{1}{K_1}x \quad (3)$$

联立方程(2)和(3)求得 $g$ 点的坐标 $(g_x, g_y)$ 为

$$g_x = \frac{K_1(K_1 \bar{B}_x^0 - \bar{B}_y^0)}{K_1^2 + 1}; \quad g_y = \frac{K_1 \bar{B}_x^0 - \bar{B}_y^0}{K_1^2 + 1}$$

距 $L_1$ 的距离为 $og$ 且与 $L_1$ 平行并在 $L_1$ 上边的直线 $L_3$ 的方程为

$$y - 2g_y = K_1(x - 2g_x) \quad (4)$$

令

$$K_2 = (\bar{A}_y' - \bar{C}_y') / (\bar{A}_x' - \bar{C}_x')$$

$L_2$ 的方程为

$$y - \bar{C}_y' = K_2(x - \bar{C}_x') \quad (5)$$

过坐标系原点 $o$ 作 $L_2$ 的垂线，其方程为

$$y = -\frac{1}{K_2}x \quad (6)$$

联立方程(5)和(6)求得 $q$ 点的坐标 $(q_x, q_y)$ 为

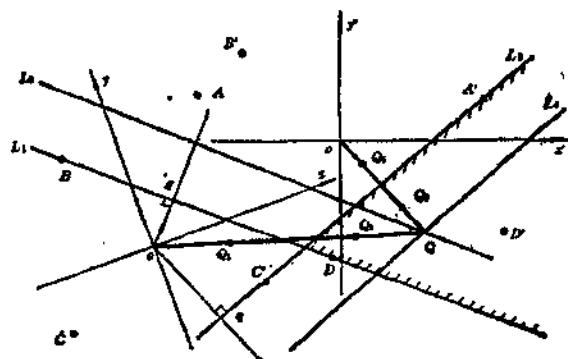


图4 重心运动轨迹上 $Q$ 点的选取示意图

$$q_x = \frac{K_1(K_1\bar{C}_x - \bar{C}_y')}{K_1^2 + 1}; q_y = -\frac{K_1\bar{C}_x' - \bar{C}_y'}{K_1^2 + 1}$$

于是：

$$\left. \begin{aligned} (x - q_x)^2 + (y - q_y)^2 &= g_x^2 + g_y^2 \\ y &= -\frac{1}{K_1} x \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

解方程组 (7) 得两组解。在直线  $L_2$  下边的一组解设为  $(W_x, W_y)$ ；则与  $L_2$  平行且距  $L_2$  的距离为  $\overline{og}$  的直线  $L_4$  的方程为

$$y - W_y = K_2(x - W_x) \quad (8)$$

联立方程 (4) 和 (8) 可求得  $Q$  点的坐标  $(Q_x, Q_y)$ 。

### 2. 求其余各点 $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$

将  $Q$  点与  $o$  点及  $o'$  点用两线段相连，在线段  $\overline{OQ}$  上求与直线  $L_1$  的距离为最小稳定裕量为  $S$  的两点。在直线  $L_1$  下边的点为  $Q_1$ ，在  $L_1$  上边的点为  $\bar{O}_2$  点。同样在线段  $\overline{Qo'}$  上求与直线  $L_2$  的距离为  $S$  的下边一点  $Q_3$  和上边一点  $Q_4$ 。由于结构对称， $o'$  到直线  $L_2$  的距离也等于  $\overline{og}$ 。

### 3. 步态过程的安排

为了控制易于实现，把步行机转体  $\alpha$  角安排在重心移动到有较大稳定度的  $Q$  点处进行。这样，一个步态周期可分为  $t$  个子过程。用时刻  $t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7$  等给各子过程定界，现分述如下：

$t_0 \rightarrow t_1$  这个子过程，在机体以速度  $v$  等速沿  $\overline{oQ}$  移动的同时，足 (I) 抬摆完于  $t_1$  时落到  $A'$ ，重心移到  $Q_1$  点； $t_1 \rightarrow t_2$  子过程，机体以速度  $v$  等速沿  $\overline{oQ}$  移动，但四个足均不抬起，重心越过由足 (II) 和足 (IV) 落地点间的连线  $L_1$  到  $Q_2$ ； $t_2 \rightarrow t_3$  子过程，机体以速度  $v$  等速沿  $\overline{oQ}$  移动到  $Q$  点的同过程中，足 (III) 抬摆完落地到  $C'$  点； $t_3 \rightarrow t_4$  子过程，机体重心不向任一方向运动，足 (I) 从  $B$  点抬起后，机体绕其重心转过  $\alpha$  角； $t_4 \rightarrow t_5$  子过程，机体以速度  $v$  等速沿  $\overline{Qo'}$  移动到  $Q_3$ ，同时足 (III) 摆落到  $B'$  点； $t_5 \rightarrow t_6$  子过程，机体以速度  $v$  等速沿  $\overline{Qo'}$  移动，但四个足均不抬起，重心越过由足 (I) 和足 (III) 的新着地点  $A'$  和  $C'$  间的连线  $L_2$  到  $Q_4$  点； $t_6 \rightarrow t_7$  子过程，机体以速度  $v$  等速沿  $\overline{Q_4o'}$  移动到  $o'$ ，同时足 (IV) 从  $D$  点抬起摆完落到  $D'$ 。至此一个步态拟定完毕，且这个步态一定是静态稳定步态（即步行机按这个步态行走不会失稳而跌倒）。

## 2 步态可行性判据

从上面的介绍可知，这种转弯步态的拟定方法保证了所拟定出的步态的整个过程都是稳定的，但是否就一定可行？在上述的拟定过程中没有考虑各足运动范围的大小限制。如果在步态周期的任一时刻某足着地点在其运动范围之外，则该步态就不能实现。因此，在拟定出步态后还要检查其可行性（即能否实现）。就是说把步态的稳定性判别转化为可行性判断。因各足都有其各自的很可观的运动范围，故可行性要求比稳定性要求低，从结论可看出这种转化的可取之处。拟定步态的方法不变，而各足的运动范围（如图 1 所示的长  $l_1$ 、宽  $l_2$  的长方

形)就限制了转角 $\alpha$ 和步长 $\overline{oo'}$ ,且给出一个 $\alpha$ 和 $\overline{oo'}$ 的可取值的范围。对我校研制的缩放式四足步行机的可行性判据为:在一个步态周期的全过程的任一时刻,各足的着地点都必须在各自的运动范围之内。如果把各足在任一时刻 $t$ 的位置都变换到机体坐标系 $oxy$ 中,且用 $(A_x(t), A_y(t))$ , $(B_x(t), B_y(t))$ , $(C_x(t), C_y(t))$ , $(D_x(t), D_y(t))$ 来表示,则可行性判据可用数学不等式表示如下(参看图1, $H$ , $W$ , $l_1$ 和 $l_2$ 为结构尺寸):

$$\left. \begin{array}{l} H \leq A_x(t) \leq H + l_1 \\ W \leq A_y(t) \leq W + l_2 \end{array} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{array}{l} -l_1 - H \leq B_x(t) \leq -H \\ W \leq B_y(t) \leq W + l_2 \end{array} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} -l_1 - H \leq C_x(t) \leq -H \\ -l_2 - W \leq C_y(t) \leq -W \end{array} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{array}{l} H \leq D_x(t) \leq H + l_1 \\ -l_2 - W \leq D_y(t) \leq -W \end{array} \right\} \quad (12)$$

下面对步态周期的七个子过程分别写出各足在 $oxy$ 坐标系中的位置坐标。

## 2.1 $t_0 \rightarrow t_1$ 子过程

在该子过程中,足(I)从 $A$ 点抬起落到 $A'$ 点,故 $A'$ 点必须在 $t_1$ 时刻足(I)的运动范围内(显然在 $t_0$ 时刻各足都在自己的运动范围内),同时另外三个未离开地面的足其着地点 $B$ , $C$ , $D$ 在 $t_1$ 时刻也要在各足的运动范围内。把这四个点的坐标变换到 $t_1$ 时刻的机体坐标系中得到这四个点在机体坐标系 $oxy$ 中的坐标如下(其中 $T$ 为坐标变换矩阵,在后面给出其具体式):

$$\left\{ \begin{array}{l} A_x(t_1) \\ A_y(t_1) \end{array} \right\} = T \left\{ \begin{array}{l} A'_x \\ A'_y \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} M \\ N \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} x(t_1) \\ y(t_1) \end{array} \right\} \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_x(t_1) \\ B_y(t_1) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} B_x^0 \\ B_y^0 \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} x(t_1) \\ y(t_1) \end{array} \right\} \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_x(t_1) \\ C_y(t_1) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} C_x^0 \\ C_y^0 \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} x(t_1) \\ y(t_1) \end{array} \right\} \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} D_x(t_1) \\ D_y(t_1) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} D_x^0 \\ D_y^0 \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} x(t_1) \\ y(t_1) \end{array} \right\} \quad (16)$$

式中 $(A'_x, A'_y)$ 为在步态周期末了时刻,机体坐标系 $o'x'y'$ 中足(I)着地点 $A'$ 的坐标; $(M, N)$ 分别为 $\overline{oo'}$ 在 $t_0$ 在时刻的机体坐标系 $oxy$ 中 $x$ 和 $y$ 坐标轴上的投影; $(x(t_1), y(t_1))$ 为在 $t_0 \rightarrow t_1$ 子过程中,机体重心移动距离 $\overline{oQ_1}$ 在 $t_0$ 时刻时机体坐标系 $oxy$ 中 $x$ 和 $y$ 坐标轴上的投影。 $(B_x^0, B_y^0)$ , $(C_x^0, C_y^0)$ , $(D_x^0, D_y^0)$ 分别为 $B$ , $C$ , $D$ 三点在 $t_0$ 时刻机体坐标系 $oxy$ 中的坐标。因为步行机在该子过程中作平移直线运动,故只要在首时刻 $t_0$ 和末时刻 $t_1$ 各足的位置在其运动范围内,则该子过程中各足的位置都在其运动范围内。

## 2.2 $t_1 \rightarrow t_2$ 子过程

在该子过程中,因为四只足均不抬起,机体沿 $\overline{Q_1Q_2}$ 平移到 $Q_2$ 点。设 $(x(t_2), y(t_2))$

为机体平移距离  $\overline{Q_1 Q_2}$  在  $t_1$  时刻时机体坐标系中  $x$  和  $y$  坐标轴上的投影，则  $t_2$  时刻四个着地足在该时刻的机体坐标系中的坐标为

$$\left. \begin{array}{l} N_x(t_2) = \bar{N}_x(t_1) - x(t_2) \\ N_y(t_2) = \bar{N}_y(t_1) - y(t_2) \end{array} \right\} \quad (\bar{N} = A, B, C, D) \quad (17)$$

### 2.3 $t_2 \rightarrow t_3$ 子过程

在该子过程中，重心从  $Q_2$  点沿  $\overline{Q_2 Q}$  平移到  $Q$ （见图 4），足 I 从  $C$  点抬起落到  $C'$  点。故在  $t_3$  时刻各足在该时刻时机体坐标系中的坐标为

$$\left. \begin{array}{l} N_x(t_3) = \bar{N}_x(t_2) - x(t_3) \\ N_y(t_3) = \bar{N}_y(t_2) - y(t_3) \end{array} \right\} \quad (\bar{N} = A, B, D) \quad (18)$$

$$\left. \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} C_x(t_3) \\ C_y(t_3) \end{array} \right\} = T \left\{ \begin{array}{l} C'_x \\ C'_y \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} M \\ N \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^3 x(t_j) \\ \sum_{j=1}^3 y(t_j) \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (19)$$

式中  $(x(t_3), y(t_3))$  为  $\overline{Q_2 Q}$  段在  $t_2$  时刻时机体坐标系中  $x$  和  $y$  坐标轴上的投影。

### 2.4 $t_3 \rightarrow t_4$ 子过程

在该子过程中，先抬起足 I，再使机体绕其重心转过  $\alpha$  角。对平移来说，只要一根线段的两端在某一矩形范围内，则线段全部都将在该矩形范围内。对于圆弧就不能说圆弧的两端在矩形范围内，圆弧全部就一定在矩形范围内。当机体绕其重心转动时，各足着地点正好相对于机体作圆周运动，走出各自的一段弧线。为了利用子过程首末两个瞬时的可行性判断来判断整个子过程的可行性，就要作一些修正，如图 5 所示。半径越短，曲率越大。又因为，假定了在任何时刻，各个足在其运动范围里的位置是可取任何坐标值的，也就是说，重心在任何时刻也不会进入相对于机体坐标系的各足运动范围之内（如进入，就有可能使重心在各踏地足所组成的多边形之外，则不稳定。），这可由取较大的  $H$  和  $W$  来保证。这样各足相对于机体重心走出的圆弧半径都将大于（充其量等于）  $l_2$ 。分别以  $l_2$  和  $l_1$  为半径，以各足运动范围靠近机体重心的两内边的中点  $o_1$  和  $o_2$  为圆心，画圆交于运动范围的  $K'$ ， $P'$ ， $P''$  和  $I'$  四点（见图 5）。可求出弦高  $h_1$ ， $h_2$ ：

$$h_1 = l_2 - \sqrt{l_2^2 - \left(\frac{l_1}{2}\right)^2} \quad (20)$$

$$h_2 = l_1 - \sqrt{l_1^2 - \left(\frac{l_2}{2}\right)^2} \quad (21)$$

现采用保守的作法，把各足的运动范围的远离重心的两边分别向内缩回  $h_1$  和  $h_2$ 。这样，只要圆弧的两端点位于这个变小了的运动范围  $K'P''I'j$  内，则该圆弧（其半径大于  $l_2$ ）的

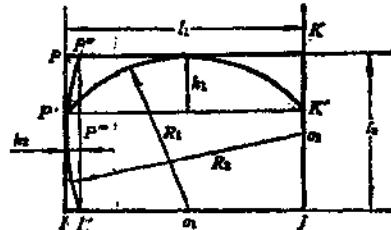


图 5 各足运动范围缩小示意图

全部就一定在各足的运动范围  $IJKP$  内。故该子过程的  $t_3$  和  $t_4$  时刻的各足的位置坐标变化为

$$\left. \begin{array}{l} \bar{N}_x(t_3) = \bar{N}_x(t_2) - x(t_3) + h_2 \\ \bar{N}_y(t_3) = \bar{N}_y(t_2) - y(t_3) + h_1 \end{array} \right\} \quad (\bar{N} = A, B, C) \quad (22)$$

因足 I 已抬起，故它不受影响。同样：

$$\left. \begin{array}{l} A_x(t_4) \\ A_y(t_4) \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} A'_x \\ A'_y \end{array} \right\} + T \left\{ \begin{array}{l} M - \sum_{j=1}^3 x(t_j) \\ N - \sum_{j=1}^3 y(t_j) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} h_2 \\ h_1 \end{array} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{array}{l} C_x(t_4) \\ C_y(t_4) \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} C'_x \\ C'_y \end{array} \right\} + T \left\{ \begin{array}{l} M - \sum_{j=1}^3 x(t_j) \\ N - \sum_{j=1}^3 y(t_j) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} h_2 \\ h_1 \end{array} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{array}{l} D_x(t_4) \\ D_y(t_4) \end{array} \right\} = T \left\{ \begin{array}{l} D_x^0 - \sum_{j=1}^3 x(t_j) \\ D_y^0 - \sum_{j=1}^3 y(t_j) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} h_2 \\ h_1 \end{array} \right\} \quad (25)$$

注意，在把 (22) ~ (25) 式代入可行性判据 (9) ~ (12) 式的过程中，当坐标值  $X_i(t)$  和  $Y_i(t)$  ( $i = I, II, III$ ) 分别与 (9) ~ (12) 式中的正或负的  $H$  和正或负的  $W$  发生数学不等式关系时，应将 (22) ~ (25) 式中的  $h_i$  ( $i = 1, 2$ ) 全部去掉；当坐标值  $X_i(t)$  和  $Y_i(t)$  分别与 (9) ~ (12) 式中的  $I_1$  与  $H$  的代数和和  $I_2$  与  $W$  的代数和发生不等式关系时，取值为 (22) ~ (25) 式所示。

## 2.5 $t_4 \rightarrow t_5$ 子过程

在该子过程中，足 (I) 要落到  $C'$  点，机体重心从  $Q$  点平移到  $Q_3$  点。设  $x(t_5)$ ,  $y(t_5)$  为  $\overline{QQ_3}$  在  $t_5$  时刻时机体坐标系中  $x$  和  $y$  坐标轴上的投影，则  $t_5$  时刻在机体坐标系中各足的坐标为

$$\left. \begin{array}{l} \bar{N}_x(t_5) = \bar{N}_x(t_4) - x(t_5) \\ \bar{N}_y(t_5) = \bar{N}_y(t_4) - y(t_5) \end{array} \right\} \quad (\bar{N} = A, C, D) \quad (26)$$

$$\left. \begin{array}{l} B_x(t_5) \\ B_y(t_5) \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} B'_x \\ B'_y \end{array} \right\} + T \left\{ \begin{array}{l} M - \sum_{j=1}^3 x(t_j) \\ N - \sum_{j=1}^3 y(t_j) \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} x(t_5) \\ y(t_5) \end{array} \right\} \quad (27)$$

因  $t_3 \rightarrow t_4$  子过程机体重心未移动，故  $x(t_4) = y(t_4) = 0$ 。

## 2.6 $t_5 \rightarrow t_6$ 子过程

在该子过程中，四个足均着地。重心平移距离  $\overline{Q_3Q_4}$  在  $t_5$  时刻时机体坐标系中  $x$  和  $y$

坐标轴上的投影设为  $(x(t_s), y(t_s))$ , 则  $t_s$  时刻各足坐标为

$$\begin{aligned} \bar{N}_x(t_s) &= \bar{N}_x(t_s) - x(t_s) \\ \bar{N}_y(t_s) &= \bar{N}_y(t_s) - y(t_s) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} (\bar{N} = A, B, C, D) \end{array} \right. \quad (28)$$

## 2.7 $t_s \rightarrow t_7$ 子过程

在该子过程中, 重心沿  $\overline{Q_4 o'}$  直线平移到  $o'$ , 同时足 (IV) 从  $D$  点抬起落到  $D'$  点。从图 4 可知, 当机体回到下一个周期的初始状态时, 各足的可行性自然满足。上述各子过程中的变换矩阵  $T$  如下 (其中  $\alpha$  为一个步态周期中的转体角) :

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

## 3 计算机编程运算与计算结果

按照上述方法来设计步态, 对一组给定的  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  值就能拟定出步态中的参数  $x(t_i)$ ,  $y(t_i)$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5$ ), 然后判断是否可行。从前面有关步态拟定方法的介绍可知, 步长分量  $M$ ,  $N$  和转角  $\alpha$  值与  $(x(t_i), y(t_i))$  ( $i=1, \dots, 5$ ) 有对应关系。只要  $(x(t_i), y(t_i))$  ( $i=1, \dots, 5$ ) 不可行, 则  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  在该种拟定方法下拟定的步态也不可行。因此, 给出  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  各参数足够大的范围, 在各自范围内以一定的步长来变化它们的大小, 然后对  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  的每一个组合来拟定步态并判断该步态的可行性。这样, 把每一组可行的  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  值记录下来, 再将这些可行值在以  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  为坐标轴的三维坐标系中的点作图, 就得到了  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  的可取值的集。

### 3.1 参数 $M$ , $N$ 和 $\alpha$ 的范围选定

四足步行机的前进和后退的初始状态只差半个步态周期 (当  $\alpha=0$  时), 这只需把前进时足 (II) 作为后退时的足 (I), 其余各足序号逆时针排列即可。这样, 后退和前进步态完全一样, 故这里只探讨前进转弯步态  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  的可取值集。 $N$  为前进方向, 故  $N \geq 0$ ; 由文献 [3] 知, 步长  $\lambda$  与足在机体坐标系中的跨距  $l$  的关系为:  $\lambda_{max} = 4l/3$ , 因为  $l = 360\text{mm}$ , 故  $\lambda_{max} = 480\text{mm}$ 。取  $M$  的区间为  $[-500, 500]$ ;  $N$  的区间为  $[0, 500]$ , 单位为  $\text{mm}$ 。显然,  $\sqrt{m_{max}^2 + n_{max}^2} > \lambda_{max}$ 。又因为向左转和向右转的步态初始状态也只差半个步态周期, 故只探讨向右转的情况。 $\alpha$  的取值区间为  $[0, \frac{\pi}{2}]$ 。

计算程序主框图略。

### 3.2 计算结果

把可行的  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  值的组合在以  $M$ ,  $N$  和  $\alpha$  为坐标轴的三维空间绘成图 6, 这些可行点组成一个实心凸集。故在命令步行机行走时, 只要选这凸集内的点按本文的方法拟定步态, 步行机就能稳定地实现弯道行走。最小的曲率半径  $R_{min} = 4321.8\text{mm}$ 。

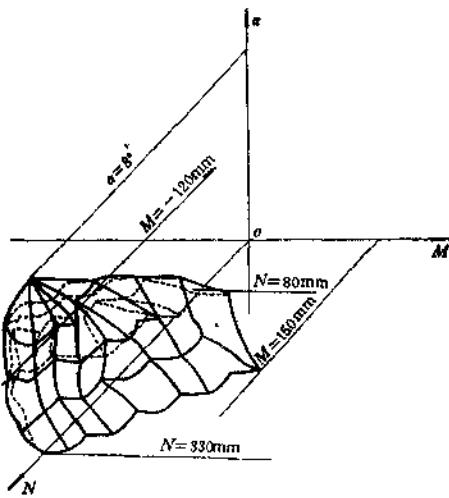


图 6 可行点构成的实心凸集

## 4 结 论

本文给出了慢速爬行四足步行机静态稳定转弯步态的一种拟定方法；讨论了步态可行性条件和应用方程式。找出了步长参量 $M$ ， $N$ 和转角 $\alpha$ 的可取值集。求出了该种步态拟定方法下的最小转弯半径 $R_{\min}$ 。为研制四足步行机中的步态拟定，提供了一个实用和便于控制的转弯步态。

## 参 考 文 献

- [1] Shigeo Hirase, A study of design and control of a quadruped walking vehicle. *The International Journal of Robotics Research*, 1984; 3(2)
- [2] 孙汉旭. 四足步行机器人中缩放式腿机构设计参数的选择. *机器人*, 1988; (3)
- [3] Tsu Tiao Lee and Ching Long Shin. A study of the gait control of a quadruped walking vehicle. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1986; RA-2(2)

# A STUDY OF A QUADRUPED WALKING VEHICLE WALKING ALONG TWISTS ROAD

Sun Hanxu      Zhang Qixian  
(Department of Mechanical and Electrical Engineering)

## ABSTRACT

Walking along twists road is a complex problem for quadruped walking vehicle. In this paper, a steady gait is firstly designed according to the condition of the earth, then the realizable space of the steady gait is found out. When the walking vehicle is commanded to walk, the walking vehicle that can be made to walk steadily walk along twists road by selecting gait from the space. The design method of gait and condition of realizable gait are given.

**Key words:** quadruped walking vehicle, gait, turning a corner gait, realizable condition of gait.