(E) 96级机制(本科)

1. 材料力学学期授课计划

2. 材料力学讲稿

3. 材料力学习题题解

4. 材料力学基本变形概要

吴颖

第一機械工業部重慶儀器制造学校

渝州大学备课纸

目录

参考教材：材料力学（三版）——刘鸿文编

材料力学

第一章 绪论及基本概念

§1-1. 概述:

(一) 材料力学的研究对象:

材料力学是变形固体力学的一个分支。变形固体力学是以变形体为研究对象的。而变形体的形式是多种多样的。材料力学则以变形固体最简单最常见的形式——杆件作为研究对象。

(二) 构件工作时的三个基本要求:

众所周知,当构件受载后都会发生变形。然而当构件受载超过一定限度时,将会发生过大的变形,严重时甚至发生破坏。为了确保构件安全正常的工作,构件必须满足以下三个基本要求。

1. 构件应有足够的强度:

所谓强度系指构件在载荷作用下抵抗其破坏的能力。

2. 构件应有足够的刚度:

所谓刚度系指构件在载荷作用下抵抗其变形的能力。

3. 构件应有足够的稳定性:

所谓稳定性系指构件受压后应有保持其原有平衡形态的能力。

(三) 材料力学的任务:

1. 研究构件在外力作用下的变形、受力和破坏规律。

2. 对材料进行实验研究,并测定材料的力学性能(机械性能),为选择合适材料提供依据。

③在满足构件的强度、刚度和稳定性的前提下，以最经济的代价，为构件确定合理的形状和尺寸，选择适宜的材料，为构件设计提供必要的理论基础和计算方法。

由上所述可知：

材料力学是一门理论分析与实验研究并重的学科。

§1-2 变形固体的基本假设

一、变形固体概念：

实际工程中的构件和机件所使用的材料，虽然其物质结构和性质是多种多样的，但它们却具有一个共同的特点，即都是固体，且在荷载作用下会发生变形（形状和尺寸的改变）。因此，这些材料统称为可变形固体。其变形有弹性变形与塑性变形之分。

二、变形固体的基本假设：

变形固体的性质是多方面的，在对构件进行强度、刚度和稳定性计算时，为了简化其计算，常略去一些次要性质，而根据与问题有关的一些主要性质，对变形固体作某些假设，从而将实际构件抽象成理想的力学模型，然后进行理论分析与设计计算。

①连续性假设：

即认为构成固体的物质毫无空隙地、密实地充满了它的整个几何容积。

②均匀性假设：

即认为固体内各处的机械性质完全相同。

③各向同性假设：

即认为固体在各个方向上的机械性质完全相同。

④ 小变形条件：

材料力学所研究的问题，限于固体受载时所发生的变形远小于构件原始尺寸的情况，因此在研究构件的平衡与运动时，一般认为外力作用点及其方向均不随构件的变形而改变。

综上所述：

材料力学是将实际材料看作均匀、连续和各向同性的变形固体，且仅限于研究构件在弹性范围内的小变形。

§1-3 内力、截面法、内力图：

(一) 内力的概念：

所谓内力是指物体因受外力作用而引起的物体内各质点间相互作用力的改变量，即"附加内力"。它随外力的增加而加大，当内力达到某一限度时就会引起构件的破坏，因而它与构件的强度密切相关。

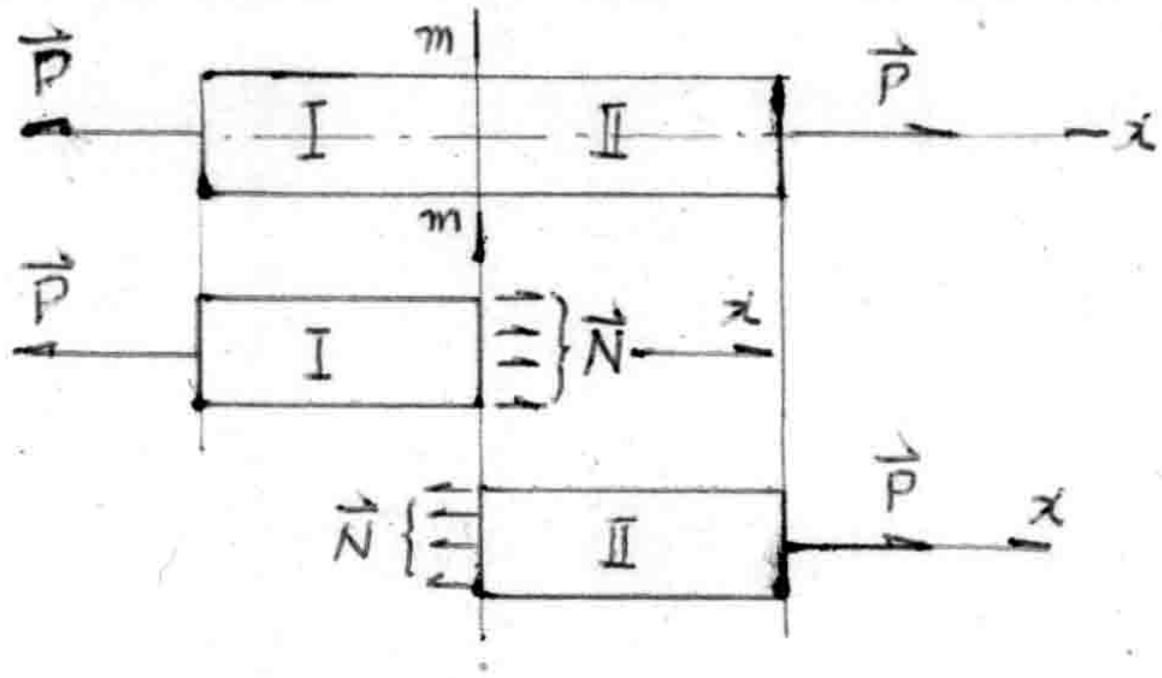
(二) 截面法——揭示内力的基本方法

分析研究内力是对构件进行强度、刚度、稳定性分析研究的基础。现介绍求得构件内力的一般方法，它也是贯穿整个材料力学的一种基本方法，即截面法。

(三) 内力图：

用图线表示出内力随构件截面位置变化的规律，从而确定其危险截面。

现以下列各例，说明应用截面法求得内力的步骤：



①.切开：

沿欲求内力的截面(m—m)假想地将构件切开,保留其中一部分作为研究对象。

②.内力替代：

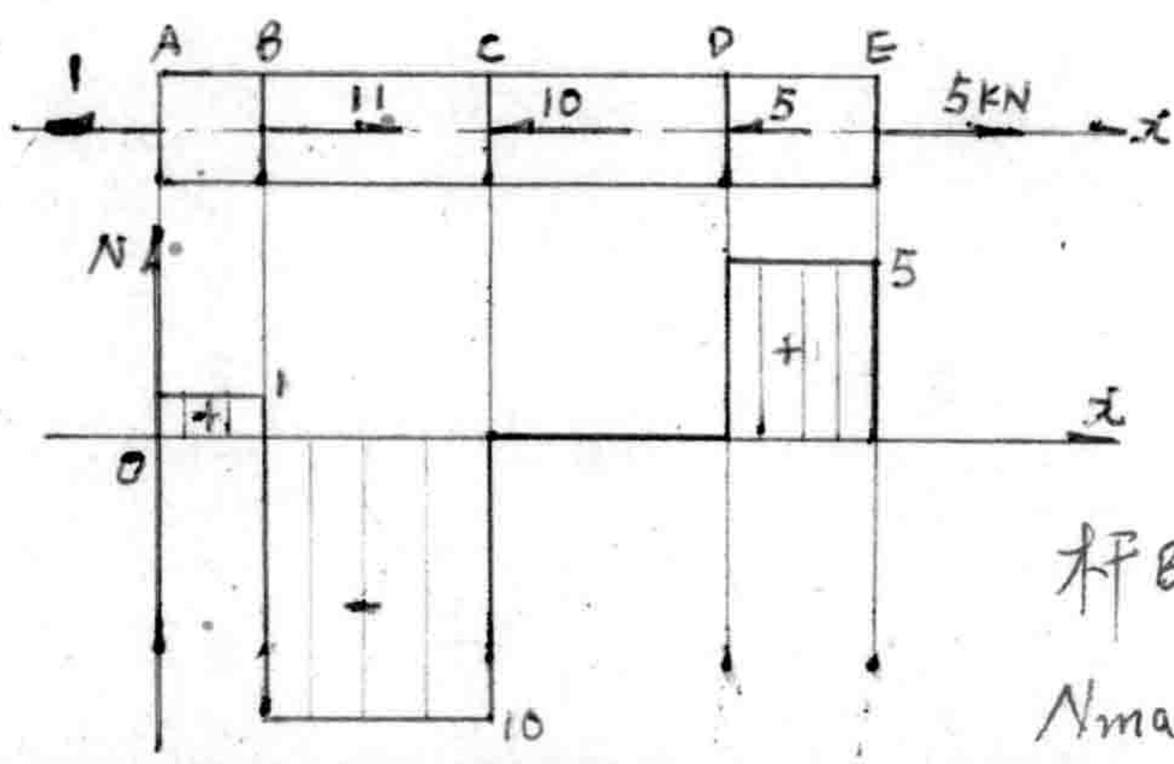
将另一部分对所研究部分的作用以分布内力系的合力替代。

③.建立平衡条件：

对所研究部分建立平衡条件,从而确定截面内力。

这里需要强调指出：在采用截面法求解内力前,不可使用力的可传性原理将构件上所受载荷用一与之相当力系来替代,否则将得出错误的结果。

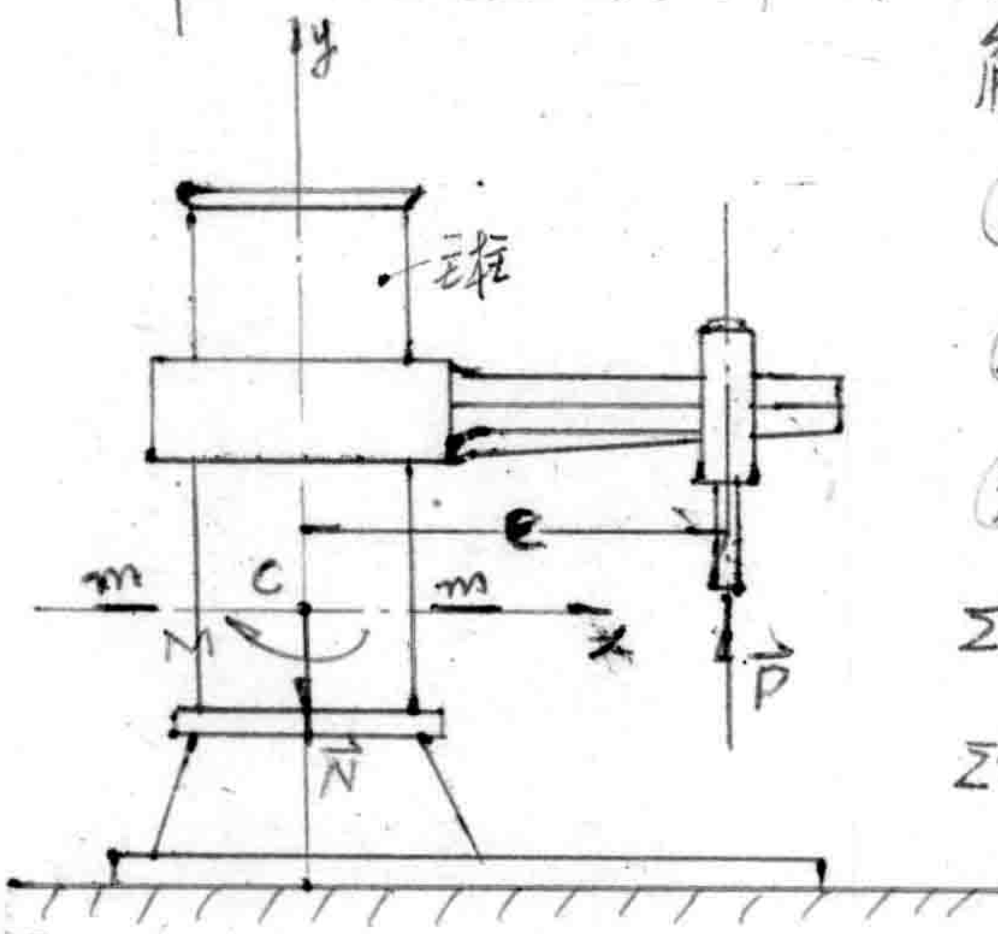
例如下图：绘内力图,确定最大内力,指出在何段。



杆BC段

$N_{max}=-10KN$

例：试确定图示摇臂钻床立柱横截面m—m的内力。



解：

①.切开

②.内力替代

③.平衡条件确定内力

$\sum Y=0$ $N=P$（铁.向C点简化）

$\sum m_c(\vec{F})=0$

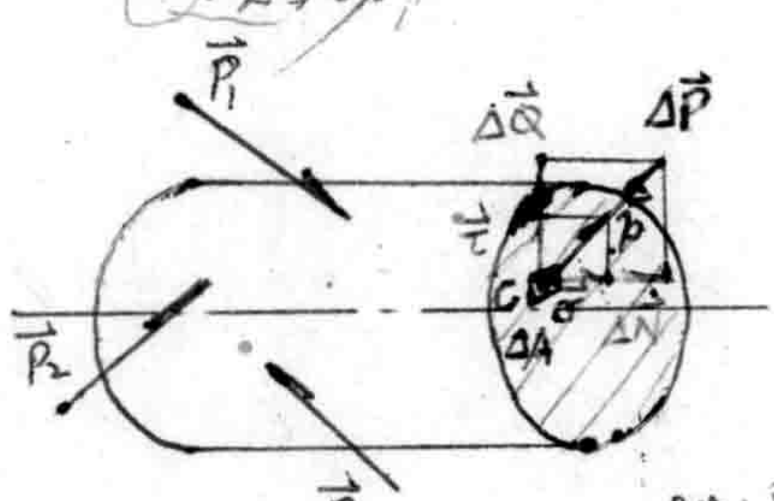
$M=Pe$（铁.向C点简化）

§1-4. 应力——内力集度：

上例中：内力N和M是立柱横截面m—m上的分布内力系向截面形心C简化的结果，即分布内力系的主矢和主矩。用它们可以说明截面以上部分的内力和外力的平衡关系。但不能说明分布内力系在横截面内某一点处的强弱程度。为此，我们引入内力集度（即应力）的概念。

如图所示：围绕点C取一微小面积ΔA

（一）.总应力p



$\vec{p}_m=\dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta A}$ ……ΔA上内力集度的平均值，它与所取的ΔA的大小有关。

$\vec{p}=\lim\limits_{\Delta A\to 0}\dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta A}=\dfrac{d\vec{P}}{dA}$ ……它确实地表明点C处的内力集度，即点C处的总应力，它是一矢量。

（二）.正应力（法应力）σ

渝州大学备课纸

某C点的总应力p沿截面法向方向的分量，称为正应力。

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA}$$

三、剪应力（切应力）τ

某C点的总应力p沿截面切线方向的分量，称为剪应力。

$$\tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA}$$

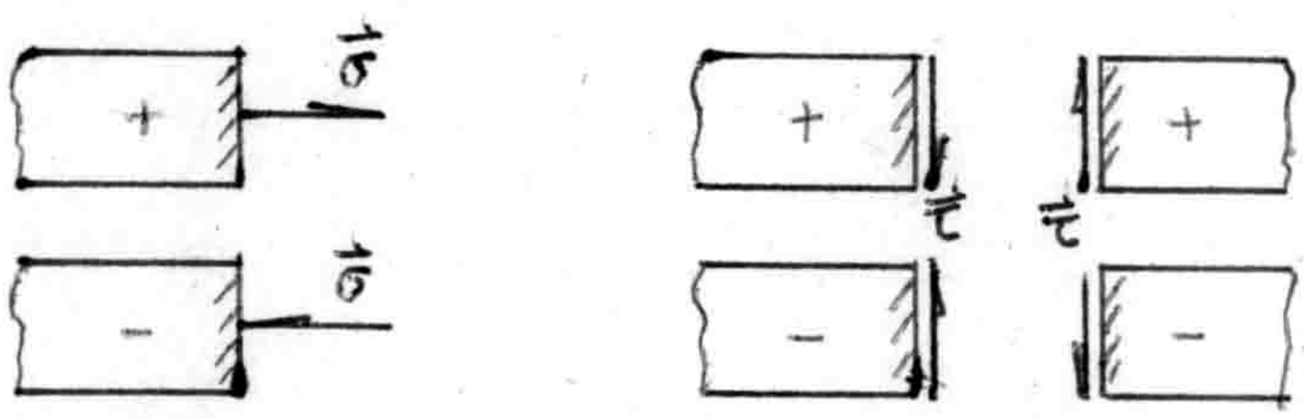
在国际单位制中，应力的单位为：

$$应力 = \frac{内力}{截面面积} = \frac{N}{m^2} = Pa（帕斯卡）$$

由于此单位太小，使用不便，工程中常用：

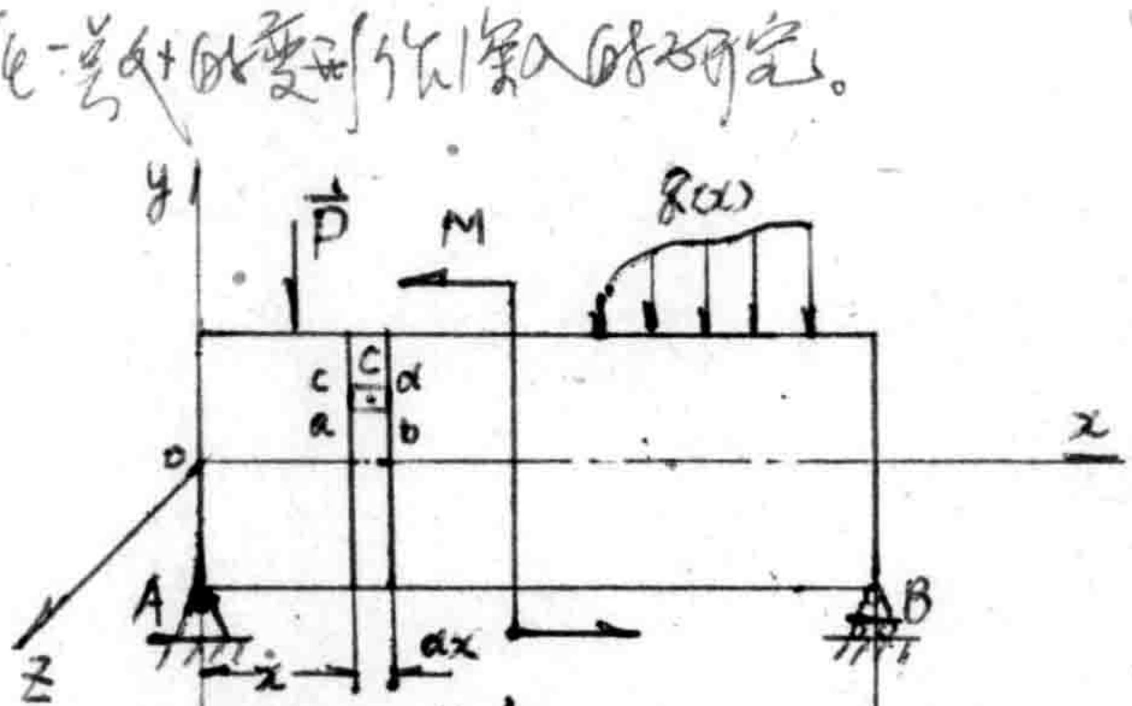
$$KPa = 10^3 Pa；MPa = 10^6 Pa；GPa = 10^9 Pa$$

应力的符号规定为：



§1-5 应变——线应变与角应变

为了研究杆件截面上内力的分布规律，首先必须对杆件内任一点处的变形作深入的研究。



外力分类：

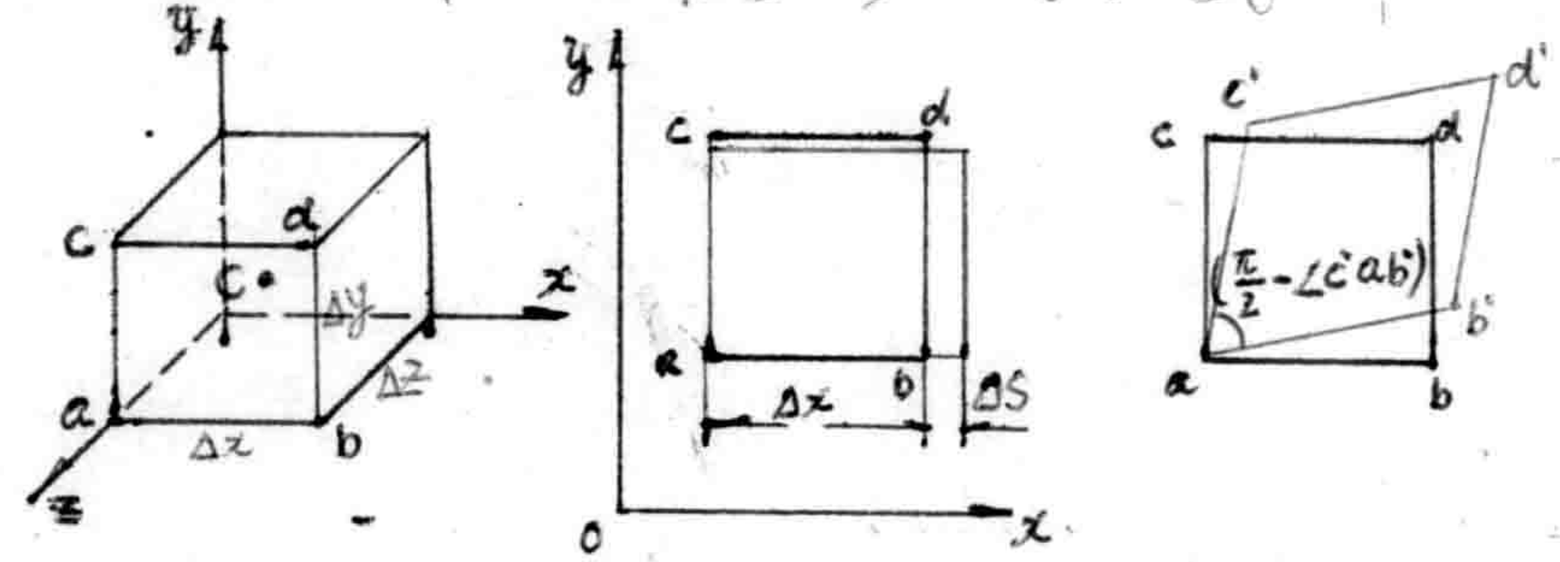
表面力——集中力、分布力。

体积力——重力、惯性力等。

静载；

动载——交变载荷、冲击载荷等

如上图所示，设从构件内某点C处取一微小的正六面体，当上述微小正六面体的各边缩至无穷小时，称为单元体。



一、线应变ε（正应变）

① 绝对变形（伸长或缩短）

$$\Delta s=(\Delta x+\Delta s)-\Delta x$$

② 相对变形（线应变）

$$\varepsilon_m=\frac{(\Delta x+\Delta s)-\Delta x}{\Delta x}=\frac{\Delta s}{\Delta x}$$ ……平均线应变

$$\varepsilon=\lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta x}=\frac{ds}{dx}$$ ……点C处沿x轴方向的线应变。

它是一个无量纲的量。

二、角应变γ

直角的角度的改变量称为相对角变形，称为角应变或剪应变。它亦是无量纲的量。

如图所示：变形前后角度的改变是$(\frac{\pi}{2}-\angle c'ab')$，当c和b趋近于a时，上述角度改变的极限值为

$$\gamma=\lim_{\substack{ac\to 0\\ ab\to 0}}\left(\frac{\pi}{2}-\angle c'ab'\right)$$

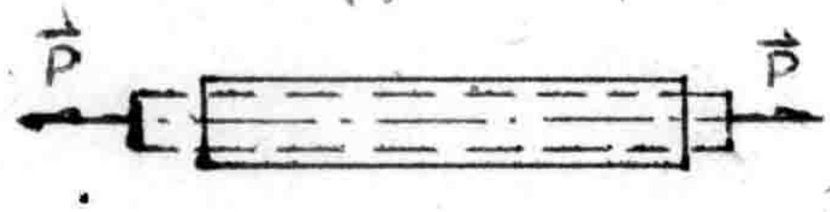
它称为a点在xy平面内的角应变或剪应变。

上述ε和γ是度量构件内一点处变形程度的两个基本量。

§1-6 杆件变形的基本形式:

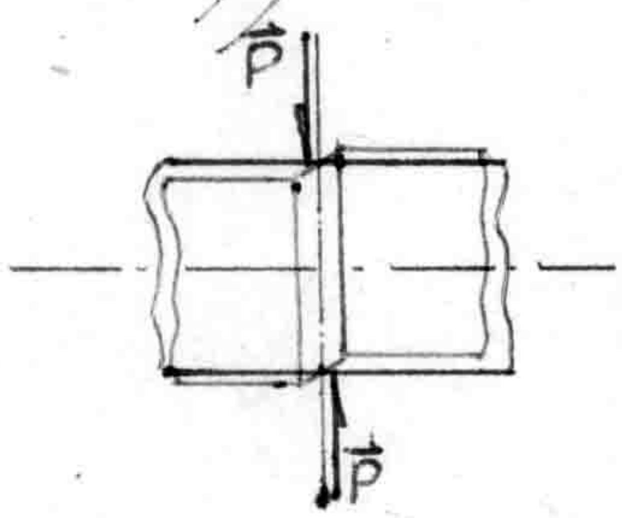
由于作用于杆件上的外力有各种情况,因而杆件相应的变形也有各种不同的形式,现分述如下:

(一) 沿杆件轴向拉伸与压缩:



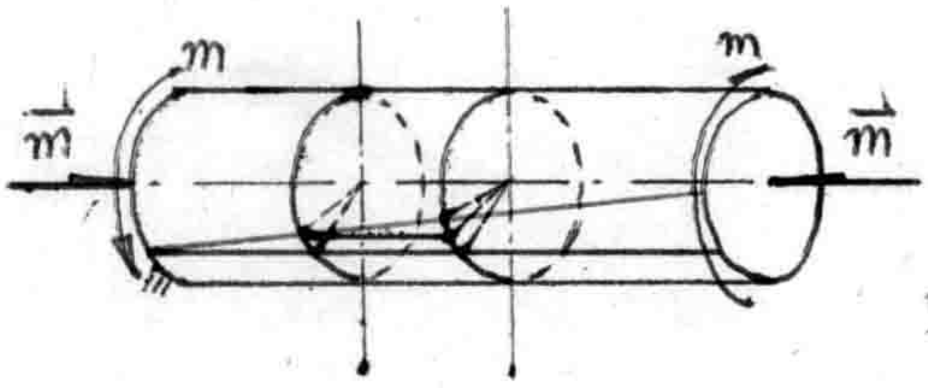
力的作用线与杆件轴线重合,其变形表现为轴向伸长或缩短,横截面缩小或扩大,如活塞杆等。

(二) 剪切:



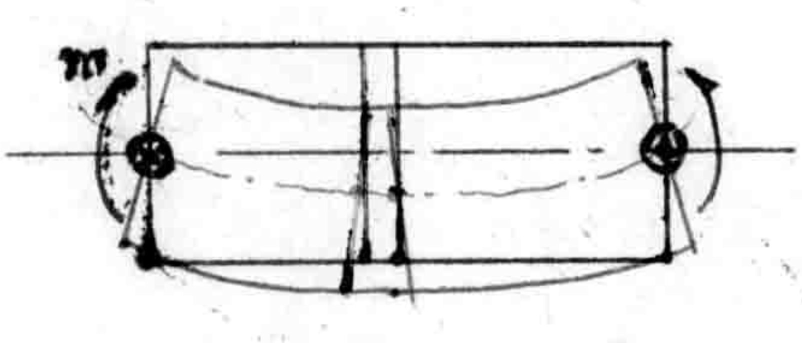
两力作用线相距很近且与杆轴线垂直,其变形形式表现为剪切,它常与其它变形形式共存,如铆钉与螺栓连接等。

(三) 扭转:



两力偶矩矢方向平行于杆件轴线,其变形形式表现为相邻两横截面绕其杆件轴线发生相对转动,如传动轴等。

(四) 弯曲



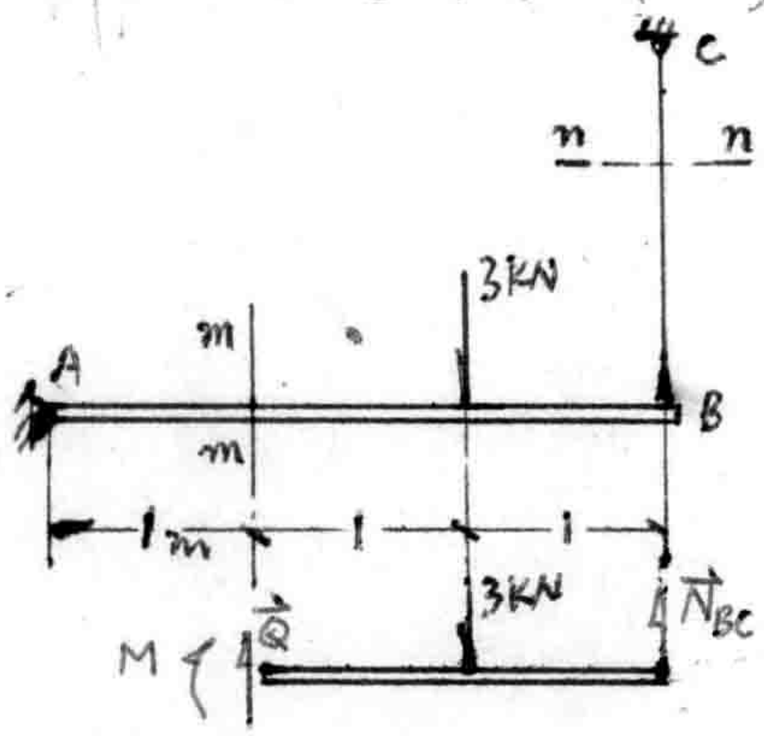
两力偶矩矢方向垂直于杆件轴线,其变形形式表现为相邻两横截面绕垂直于轴线的轴作相对转动。

以上所述为杆件四种基本变形形式,工程实际中还有一些杆

件同时受到几种基本变形。如机床主轴工作时将受到扭转、弯曲和压缩三种基本变形。这种情况称为组合变形。

课外作业① P_{13-14} 1.2；1.3；1.5

1.2 试求图示结构 m－m 和 n－n 两截面上的内力，并指出AB和BC两杆的变形属于何种基本变形。



$\Sigma m_A(\vec{F})=0$

$3N_{BC}=6 \quad N_{BC}=2KN$

BC杆属于拉伸

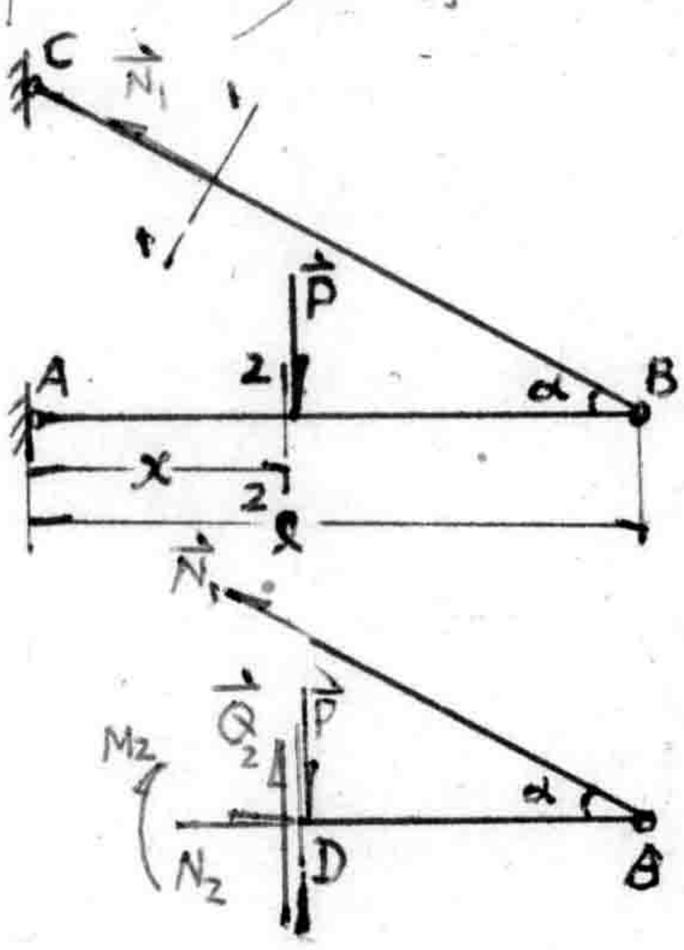
$\Sigma Y=0 \quad Q-3+N_{BC}=0$

$Q=1KN$（剪切）

$M=2N_{BC}-3\times1=1KN\cdot m$

AB杆属于弯曲

1.3 在图示简易吊车的横梁上，P力可以左右移动。试求截面1－1和2－2上的内力及其最大值。



$\Sigma m_A(\vec{F})=0 \quad N_1\sin\alpha\cdot l-Px=0$

$N_1=\dfrac{P}{l\sin\alpha}x$

当：$x=l$时

$N_{1\,max}=\dfrac{P}{\sin\alpha}$

$\Sigma X=0 \quad N_2=N_1\cos\alpha=\dfrac{P}{l\sin\alpha}x\cdot\cos\alpha$

$N_2=\dfrac{P\cot\alpha}{l}x$

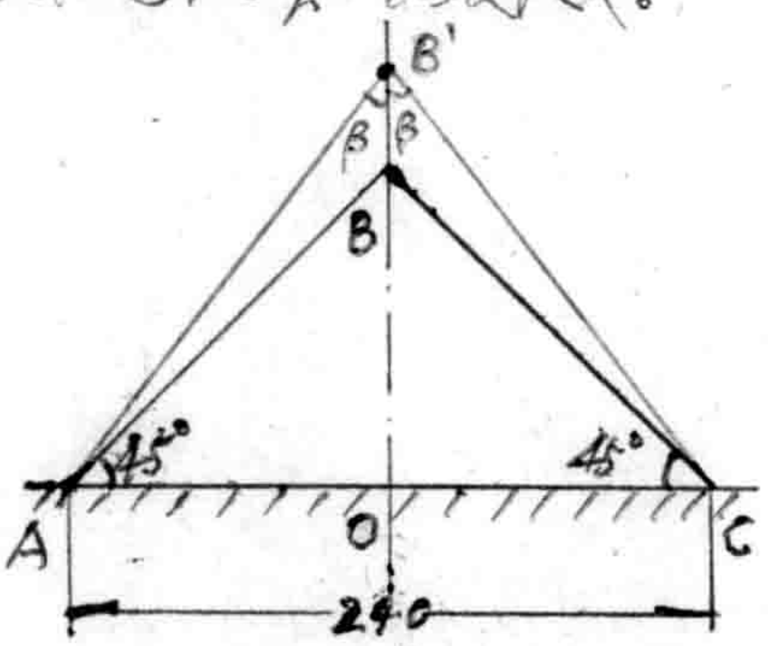
$\Sigma Y=0 \quad Q_2-P+N_1\sin\alpha=0$

$Q_2=P(1-\dfrac{x}{l})$

$\Sigma m_D(\vec{F})=0 \qquad M_2=N_1\sin\alpha(l-x)$

$$M_2=P\frac{(l-x)}{l}x$$

1.5 图示三角形薄板因受外力作用而变形，角点B垂直向上的位移为0.03mm，但AB和BC仍保持为直线。试求沿OB的平均应变，并求AB、BC两边在B点的角度改变。



解：$\overline{BB'}=0.03\,mm$；$\overline{OB}=120\,mm$

$$\varepsilon_m=\frac{\overline{BB'}}{\overline{OB}}=\frac{0.03}{120}=0.00025$$

$$=2.5\times10^{-4}$$

$$\gamma=\frac{\pi}{2}-\angle AB'C=\frac{\pi}{2}-2\beta$$

$$tg\beta=\frac{\overline{AO}}{\overline{OB'}}=\frac{120}{120.03}=0.99975$$

$\beta=arctg\,0.99975\approx44.992837^\circ$

$2\beta=89.985674^\circ$

$\gamma=90^\circ-89.985674^\circ=0.014326^\circ$

则：$\gamma=0.014326^\circ\times\frac{\pi}{180}$

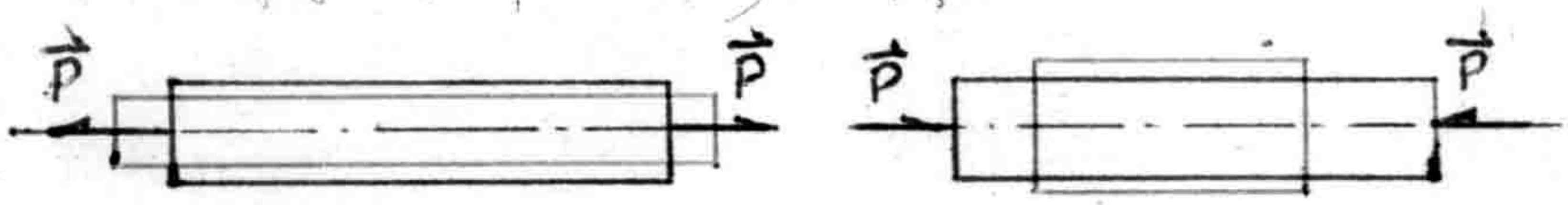
$\doteq2.5\times10^{-4}(rad)$

第二章 拉伸、压缩与剪切概论

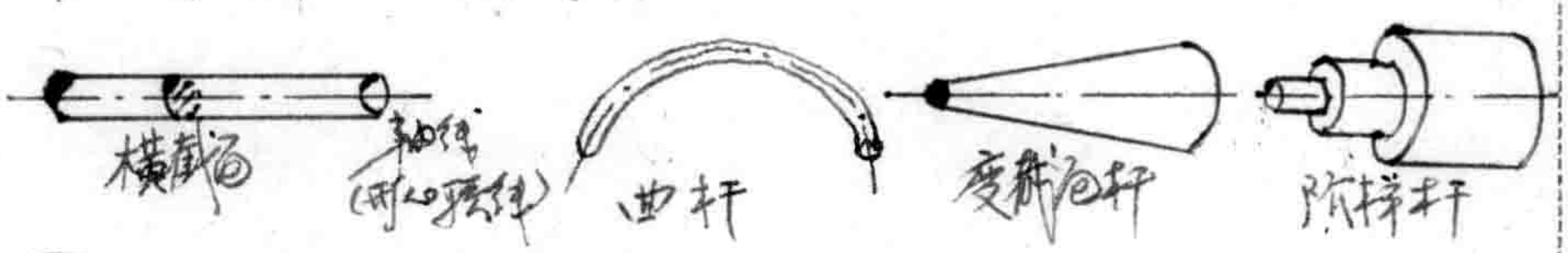
§2-1 概述：

工程实际中，如液压传动的活塞杆、内燃机中的连杆、起重用的钢索、千斤顶和拉力等都是承受轴向拉伸或压缩的杆件，其受力特点是外力作用线与杆件轴线重合，故称为轴向拉伸和压缩。其变形特点是沿轴向伸长或缩短，横截面缩小或扩大。

如图示轴向拉伸与压缩的力学模型：



所谓杆件是指其横向尺寸远小于轴向尺寸称之，又有直杆、曲杆、变截面杆和阶梯杆之分。



§2-2 内力(轴力)和内力图(轴力图)：

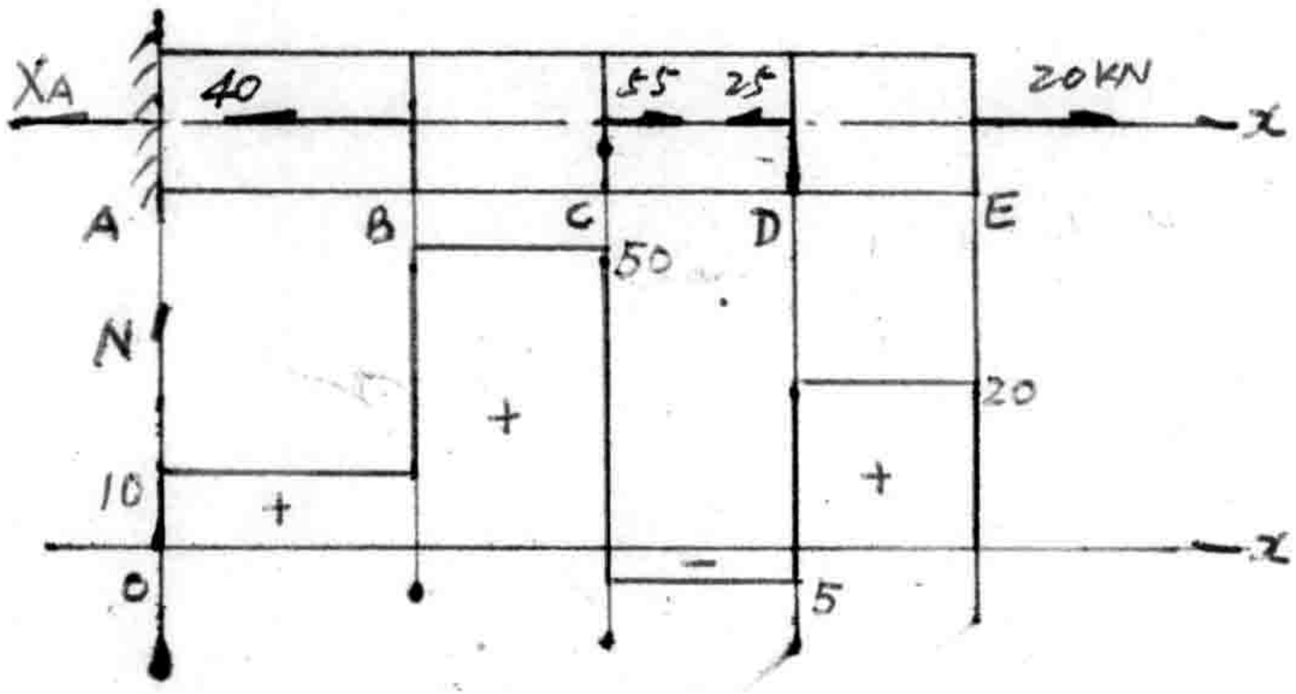
由于轴向拉伸和压缩时其外力作用线与杆件轴线重合，故内力的合力亦与杆件轴线重合，故将此内力称为轴力，并规定拉伸时为正，压缩时为负。

例：试作图示等直杆的轴力图：

解：

(一) 根据平衡条件确定未知反力：

$X_A = 10KN$



(二)应用截面法分别计算杆各段的内力(轴力)

在此必须注意：在假设轴力方向时一般都设为正，即受拉，若计算结果得正，表明受拉，得负表明受压。这样处理就与材料力学的符号统一起来了。

(三)选定比例绘制轴力图：

(四)确定杆件危险截面及其最大轴力之值

$N_{max}=50KN$ (拉)　　在杆的BC段

§2-3 直杆轴向拉伸或压缩时横截面及斜截面上的应力分析和计算

根据前述的轴力大小并不能判断杆件是否有足够的强度。如用相同材料制成的粗细不同的两根杆件，在相同的轴力下，细杆必然先拉断。可见，杆件的强度不仅与轴力大小有关，还与其横截面的面积大小有关。

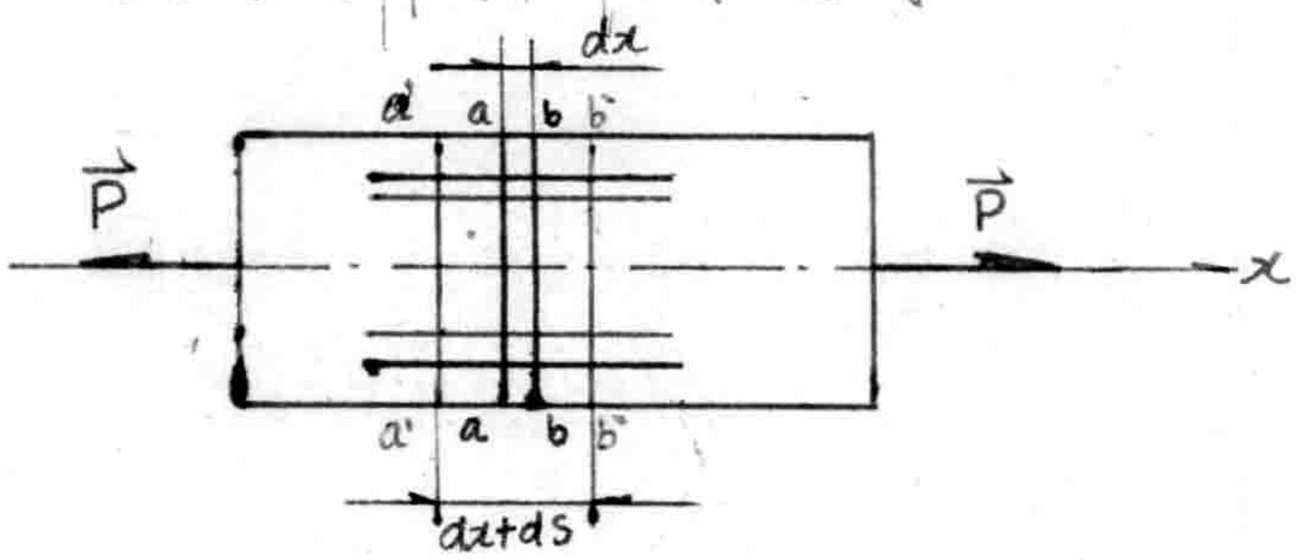
所以必须用横截面(或斜截面)上的应力($\sigma=\frac{dN}{dA}$、$\tau=\frac{dQ}{dA}$)来度量杆件的受力程度。下面分别研究杆件横截面及斜截面上的应力。

(一)横截面上的应力：

由前可知：在拉伸(或压缩)杆件横截面上，与轴力对

应的应力是正应力σ。($\sigma=\frac{dN}{dA}$)由于σ在横截面上的分布规律不知，这就必须从研究杆件的变形入手，从而确定应力的分布规律。

如图示直杆受拉伸(或压缩)时：



①试验观察：

(1)观察：

变形前 $\overline{aa}//\overline{bb}$，变形后 $\overline{a'a'}//\overline{b'b'}$，即变形前相互平行的横线，变形后只是相对发生了平移。

(2)平面假设：

变形前原为平面的横截面，变形后仍保持为平面，这就是著名的平面假设。由这一假设可以推断，拉杆所有的纵向纤维的伸长相等。根据连续性和均匀性假设，可知横截面上的内力是均匀分布的，即横截面上各点的正应力σ相等。

②理论分析：

(1)几何方面——应变分布规律

$$\varepsilon=\frac{ds}{dx}=\text{常量}\quad(\text{均匀分布})$$

(2)物理方面——应力分布规律

$$\sigma\propto\varepsilon\quad(\text{在线弹性范围内})$$

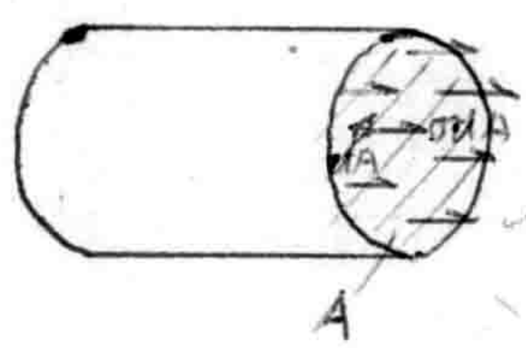
即：$\sigma=E\varepsilon=\text{常量}$ (均匀分布)

式中：E——弹性模量，其单位与应力相同，这就是虎克定律。

(3) 静力方程：

由：$\sigma=\frac{dN}{dA}$ 知：$\int_A dN=\int_A \sigma dA$ $\therefore N=\sigma\int_A dA=\sigma A$

式中：A——杆件原有面积



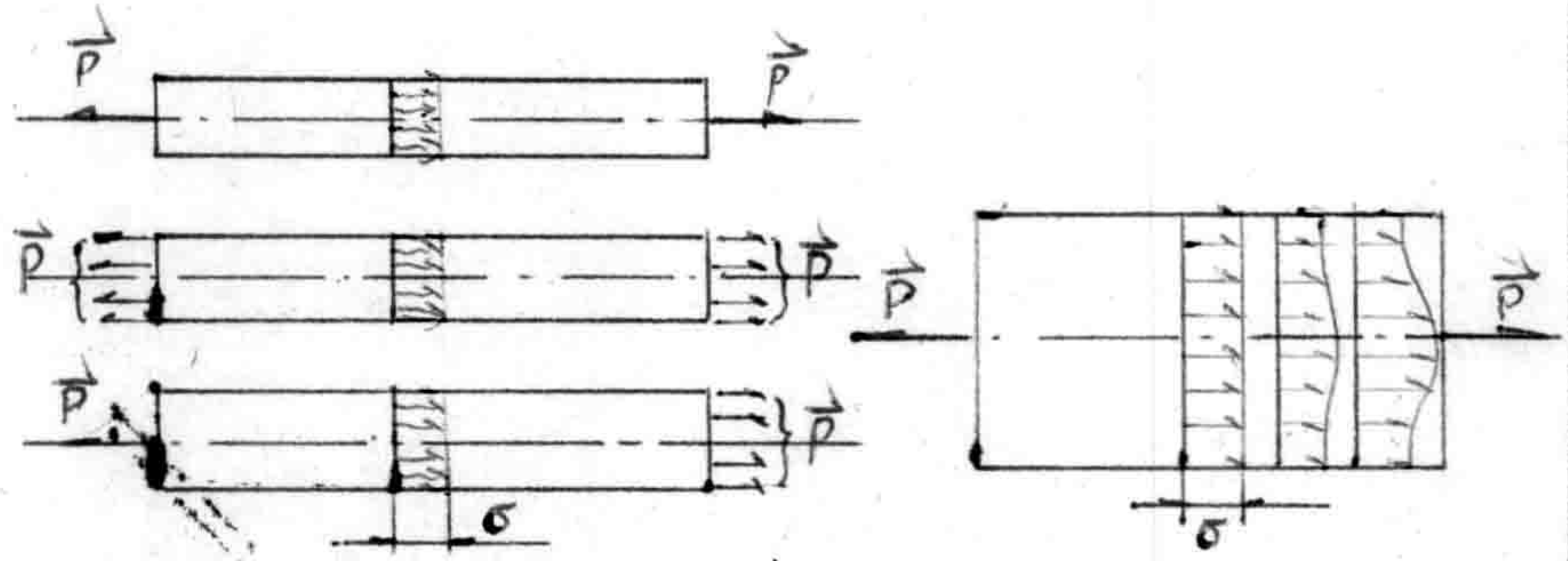
σdA（内力元素）构成垂直于横截面的平行力系，其合力就是轴力N。

$$N=\int_A \sigma dA$$

③ 正应力σ的计算公式：

$\sigma=\pm\frac{N}{A}$，其符号由轴力N确定

根据圣维南原理，不论杆端外力的分布方式如何，只要它们是静力等效的，如图示，除靠近杆端的应力分布较复杂外，在离杆端稍远处，三种情况下的应力分布完全一样，均可应用上述正应力公式。



在某些情况下其正应力的公式为

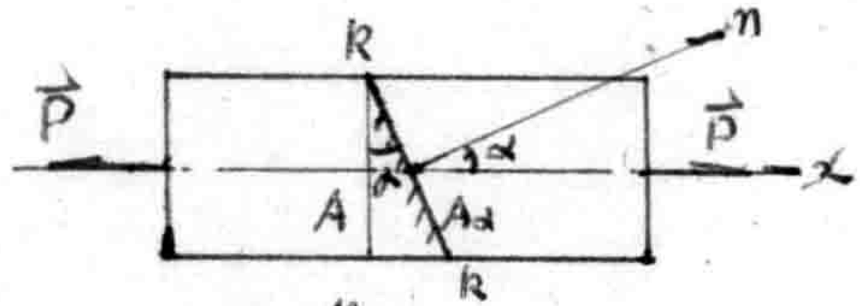
$$\sigma(x)=\frac{N(x)}{A(x)}$$

(二) 斜截面上的应力：

如图所示：若已知杆横截面上的正应力σ，欲求任一斜截面

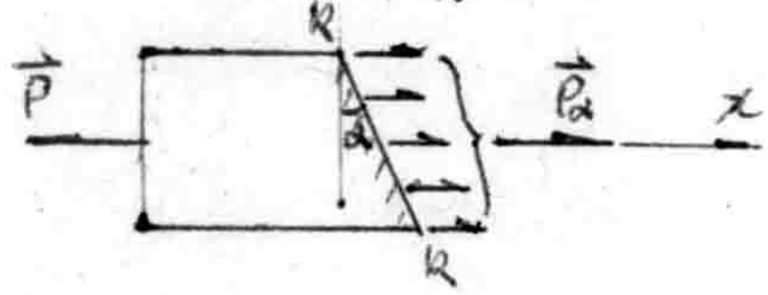
渝州大学备课纸

上的应力 σ_α 和 τ_α（α——为横截面与斜截面外法线之间的夹角）。



由几何可知：$A_\alpha=\frac{A}{\cos\alpha}$

由截面法：$P_\alpha=P$

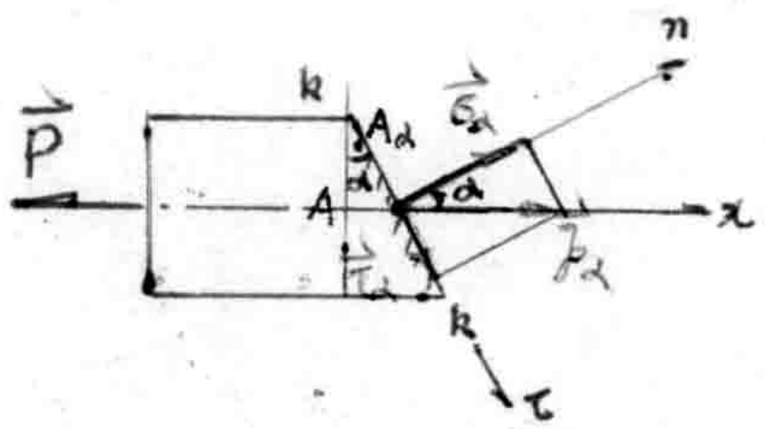


斜截面上的总应力 p_α 为

$$p_\alpha=\frac{P_\alpha}{A_\alpha}=\frac{P}{A}\cos\alpha=\sigma\cos\alpha$$

总应力：$p_\alpha=\sigma\cos\alpha$

将斜截面 k-k 上的总应力分解为



应力分别为

$$\sigma_\alpha=p_\alpha\cos\alpha=\sigma\cos^2\alpha=\frac{\sigma}{2}+\frac{\sigma}{2}\cos2\alpha$$

$$\tau_\alpha=p_\alpha\sin\alpha=\sigma\sin\alpha\cos\alpha=\frac{\sigma}{2}\sin2\alpha$$

$\sigma_\alpha=\sigma\cos^2\alpha=\frac{\sigma}{2}+\frac{\sigma}{2}\cos2\alpha$

$\tau_\alpha=\sigma\sin\alpha\cos\alpha=\frac{\sigma}{2}\sin2\alpha$

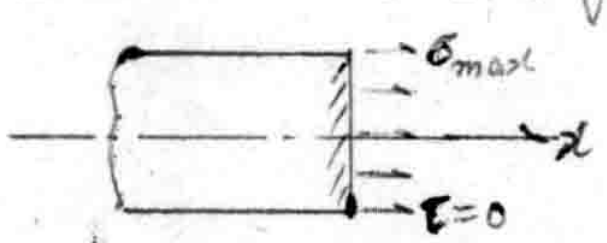
可见，σ_α 和 τ_α 都是截面方位 α 的函数。

3. 讨论：

点的应力状态的概念：即过一点所有各截面上的应力全貌。

单向应力状态：即一点的应力状态可由其横截面上的正应力 σ 来确定者。

① 当：$\alpha=0^\circ$ 时（横截面上）：



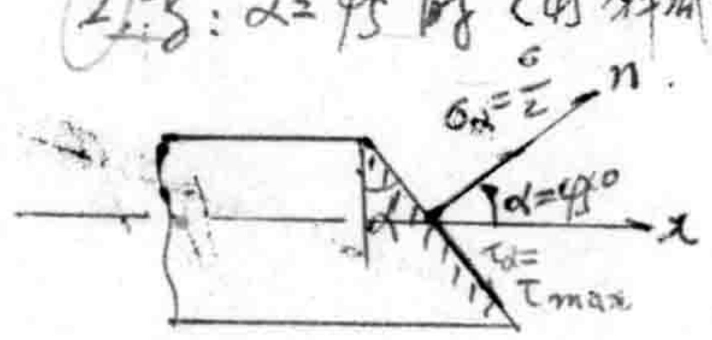
$$\begin{cases}\sigma_{0^\circ}=\sigma_{max}=\sigma\\ \tau_{0^\circ}=0\end{cases}$$

即正应力概念。

$\sigma_\alpha=\sigma\cos^2\alpha$

$\tau_\alpha=\sigma\sin\alpha\cos\alpha=\frac{\sigma}{2}\sin2\alpha$

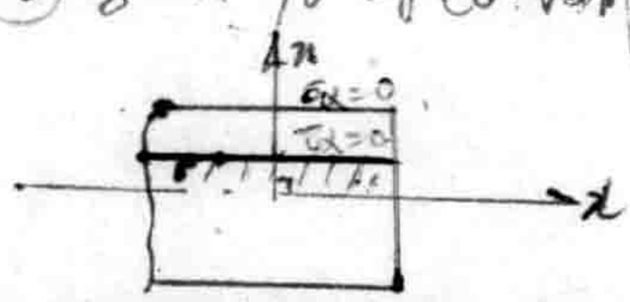
② 当：$\alpha=45^\circ$ 时（45°斜截面上）：



$$\begin{cases}\sigma_{45^\circ}=\frac{\sigma}{2}\\ \tau_{45^\circ}=\tau_{max}=\frac{\sigma}{2}\end{cases}$$

45°斜截面上剪应力达最大值。

③ 当：$\alpha=90^\circ$ 时（纵向截面上）：



$\sigma_{90^\circ}=\tau_{90^\circ}=0$