

残 余 应 力

(下)

康大章
(1977年11月)

一机部机械院机电所

陕 西 机 械 学 院

1977年10月

编 者 说 明

机械零件的残余应力影响着零件的强度、疲劳、尺寸稳定性和耐腐蚀等性能。近几年来，我国的X射线残余应力测定技术有了很大发展，有关残余应力的试验研究工作也引起了各方面的重视，并取得了可喜的成绩。

遵照伟大领袖毛主席“洋为中用”的教导，我们将日刊《机械の研究》一九七〇年至一九七二年各期上连载的米谷 茂撰写的十九篇残余应力的文章翻译汇编成册(分上、下二册)，供有关同志参考。

由于我们水平所限，错误在所难免，请同志们批评指正。

一九七七年十月

目 录

三. 残余应力的测量方法.....	(1)
1. 残余应力的机械测量方法(之一).....	(1)
1.1 圆板残余应力的测量方法.....	(1)
1.2 圆筒残余应力的测量方法.....	(4)
2. 残余应力的机械测量方法(之二).....	(12)
2.1 球的残余应力的测量方法.....	(12)
2.2 线材的残余应力的测量方法.....	(13)
2.3 长方形截面杆的残余应力的测量方法.....	(14)
2.4 平板残余应力的测量方法.....	(17)
2.5 圆管残余应力的测量方法.....	(17)
3. 残余应力的机械测量方法(之三)	(25)
3.1 分割(切取、切槽)法	(25)
3.2 钻孔法	(27)
4. 残余应力的物理测量方法.....	(36)
4.1 X射线法	(37)
4.2 磁性法	(43)
4.3 脆性涂料法	(44)
4.4 光学法(光弹复膜法)	(45)
4.5 声学法.....	(47)
四. 残余应力的影响.....	(50)
1. 残余应力对静强度和变形的影响.....	(50)
2. 残余应力对结构件静稳定性的影响.....	(54)
3. 残余应力对硬度的影响.....	(56)
4. 残余应力对疲劳的影响.....	(59)
4.1 冷加工和热处理产生的残余应力对疲劳强度的影响	(60)
4.2 表面硬化处理的残余应力对疲劳强度的影响	(64)
5. 残余应力对脆性破坏的影响.....	(67)
6. 残余应力对腐蚀开裂的影响.....	(70)
五. 残余应力的消除和调整.....	(74)
1. 校直和残余应力.....	(74)
1.1 反复弯曲校直机产生的残余应力	(74)
1.2 拉伸校直机产生的残余应力	(76)

1.3 其它校直机产生的残余应力	(76)
2. 用加热的方法消除和调整应力	(76)
2.1 用加热的方法消除应力及残余应力	(76)
2.2 淬火材料和加工材料的应力消除及调整	(79)
3. 用机械方法消除和调整残余应力	(83)
3.1 用拉伸消除残余应力	(83)
3.2 用振动消除残余应力	(85)
3.3 表面加工调整残余应力	(86)
4. 铸造残余应力的消除	(86)
4.1 退火消除残余应力	(86)
4.2 自然时效消除应力	(87)
4.3 静作用应力消除残余应力	(87)
4.4 振动消除残余应力	(88)
5. 焊接残余应力的消除	(89)
5.1 退火——焊后热处理 消除应力	(89)
5.2 低温应力消除法	(89)
5.3 用预热法使应力减小	(90)
5.4 用静作用应力使应力消除	(90)
5.5 用锤击消除应力	(91)
5.6 用振动消除应力	(91)

三、残余应力的测量方法

前言

残余应力的测量方法大体上可以分为机械测量方法和物理测量方法。前者的测量原理是用某些方法将具有残余应力的部分从中分离或切割出来，使一部分残余应力释放，然后测量这时它所表现的变形，利用弹性理论求出残余应力。而后者，如X射线法或磁性法，是利用晶体的X射线衍射现象和材料的磁学性能求出残余应力的，因此测量时不用将材料进行分离和切割，就能直接求得残余应力。用机械测量方法所测量的应力是宏观残余应力，大体上是将微观残余应力分离后求出的应力。而物理测量方法，除了宏观残余应力外，有时也可以同时求得微观残余应力。本文仅限于对宏观残余应力的测量，将上述各种方法作一大概的介绍。

1. 残余应力的机械测量方法（之一）

本文先说明圆板、圆筒、球、线材、板等形状简单的物体的残余应力测量方法，再说明板和形状复杂物体残余应力的简便测量方法。一般的实验方法是由切削等机械方法或腐蚀等方法将材料的一部分逐步去除。有的还同时采用切除或切割，有的仅用一般去除方法简便地求出残余应力。

1.1 圆板残余应力的测量方法

圆板残余应力的测量方法，是指圆板具有轴对称的残余应力时的测量方法。令圆板的切向和径向的残余应力分别为 σ_t 、 σ_r ，它们只是半径r的函数。

（1）一般的方法（逐步剥层法）

（a）从内剥层法：设圆板的外半径为 R_2 ，内半径为 R_1 ，现从圆板内层进行逐步剥层直到半径为r（图1（a））。于是在半径r内存在的残余应力 $\sigma_r(r)$ 被释放。这就相当于在剩下的圆板内层表面附加了一个 $-\sigma_r(r)$ 的力。设圆板的外半径的变化为 $u_2(r)$ ，则由Lame的圆筒理论得到：

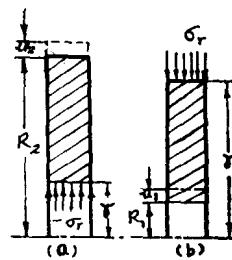


图1

$$E \frac{u_2(r)}{R_2} = \frac{2r^2}{R_2^2 - r^2} \sigma_r(r) \quad (1)$$

E：杨氏模量，令 $\epsilon_{t2}(r) = \frac{u_2(r)}{R_2}$ ，则

$$\sigma_r = E \frac{R_2^2 - r^2}{2r^2} \epsilon_{t2}(r) \quad (2)$$

而残余应力满足下面的平衡关系式:

$$\sigma_t = d(r\sigma_t)/dr \quad (3)$$

$$\text{所以, } \sigma_t = E \frac{d\epsilon_{t2}(r)}{dr} - E\epsilon_{t2}(r) \frac{R_2^2 + r^2}{2r^2} \quad (4)$$

$\epsilon_{t2}(r)$ 是用机械方法测量的外径变化,或者用电阻应变片贴在外圆面上测量也可以。关于测量的注意事项在萨克斯(Sachs)法中详细说明。计算应力时,(4)式右边第一项只要将 $\epsilon_{t2}(r)$ 对 r 在曲线图上求微分即可。而取下述(3~4)式时,从 $\sigma_t \cdot r$ 与 r 的曲线图上计算,即可直接求出 σ_t 。

(b) 从外剥层法:这是通过去除外层,测量其内径的变化,求圆板外圆的残余应力的方法。如图1(b)所示,将外层半径 R_2 去除到 r 。设内圆半径的变化,即圆周的应变为 $\epsilon_{t1}(r)$,和前节同样可求出残余应力

$$\sigma_t = -E\epsilon_{t1}(r) \frac{r^2 - R_1^2}{2r^2} \quad (5)$$

$$\sigma_t = -E \frac{d\epsilon_{t1}(r)}{dr} \frac{r^2 - R_1^2}{r} - E \frac{R_1^2 + r^2}{2r^2} \epsilon_{t1}(r) \quad (6)$$

而 $\epsilon_{t1}(r) = u_1(r)/R_1$, $\epsilon_{t1}(r)$ 用电阻应变片贴在内圆即可求出。而当 $R_1 = 0$ 时,若在圆心贴应变片,测量外圆去除所产生的应变 $\epsilon_{t0}(r)$,即得残余应力为:

$$\sigma_t = -E\epsilon_{t0}(r) \cdot (1 - \nu) \quad (7)$$

$$\sigma_t = -E \frac{d\epsilon_{t0}(r)}{dr} (1 - \nu)r - E(1 - \nu)\epsilon_{t0}(r) \quad (8)$$

按(3)(4)式或(5)~(8)式可得到圆板的残余应力,但一个试样不能直接得到内圆或外圆附近的残余应力。因此可以利用残余应力满足 $\int_{R_1}^{R_2} \sigma_t dr = 0$, $\sigma_t(R_1) = \sigma_t(R_2) = 0$ 的关系,在曲线图上用外推法求出。

(c) 从外剥层和从内剥层结合,求全部应力分布的方法:先进行外层去除,随后进行内层去除,如图2所示,测量半径 R_3 的变化,由此求出全部应力分布。令半径 R_3 的变化为 u_3 。圆周上的应变为 $\epsilon_{t3}(r) = u_3(r)/R_3$ 。首先当外层去除到 r 时,残余应力为:

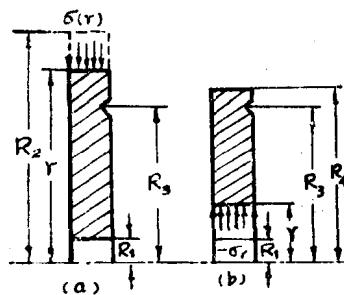


图 2

$$\sigma_t = -E\epsilon_{t3}(r) \frac{1}{1 - \nu + \frac{R_1^2}{R_3^2}} \frac{\frac{r^2 - R_1^2}{r^2}}{(1 + \nu)} \quad (9)$$

$$\sigma_t = -E \frac{1}{1-\nu + \frac{R_1^2}{R_3^2}(1+\nu)} \left[\frac{d\epsilon_{t3}(r)}{dr} \frac{r^2 - R_1^2}{r} + \epsilon_{t3}(r) \frac{r^2 + R_1^2}{r^2} \right] \quad (10)$$

ν : 泊松比。因此, 若将外层去除到半径 R_4 , 于是剩下的圆板, 由于去除掉这部分, 而在圆板内部的切向和径向分别附加上应力 σ_{td} 、 σ_{rd} 。因而对于外径为 R_4 , 内径为 R_1 的圆板, 其残余应力 σ_t^* 、 σ_r^* 为:

$$\sigma_t^* = \sigma_t + \sigma_{td}, \quad \sigma_r^* = \sigma_r + \sigma_{rd} \quad (11)$$

在半径为 r 处 ($r < R_4$) 加上的附加应力, 相当于外园 R_4 上的附加力 $-\sigma(R_4)$, 可由 Lame 的圆筒理论求出为:

$$\sigma_{rd} = -\sigma_r(R_4) \frac{R_4^2}{R_4^2 - R_1^2} \left(1 - \frac{R_1^2}{r^2}\right) \quad (12)$$

$$\sigma_{td} = -\sigma_r(R_4) \frac{R_4^2}{R_4^2 - R_1^2} \left(1 + \frac{R_1^2}{r^2}\right) \quad (13)$$

然后对外径为 R_4 , 内径为 R_1 的圆板进行内层去除, 设这时半径 R_3 处的圆周应变为 $\epsilon_{t3}^*(r)$, 则

$$\sigma_r^* = E \epsilon_{t3}^* \frac{1}{1 - \nu + \frac{R_4^2}{R_3^2}(1 + \nu)} \frac{R_4^2 - r^2}{r^2} \quad (14)$$

$$\sigma_t^* = E \frac{1}{1 - \nu + \frac{R_4^2}{R_3^2}(1 + \nu)} \left[\frac{d\epsilon_{t3}^*(r)}{dr} \frac{r^2 - R_4^2}{r} - \frac{R_4^2 + r^2}{r^2} \epsilon_{t3}^*(r) \right] \quad (15)$$

(2) 切割法

这是在圆板的面上切取许多窄环, 测量这些窄环半径的变化, 从而近似求出残余应力的方法。如图 3 所示, 在半径为 r 处切取宽度为 h 的厚度很薄的圆环。首先考虑切取后残余应力完全释放的情况。圆环半径的变化 ϵ_t 为:

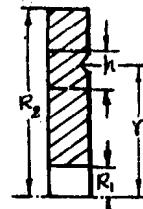


图 3

$$\epsilon_t(r) = -\frac{1}{E}(\sigma_t - \nu\sigma_r) \quad (16)$$

因此切取各种不同半径的圆环, 分别求其 $\epsilon_t(r)$ 。将(16)式代入应力平衡式(3)消去 σ_t , 则

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1-\nu}{r}\sigma_r = -\frac{E\epsilon_t}{r} \quad (17)$$

取 $\sigma_r(R_2) = 0$ 解上式, 求得 σ_r , σ_t ,

$$\sigma_r = \frac{1}{r^{1-\nu}} \int_r^{R_2} \frac{E\epsilon_t(r)}{r^\nu} dr \quad (18)$$

$$\sigma_t = \nu\sigma_r - E\epsilon_t \quad (19)$$

其次, 当切取的圆环内残余应力没有完全释放时, 那就用下面的方法求应力, 各圆环切断后测量直径变化 δ 。即得下述关系:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{E\delta}{2r^2} \quad (20)$$

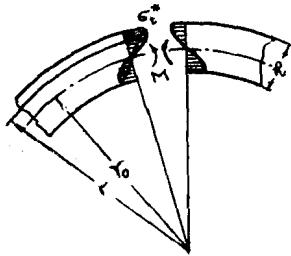


图 4

设

$$F(r) = \int_{R_1}^r \frac{E\delta}{2r^2} dr \quad (21)$$

将(21)式积分，用 $\sigma_z(R_1) = \sigma_z(R_2) = 0$ 和(3)式求残余应力为：

$$\sigma_z = \frac{1}{r} \left\{ \int_{R_1}^r F dr - \frac{r - R_1}{R_2 - R_1} \int_{R_1}^{R_2} F dr \right\} \quad (22)$$

$$\sigma_z = F(r) - \frac{1}{R_2 - R_1} \int_{R_1}^{R_2} F dr \quad (23)$$

实际上用这个方法求圆板残余应力的实验操作是简单的。而在计算应力时，则要对曲线进行一次乃至两次积分。

1.2 圆筒残余应力的测量方法

本方法处理的情况是圆筒具有轴对称的残余应力，设轴向、切向和径向的残余应力为 σ_z 、 σ_r 、 σ_t ，它们仅是半径 r 的函数。并设圆筒的外半径为 b ，内半径为 a 。而且圆筒在轴向有足够的长度。先说明一般的逐步剥层法，然后说明它和分割并用的方法以及测量比容等特殊方法。

(1) 一般方法（逐步剥层法）

(a) 从内剥层法³⁾：这个方法是有名的萨克斯(Sachs)法。先简单说明一下该方法的原理²⁾。逐步去除圆筒的内层，测量去除过程中圆筒轴向的长度和外径的变化。用圆筒外圆上显示的轴向和切向的松弛应变 ϵ_{zb} 、 ϵ_{tb} 计算残余应力。

假设圆筒具有足够的长度，则可以看作平面应变的问题。设圆筒从半径 a 去除到 ρ 。这时在半径 ρ 处径向残余应力 $\sigma_r(\rho)$ 被释放，因此相当于对圆筒内表面附加了一个 $-\sigma_r(\rho)$ 的力，设圆筒外表面显示的切向松弛应力为 σ_{tb} ，由Lame圆筒理论可得：

$$\sigma_{tb} = \frac{2\rho^2}{b^2 - \rho^2} \sigma_r(\rho) \quad (24)$$

将应力和应变的关系代入上式，并且令 $\Lambda = \epsilon_{zb} + \nu\epsilon_{tb}$ ， $\Theta = \epsilon_{zb} + \nu\epsilon_{tb}$ ， $\pi b^2 = f_b$ ， $\pi\rho^2 = f$ ，则径向

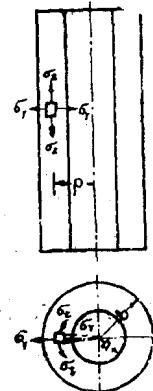


图 5

残余应力 σ_r 为：

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{f_b - f}{2f} \right\} \Theta \quad (25)$$

将其代入平衡式(3)，则切向残余应力为：

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ (f_b - f) \frac{d\Theta}{df} - \frac{f_b + f}{2f} \Theta \right\} \quad (26)$$

轴向残余应力可按上述方法求得。当内表面从 a 去除到 ρ 时，除去部分的应力总和，看作是均匀地加在剩余部分的截面内的。设剩余的圆筒外表面的轴向松弛应力为 $\sigma_{zb}(\rho)$ ，因为这个应力在截面内是均匀的，所以下列力的平衡式就成立：

$$\int_a^\rho \sigma_z \cdot 2\pi r dr = \pi(b^2 - \rho^2) \sigma_{zb}(\rho) \quad (27)$$

将(27)式对 ρ 微分，采用应力和应变的关系，把 σ_{zb} 用应变来代替，求解，即得轴向应力为下式：

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ (f_b - f) \frac{d\Lambda}{df} - \Lambda \right\} \quad (28)$$

随着内层的切除，其外表面的应变为 ε_z ， ε_{zb} ，由此可求出 Λ ，再由(25)，(26)，(28)式就得到残余应力。在这种情况下，不能直接得到外表部分的残余应力。但由于应力满足下列平衡关系式：

$$\int_{f_a}^{f_b} \sigma_z df = 0, \quad \int_a^b \sigma_z dt = 0 \quad (29)$$

因此在图上采用外推法就可得外层部分的应力。

然而，以实际测量的物体来说，有时在经过淬火等处理的物体上，外表面附近的残余应力有很大的变化。这时为了得到高精度的应力值，对于薄壁圆筒，则应分别在切向和轴向进行分离或分割，用上述的薄壁圆筒测量方法求其表面附近的应力。

(b) 测量上的各种问题：现叙述一下实际测量技术上的问题。首先是试样尺寸的影响。Bühler⁵用直径50，150，200毫米的圆棒，切取各种长度的试样，研究了试样长度对残余应力测量的影响。若长度为 l ，直径为 d ，当 $l > 2d$ ，则试样长度方向的中间部位的残余应力不受长度的影响。而且试样较短时，残余应力分布的形态没有多大变化；但轴向应力要大为减小。下田⁶等人也得到同样结果。不过，有时即使所测物的 $l = d$ 时，也得到同样的结果⁷。这些是在试样外圆的中间部位贴上电阻应变片进行测量的情况，而在用机械测量仪测量的情况下，这些限制就不能适用。Bühler从 $l = 400$ 毫米， $d = 50$ 毫米的淬火钢上取各种长度的试样进行研究，结果证明必须 $l > 7d$ 。但是对于切向残余应力则 $l = d$ 是能得到相当近似的应力值。还有川越⁸也对短试样进行了理论研究。

测量时，内层去除是采用机械加工或腐蚀等方法。采用切削加工时，必须注意不迭加机械加工所产生的附加应力。Dodd⁷报导说，将铝合金的退火材料进行钻孔，钻一次到两次孔，在其外表面可观察到大约 0.5×10^{-6} 的应变，而当去除到薄壁的情况下，则出现更大的应变。其应变量要比对应于一般残余应力的应变值小一个数量级，但当试样很硬，或壁变得很薄时，加工必须小心。钻孔时要避免震动。Dodd⁷为此设计了辅助工具，用它防止震动，得到了重复性较好的结果。一般内层去除最好用腐蚀法（钢铁用20%硝酸水溶液）。但是在很硬的圆柱体情况下，打孔困难，这就要用放电加工来解决⁹。

最近，应变测量基本上用电阻应变仪进行。这方面的问题是零点飘移和应变片的蠕动。据说¹⁰零点飘移的主要原因是应变片受潮湿的影响。蠕动取决于粘贴应变片时粘接剂的性质。据报导¹¹溶剂中有非挥发性物质时，蠕动会产生虚假的应变。Bühler, Schreiber⁽²⁾认为应变片用真空干燥的方法比热干燥好。考虑到零点飘移的影响，所以最好在短时间内进行测量，而实际上必须用补偿应变片进行温度补偿。所以，假如一个测点包括加工和测量在内要用两个小时，则内层去除截面积的10%时就需要两天时间。此外，应变片和导线的连接也是个问题¹³。由于安装接头是很小的，多少要引起电阻的变化，因此希望接头的安装都处于同一状态。也有不用焊接，而将应变片和导线的线头插入盛有水银的小容器中（置于试样表面）测量¹⁴。

这样由所得的应变值，用(25), (26), (28)式就可求得残余应力。但实际上式中的微分项对计算应力影响很大。因此当测量值有些分散时，由于选取曲线的方法对斜率影响极大，也造成误差。由于 $\Delta:f$, $\Theta:f$ 曲线一般都是抛物线，Bühler, Schreiber¹⁵建议用最小二乘法求曲线的幂级数，再用幂级数进行应力计算。若得到 $\Delta = a_1 f + a_2 f^2$, $\Theta = b_1 f + b_2 f^2$, 则(25), (26), (28)式的残余应力就变成下式：

$$\sigma_r = \frac{E}{1-v^2} (B_0 + B_1 f + B_2 f^2) \quad (30)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1-v^2} (B_0 + 3B_1 f + 5B_2 f^2) \quad (31)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1-v^2} (A_0 + 2A_1 f + 3A_2 f^2) \quad (32)$$

$A_0 = f_b(a_1 + vb_1)$, $A_1 = f_b(a_2 + vb_2) - (a_1 + vb_1)$, $A_2 = -(a_2 + vb_2)$, $2B_0 = f_b(b_1 + va_1)$, $2B_1 = f_b(b_2 + va_2) + (b_1 + va_1)$, $2B_2 = -(b_2 + va_2)$ 。当 $\Delta:f$, $\Theta:f$ 曲线是三次方曲线时也可用同样方法求得。因为(30)~(32)式没有微分项，所以计算误差小。

从实际测量的数据来看，从初始点到较深的内部， $\Delta:f$, $\Theta:f$ 曲线大多呈直线。这时在应力图上应力为零的地方可考虑近似为下述情况。即，令 $d\Delta/df = C_1$, $d\Theta/df = C_2$, (26), (28)式为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-v^2} \left\{ (f_b - f)C_2 - \frac{1}{2}C_2(f_b + f) \right\} \\ \sigma_t &= \frac{E}{1-v^2} \left\{ (C_1 f_b - C_1 f) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

因此，若 $\sigma_r = 0$ ，则 $f = (f_b/3)$ ；若 $\sigma_t = 0$ ，则 $f = (f_b/2)$ 。即当截面积比分别为 $1/3$, $1/2$ 的地方，应力为零。这表明：即使是 Δ 、 Θ 曲线在图上很一致时，两应力分布也不同。

残余应力亦可由图解法求得¹⁶。令 $E' = \frac{E}{(1-v^2)}$ ，(25), (26), (28)式变为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= E' \Theta \frac{b^2 - r^2}{r^2} \\ \sigma_t &= E' \frac{d}{dr} \left\{ \Theta \left(\frac{b^2 - r^2}{2r} \right) \right\} \\ \sigma_z &= E' \frac{d}{df} \left\{ \Delta (f_b - f) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

将(34)式作成图6所示的曲线，用图解法求出残余应力。求轴向残余应力是在

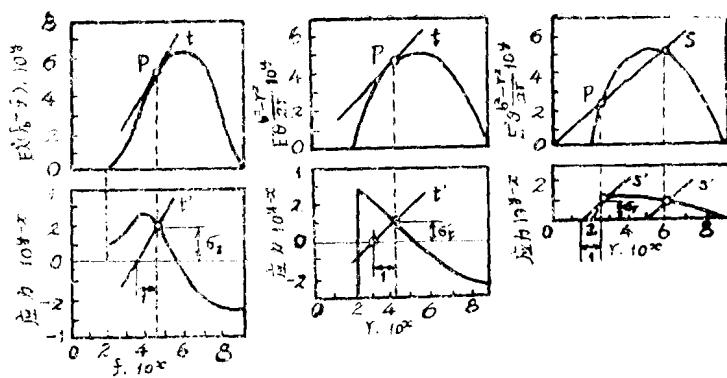


图 6

$E' \Delta (f_b - f)$: 在图上引P点的切线，然后由P点向下面的应力图作垂线，从它与应力为零的线之交点向左取一个单位长度的 $(f - 1) \times 10^6$ 点，再过该点作平行线 t' ，它和垂线的交点就是 σ_a 。切向残余应力 σ_t 也可同样求得。而求径向残余应力 σ_r ，从原点作交于P、S点的直线，然后由P、S向下作垂线，取与应力图上应力为零的线的交点向左一个单位长度的点，过此二点作PS线的平行线 SS' 。它和垂线的交点就是 σ_r 。其它的残余应力测量公式中经常包含微分项，这时将测量公式稍加整理也能用这一方法来求。

上面说的是假定圆筒具有轴对称的应力情况。然而有些情况，如加工时由于塑性弯曲过程的影响，其残余应力分布是非对称的。轴对称的应力可用上述方法求得，下面进一步说明求非对称应力成分的方法¹⁷。

如图7所示, 图中设定非对称的残余应力成分为 $f(y)$, 可将半径为 r 的内层去除。除去部分和剩余部分的弯矩平衡公式在圆柱体情况下为下式, 用 ε_z'' 表示贴在图示部位(矩中性轴为C的点)轴向应变片所示的松弛应变, 则

$$\frac{E\pi}{16c} (R^4 - r^4) \epsilon''_x = \int_0^r f(y) y (r^2 - y^2)^{-1/2} dy \quad (35)$$

(35) 式是Volterra型的第一种积分方程。由此方程式求出 $f(y)$ 是较麻烦的，但是可用数值计算。

关于弹性系数为各向异性的圆筒，其残余应力的测量方式有土肥¹⁸⁾、Olson¹⁹⁾方法。此外，还有在弹性系数是未知的情况下求残余应力的方法²⁰⁾等等。

(c) 从外剥层法和求全部应力分布方法

这里说明对圆筒进行从外剥层时，从外层求残余应力的方法。公式的推导和萨克斯 (Sachs) 法相同，从略。现从外层去除到半径为 r 处。假设这时在圆筒内表面的轴向和切向的松弛应变为 ϵ_{za} 、 ϵ_{zm} 、半径为 r 处的残余应力为：

$$\sigma_t = - \frac{E}{1-v^2} \left\{ \frac{f-f_a}{2f} \Theta' \right\} \quad (36)$$

$$\sigma_1 = - \frac{E}{1-v^2} \left\{ (f-f_s) \frac{d\Theta'}{df} + \frac{f+f_s}{2f} \Theta' \right\} \quad (37)$$

$$\sigma_z = -\frac{E}{1-v^2} \left\{ (f-f_a) \frac{d\Lambda'}{df} + \Lambda' \right\} \quad (38)$$

$\Lambda' = \varepsilon_{za} + v\varepsilon_{ta}$, $\Theta' = \varepsilon_{ta} + v\varepsilon_{za}$, $f_a = \pi a^2$, $f = \pi r^2 \cdot \varepsilon_{za}$, ε_{za} 一般是在圆筒内表面贴上电阻应变片用电阻应变仪来测量的。测量的详细情况和萨克斯(Sachs)法一样, 因此省略。

下面讲一下从外剥层和从内剥层结合, 求全部应力分布的方法。以前Bühler²¹将圆筒试样切成长度相等的试样, 分别进行从内剥层和从外剥层, 求全截面的应力分布。同样Bühler 和 Schreiber^{22,23}也对一个试样同时进行从内剥层和从外剥层, 求得全部应力分布。现说明先进行从内剥层, 然后进行从外剥层时的情况。

假设先将内层去除到半径 ρ 。这时可从(25), (26), (28)式求从内剥层到半径为 ρ 时的残余应力。接着对外径为 b , 内径为 ρ 的圆筒进行从外剥层, 用(36), (37), (38)式求残余应力。这时得到的应力包含了内层去除后的变化。现令外层去除后所得轴向、切向和径向的残余应力为 σ_z^* , σ_t^* , σ_r^* , 则

$$\sigma_z^* = \sigma_z + \sigma_{zd}, \quad \sigma_t^* = \sigma_t + \sigma_{td}, \quad \sigma_r^* = \sigma_r + \sigma_{rd} \quad (39)$$

σ_{zd} , σ_{td} , σ_{rd} 是内层去除后在剩余圆筒各部分上附加的应力。这个附加应力可简单求得。

首先, 从内剥层时, 半径 ρ 部位的径向应力 $\sigma_r(\rho)$ 被去除, 这相当于加以外部压力。据 Lame理论和(25)式得到应力 $\sigma_r(\rho)$, 如将 $\sigma_r(\rho)$ 消去, 则 σ_{rd} , σ_{td} 即为

$$\sigma_{rd} = \frac{E}{2(1-v^2)} \left(1 - \frac{f_b}{f} \right) \Theta(\rho) \quad (40)$$

$$\sigma_{td} = \frac{E}{2(1-v^2)} \left(1 + \frac{f_b}{f} \right) \Theta(\rho) \quad (41)$$

而轴向应力, 因内层去除而下式成立:

$$\sigma_{zd}(b^2 - \rho^2) = \int_{\alpha}^{\rho} \sigma_z \cdot 2\pi r dr$$

将(28)式代入上式, 整理后即得:

$$\sigma_{zd} = \frac{E}{1-v^2} \Lambda(\rho) \quad (42)$$

如 σ_{rd} , σ_{td} , σ_{zd} 求出, 则由(38)式可求得残余应力。

(2) 特殊方法

(a) 比容测量法: 当试样很硬时, 即使用机械加工进行从内剥层, 也是很困难的。而当试样直径很小时, 尽管切削是可能的, 但用电阻应变仪测量外径变化时, 由于对切削时的振动和发热的影响很敏感, 所以测量不稳定, 而且机械方法测量的精度也不够。至于测量轴向的长度, 只要试样足够长就行, 而直径的测量是困难的。著者²⁴研究了一种方法, 这种方法不测直径的变化, 而在从外剥层中测量试样轴向的长度变化, 再用天平来测量去除过程中试样的平均比容, 由此求圆筒的残余应力。然而, 由于这个方法是用天平来测量比重的, 所以不适用于大直径试样。但对小直径的经过热处理的物体, 亦即在发生残余应力时, 由于组织转变而体积变化的物体是适合的。

先将这个方法的原理加以简单说明^{25,26}。先研究圆棒。设对应于残余应力 σ_z , σ_t , σ_r 的应变为 ε_z , ε_t , ε_r 体积应变 ε_v 为

$$\varepsilon_v = \left\{ (1-2v)/E \right\} (\sigma_z + \sigma_t + \sigma_r)$$

将此对全部体积 v_0 积分。由于 $\int_0^{r_0} \sigma_z r dr = 0$, (r_0 是外半径), 和平衡公式 (3) 以及 $(\sigma_z)_{r=r_0} = 0$, 所以

$$\int_{v_0} \epsilon_v dv = 0 \quad (43)$$

将(43)式代入各部分的比容和重量的关系式。当试样经过理想地仔细分离时, 这个各部分的比容, 就是各部分自身所具有的比容。令这个比容为 $v^{(0)}(r)$ 。残余应力是比容为 $v^{(0)}(r)$ 的部分紧密组合在一起而产生的。因此先令半径为 r_0 时的体积为 v_0 , 其重量为 W_0 , 圆筒的平均比容 \bar{v}_0 为:

$$\bar{v}_0 = v_0 / W_0 \quad (44)$$

因此, 设(43)式中 $dv = \bar{v}^{(0)} dW$, 则

$$\int_0^{W_0} \epsilon_v \bar{v}^{(0)} dW = 0 \quad (45)$$

而由于全部体积 v_0 为: $v_0 = \int_0^{W_0} (1 + \epsilon_v) \bar{v}^{(0)} dW$

根据 (45) 式有:

$$\bar{v}_0 W = \int_0^{W_0} \bar{v}^{(0)} dW \quad (46)$$

这个公式对于去除过程中的任意阶段的体积 v , 重量 W , 平均比容 \bar{v} 都是成立的。所以

$$vW = \int_0^W \bar{v}^{(0)} dW \quad (47)$$

对 W 进行微分:

$$\bar{v}^{(0)} = \bar{v} + W \frac{dv}{dW} \quad (48)$$

比容 $\bar{v}^{(0)}$, 可由试样从外剥层中的平均比容和重量求得。残余应力对应的应变, 是由于这个各部分不均匀分布的比容 $\bar{v}^{(0)}$ 部分互相紧密组合而产生的。

设外层去除中的试样轴向应变为 ϵ_z , 令:

$$\Delta = (\bar{v}^{(0)} - \bar{v}_0) / 3\bar{v}_0 \quad (49)$$

(Δ : 应力不对应的变形), 求出残余应力²⁸ 为:

$$\sigma = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \epsilon_z + f \frac{d\epsilon_z}{df} + \nu \Delta \right\} \quad (50)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{1}{2f} \int_f^{f_0} \Delta df + \Delta + \frac{\nu}{2} \left(\epsilon_z + 2f \frac{d\epsilon_z}{df} \right) \right\} \quad (51)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{1}{2f} \int_f^{f_0} \Delta df - \frac{\nu}{2} \epsilon_z \right\} \quad (52)$$

用这样的方法, 也可求出圆筒²⁷ 和板²⁸ 的残余应力。而且, 当试样承受拉伸等负荷, 与各部分应力不对应的实质部分的长度变化, 即使在轴向和其他方向互不相同时, 也能求出残余应力²⁹。

现说明一下实验中应注意的问题。用天平测比容, 求比重时, 进行水中重量测量, 需将水温修正到 0.1°C 。因此每一点的测量需 $30 \sim 60$ 分钟。全部测量时间长, 当然需要进行气温修正, 考虑到天平的精度, 被测物体的重量取 $10 \sim 50$ 克比较容易测量。比重大约能测量到 10^{-4} 数量

级，但在实际测量中显示的变化是 10^{-3} 数量级。一般是用腐蚀来进行从外剥层的，但这时由于氧化膜的形成也带来虚假的影响。著者在以前的论文中，打算对退火材料作这个影响的修正，从而消除在进行相同腐蚀时的这种影响。而实际上并没有这样做，两个以上的试样，在起始点以下的几点，用电解抛光去除掉20~30微米。以后如用大面积腐蚀去除和电解抛光相配合来进行去除，就不需要修正了。有时即使不进行腐蚀去除后的电解抛光也行。在电解抛光的点连结的曲线的外推线和腐蚀的外推线的差中，可看出腐蚀带来的虚假的影响，然后就以此来进行修正即可。

(b) 分割和逐步去除并用的方法。

当在生产实际中要求用简便方法求应力，或者测量大直径，大长度的试样，则可兼用分割或切除的方法求残余应力。最简单的方法是在轴向切出板状试片，用测量板的残余应力方法来求轴向应力。还有切出圆板，然后用圆板的测量方法求出切向残余应力的方法³⁰⁾。空心试样，切出的试片呈圆弧状，可用弯曲法³¹⁾求残余应力。这时必须考虑因分割切取的附加应力²⁾。

下面对这些方法中被认为近似程度最好的Birger^{1,2)}方法加以说明。这种方法是从圆筒上切出厚度很薄的圆板。假定圆板上切向和径向的附加应力为 σ_{td} 和 σ_{rd} ，由附加应力和圆板的残余应力 σ_z^* 、 σ_t^* 就可求出残余应力 σ_z 、 σ_t 、 σ_r 。圆板的残余应力为：

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_z^*(r) = \sigma_z(r) + \sigma_{td}(r) \\ \sigma_t^*(r) = \sigma_t(r) + \sigma_{rd}(r) \end{array} \right\} \quad (53)$$

下面叙述最简单的求法。如图8所示，由各部分切出细片，假设这个细片切出后长度由 l 变成了 l' 。因此轴向应变为：

$$\varepsilon'_z = (l - l') / l$$

于是轴向残余应力为：

$$\sigma_z(r) = \frac{1}{1 - \nu^2} \left\{ E\varepsilon'_z(r) - \nu [\sigma_t^*(r) + \sigma_r^*(r)] \right\} \quad (54)$$

而切向和径向的残余应力为：

$$\sigma_t(r) = \sigma_t^* + \nu \sigma_z - \frac{\nu}{r^2} \int_a^r r \sigma_z dr \quad (55)$$

$$\sigma_r(r) = \sigma_r^* + \frac{\nu}{r^2} \int_a^r r \sigma_z dr \quad (56)$$

a 为圆筒的内径。若为圆棒，则

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\nu}{r^2} \int_0^r r \sigma_z dr = \frac{1}{2} \nu \sigma_z(0) \quad (57)$$

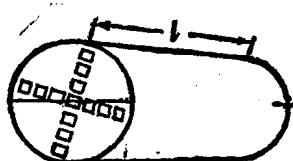


图 8

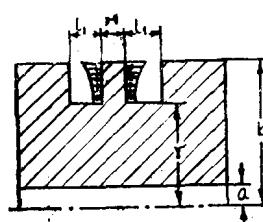


图 9

另外一种方法如图9所示，对于宽度为H的圆板，切取前，在这个圆板的外表面上贴上应变片，测量切取过程中外表面的切应变 $\epsilon_t'(r)$ 。设 $l_1 \leq H^*$, $(r-a)/H \geq 2$, 因此：

$$f(r) = r^2 (1-\nu) + b^2 (1+\nu)$$

$$F(r) = \epsilon_t'(r) \cdot f(r)$$

求得轴向残余应力 σ_z 为：

$$\sigma_z = -\frac{E}{2\nu(1+\nu)r} \frac{dF(r)}{dr} \quad (58)$$

若知道了 σ_z , 求出切取后的圆板的残余应力 σ_r^* , σ_t^* , 再由(56)(57)式就可得残余应力 σ_r , σ_t 。

(58)式是能切削加工试样的应力公式。著者^{3,2)}将其扩展到即使是材料很硬时也能适用。这就是先用某些方法从圆筒中切取圆板，随后对于剩余的较长的圆筒($l \geq 7/26$)用腐蚀法进行从外剥层。和萨克斯法一样，测量去除后的轴向应变 ϵ_z 。若为圆棒，则进行从外剥层，可求得圆棒残余应力：

$$\sigma_r = \frac{1}{1-\nu^2} \left\{ \sigma_r^* - \frac{Ev}{2} \epsilon_z \right\} \quad (59)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{1-\nu^2} \left\{ \sigma_t^* - \frac{Ev}{2} \left(\epsilon_z + r \frac{d\epsilon_z}{dr} \right) \right\} \quad (60)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{1-\nu^2} \left\{ \nu(\sigma_r^* + \sigma_t^*) - E \left(\epsilon_z + \frac{r}{z} \frac{d\epsilon_z}{dr} \right) \right\} \quad (61)$$

这是个近似的方法，但远比萨克斯法简便。

参 考 文 献

1. I.A.Birger: Zav. Lab. (Russian) 28, 7 (1962), 859.
2. 米谷 茂: 金属材料 8, 5 (1962), 49.
3. G.Sachs: Z. Metallkunde, 19 (1927), 352.
4. 米谷 茂: 金属材料 6, 2 (1966), 14.
5. H.Bühler: Arch. Eisenhuttenw., 23 (1952), 293.
Giesserei, 12(1952), 293.
6. 下田秀夫, 荒木田丰: 热处理 8 (1968) 279.
7. R.A. Dodd: Metallurgia, 45 (1952), 109.
8. 川越治郎: 日本机械学会论文集 32, 243 (昭41), 1605, 1613.
9. 砥村良藏, 佐藤初吉: 日本金属学会志 25 (1961) 357.
10. T.E.Edward: Tran. Inst. of Marine Eng. 57 (1946), 4.
11. E.Tohes: "The Measurement of Stress and Strain in Solids", Institute of Physics, 1948.
12. H.Bühler, W.Schreiber: Z.VDI, 94 (1952), 216.
13. A.E.Macpherson: Proc. Exp. Stress Analysis, 2(1944), 200.
14. J.J.Lynch: The Measurement of Residual Stresses, ASM, (1952).
15. H.Bühler, W.Schreiber: Metall, 5(1951), 53, 及6(1952), 77.

16. W. Weiss: Proc. Exp. Stress Analysis, 15(1958), 53.
17. J. W. Lambert: Proc. Exp. Stress Analysis, 12(1953), 91.
18. 土肥修, 片岡更一: 日本机械学会论文集 23, 249 (昭42) 667.
19. W. A. Olson: Exp. Mech. 6 (1966), 451.
20. H. Bühler, W. Schreiber: Giesserei, (Tech - Wiss. Beihefte) 12(1952), 288.
21. H. Bühler: Z. Metallkunde, 43(1952), 388.
22. H. Bühler, W. Schreiber: Metall, 8 (1954), 687.
23. H. Bühler: Z. V. D. I. 94(1952), 1147.
24. 米谷 茂: 材料 12, 112 (昭38) 11.
25. 米谷 茂: 日本金属学会志 28 (1964) 175.
26. 米谷 茂: 日本机械学会论文集 28, 194(昭37) 1325.
27. 米谷 茂: 材料 12, 113(昭38) 84.
28. 米谷 茂: 材料 12, 115(昭38) 207.
29. 米谷 茂: 机械日立地方讲演会前刷(昭43).
30. W. Coleman, M. Simpson: Fatigue Durability of Carburized Steel, ASM, (1957), 47.
31. J. L. Rembowsky: Proc. Exp. Stress Analysis, 16(1959), 165.
32. 米谷 茂: 未发表

2. 残余应力的机械测量方法 (之二)

这里概述球、线材、杆、平板、薄壁圆管的残余应力的测量方法。和圆筒相同，球和线材一般也采用逐步剥层法。杆、平板等也是同样的。关于用分割法求板材等物体的局部残余应力，在下一篇文章中说明。薄壁圆管的残余应力的测量方法，是在逐步剥层中同时并用分割或切取的方法，从原理上可以认为是杆的残余应力测量方法的扩展。电镀层的应力测量方法在另文中说明。

2.1 球的残余应力的测量方法

测量球的残余应力，用米谷¹⁾的比容测量法是合适的。设具有以球心为对称的残余应力分布，和圆筒²⁾一样，从球的外层用腐蚀法剥层，在剥层过程中测量球的平均比容。设试样的平均比容为 \bar{v} ，重量为W，则试样外表部位的自身比容 $v^{(0)}$ 为：

$$\bar{v}^{(0)} = \bar{v} + W \frac{dv}{dW} \quad (1)$$

残余应力是由各不相同的 $v^{(0)}$ 部分紧密结合产生的。现令 $\Delta = (\bar{v}^{(0)} - \bar{v}_0) / 3\bar{v}_0$

(v^0 是从外剥层前试样的平均比容)，切向和径向残余应力 σ_t ， σ_r 如下求出：

$$\sigma_t = - \frac{E}{1-v} \left(\frac{1}{r^3} \int r_0 r^2 \Delta dr + \Delta \right) \quad (2)$$

$$\sigma_r = \frac{E'}{1-v} \frac{1}{r^3} \int r_0 r^2 \Delta dr \quad (3)$$

r_0 、 r 是剥层前后的球半径。E：杨氏模量

ν ：泊松比。具体的实验过程和圆筒的情况一样。

2.2 线材的残余应力的测量方法

线材和圆筒一样，内部具有轴向、切向和径向残余应力，但由于截面很小，一般常忽略切向和径向的应力，只求轴向应力。加工后的线材，由于加工工艺的原因，常具有剪切残余应力。

(1) 轴向残余应力的测量方法

(a) 海因 (Heyn) 法³：是将线材从外剥层，测量剩余部分所显示的轴向应变 ε_z 。现假设仅有轴向残余应力 σ_z 。从半径 r_0 去除到 r 时的平衡公式为：

$$\int_{r}^{r_0} 2\pi r \sigma_z dr = E \varepsilon_z \pi r^2 \quad (4)$$

将上式微分求出 σ_z 为：

$$\sigma_z = -E \left(\varepsilon_z + f \frac{d\varepsilon_z}{df} \right) \quad (5)$$

其中 $f = \pi r^2$ 。由于本测量方法很方便，也广泛用于一般圆棒。但是，当直径较大、其它应力成分不能忽略时，就会带来误差。由于

$$\sigma_z = -E \left(\varepsilon_z + f \frac{d\varepsilon_z}{df} \right) + 2\nu \frac{d}{df} (\sigma_t \cdot f) \quad (6)$$

如果切向应力 $\sigma_t (= \frac{d}{dr} (\sigma_z \cdot r))$ 和 σ_z 同符号，

就得到比实际应力低的残余应力；而不同符号时则较高。对淬火钢棒和冷加工钢棒的研究有的也得到低30%的残余应力⁴。

(b) 瑞德 (Read) 法：⁵ 这个方法是将线材从一侧逐步去除（如图1），在去除过程中测量线材的曲率，求出轴向残余应力。

本方法假设轴向应力仅为半径 r 的函数。

即： $\sigma_z = f(r)$ ， $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ，如图所示，假设将侧面去除到 $y = y_1$ 处。

这时轴向附加力 $F(y_1)$ 和弯矩 $M(y_1)$ ，

$$F(y_1) = -2 \int_{y_1}^R dy \int_0^{(R^2 - y^2)^{1/2}} \sigma_z(r) dx \quad (7)$$

$$M(y_1) = -2 \int_{y_1}^R [y - n(y_1)] dy \int_0^{(R^2 - y^2)^{1/2}} \sigma_z(r) dr \quad (8)$$

离中性轴的距离 $n = n(y_1)$ 由下式给出：

$$A(y_1) n(y_1) = \int_{-R}^{y_1} y dA = -\frac{2}{3} (R^2 - y_1^2)^{3/2} \quad (9)$$

剩余部分的截面积 A 为：

$$A(y_1) = 2 \int_{-R}^{y_1} (R^2 - y^2)^{1/2} dy = \left[y_1 (R^2 - y_1^2)^{1/2} + R^2 \left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{y_1}{R} \right) \right] \quad (10)$$

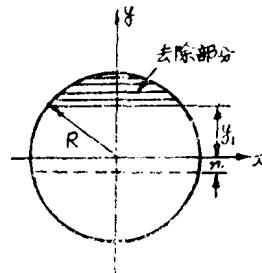


图 1 线材截面