

清儒學案

世章



海  
貳

清儒學案卷一百五十

天津徐世昌

梅侶學案

算術以割圓爲最要亦最難梅侶所自信者弧矢互求及求橢圓弧綫兩種皆能別定新術爲前人所未及述梅侶學案

項先生名達

項名達初名萬準字步萊號梅侶仁和人以舉人考授國子監學正道光丙戌成進士授知縣不就官專攻算學以句股相求舊術已備惟和較諸題術稍繁雜爲句股六術原本舊法更立新術各爲圖解以明其義大指以比例釋句股以句股較比股若股與句弦和以股弦較比句若句與股弦和是爲三率連比

例加減之其和較亦可互相比例又因此比例而另生比例以成同積而諸術開方之所以然遂於是得因爲詳論十數則益以句股形邊角相求凡三十二題又以平三角兩邊夾一角逕求夾角對邊向無其法先生立新術以甲乙邊自乘與甲丙邊自乘加相得數寄左乃以半徑爲一率甲角餘弦爲二率甲乙甲丙兩邊相乘倍之爲三率求得四率與寄左相減鈍角則相加平方開之得數卽乙丙邊又別著平三角和較術弧三角和較術皆於無可比例中求比例華若洲稱其宛轉妙合古所未有云又以割圓九術製八綫全表每求一數必兩次乘除所用弧綫位多而乘不便先生立新術從三角堆整數中推出零數但用一半徑卽可任求幾度分秒之正餘弦不煩取資於弧綫及他弧弦矢每一乘除便得一數直截簡易著割圓捷術以明

弦矢諸率其比例生於兩等邊三角其數本於遞加爲圖說二  
卷旣又欲詳爲之解定書名曰象數一原規爲六卷一論整分  
起度弦矢率二論半分起度弦矢率三四論零分起度弦矢率  
五爲諸術通詮六爲諸術明變整分半分兩種弦矢率論成而  
病作零分弦矢率義蹟緒繁缺而不完五六又皆舊時叢稿未  
及排比乃遺書同郡戴鄂士使續成之旣卒鄂士爲整理遺稿  
成書其第六卷末論橢圓求周設爲四術而未有解亦補爲之  
又因先生所定術更立新術以廣之先生遺鄂士書有曰厯學  
於中西術須一體視之不可有門戶之見算術古疏今密習此  
道者往往以闢古自矜不知無古之疏安得有今之密恐并疏  
亦不可得究一理立一術以垂於後殊不容易我幸知之而乃  
肆口相詆乎又嘗語黎斗一日守中西成法搬衍較量疇人子

弟優爲之所貴學數者謂能推見本源融會以通其變竟古人未竟之緒發古人未發之藏耳兩說相成傳者歎爲通論

參史傳

疇人傳三編

杭州府志

象數一原

橢圓術

### 割圓捷術序

方圓率古不相通也徑求周以句股衍算不易割圓弧矢率又甚疏西人八綫妙矣求八綫必資六宗三要二簡法非可徑求所以然者方有盡圖無窮勢難強合也自杜氏術出而方圓之率始通其術用連比例一率半徑二率通弦三率倍矢由是遞求諸率有徑卽得周有弦矢卽得弧有弧亦卽得弦矢其算捷其數亦最真顧是術也梅氏赤水遺珍載焉而未釋明靜庵先生捷法解釋焉而未抉其原當自爲一書非正釋也自董氏術出而方圓率相通之理始顯術凡四曰求倍分弦矢求析分弦



矢審定乘除法以明率數倍分率圍所以通方也析分率方所以通圍也其釋倍分率以方錐堆而方錐堆實出於三角堆弦之二率卽兩堆根相并數四率卽兩立積相并數矢之三率卽兩平積相并數五率卽兩三乘積相并數四五率以下多乘積以還莫不如是故遞次乘除皆求堆積法也而卽以之求弦矢弦之分有奇無偶矢之分奇偶俱全至析分率則三角堆無其數卽假倍分之率較量而反釋之可爲獨具隻眼矣所疑者堆積旣與率數合何以有倍分無析分倍分中弦率又何以有奇分無偶分且弦矢綫聯於圍中於三角堆何與蓄是疑有年丁酉歸自苕南舟中偶念此恍然曰三角堆數起於一遞加一得堆根遞加根得平積遞加平積得立積蓋遞加數也弦矢率由圍中兩等邊三角挨次比例而生亦起於半徑之半半徑卽一

率遞加一率得二率遞加二率得三率遞加三率得四率亦遞  
 加數也數有整必有零起整分者曰整數遞加祇一式卽三角  
 堆相連兩根積相并與倍分矢率倍分中奇分弦率等數起零  
 分者曰零數遞加有無量式不可以三角堆名依式推衍倍分  
 中偶分弦率及析分弦矢率實參列其間不惟若是倍分者一  
 分弧之幾常以一爲分母析分者幾分弧之一常以一爲分子  
 今得零分則分子母不必定一任設幾分弧之幾無不可求因  
 立此弧求他弧兩術以補所未備又不惟若是分子母既可任  
 設則六十度通弦倍矢與半徑等諸率齊同取爲分母任設某  
 度爲分子并諸率本數可省去不求但求遞加差數卽得逐度  
 分秒之通弦倍矢亦卽得逐度分秒之正弦正矢因更立半徑  
 求弦矢兩術以備製表之用似便於用弧約言之弦矢諸率其

比例生於兩等邊三角其數本於遞加兩等邊三角尖象也遞加數尖數也通方圓必以尖故自來割圓術不離句股而得其象未得其數取數不無繁重自有零整分遞加而後象與數會分於是定率亦於是通分卽遞加數之根率卽遞加數之積分以子母管乎外圓涵方也率以奇偶應乎內方就圓也割圓術至此始無餘蘊爰乘數月暇著爲圖說二卷友人王子栞逸嗜算術遍涉中西見是術愛之欲與杜董術合刊爲一冊囑予序其大意余因詳述所由不嫌辭費者亦以此通貫方圓之率非董氏理無自彰非杜氏法無自立非句股割圓等法以爲導亦無自察象稽數以底於至精然則古人創始之難其可忽哉象數一原序

向玩弦矢諸率會得遞加數復析圓得兩等邊三角其象適與



數會因草成圖解一冊聊自達意而疏脫甚多丙午冬謝去紫陽講席筆墨就閒漸編定整分半分起度兩種弦矢率而梁楚香中丞復以紫陽大小課藝囑選辭不獲遂又見阻楊細芸農部在京見舊刻割圖捷術序中言及圖解亟思一見丁未冬來杭見訪因示以所編細芸謂書未半而君年垂邁是書斷不可不成且不可緩成剋期以一載臨別尙諄切致囑余感其意爲之定書名曰象數一原卷一曰整分起度弦矢率論卷二曰半分起度弦矢率論卷三卷四曰零分起度弦矢率論卷五曰諸術通詮卷六曰諸術明變隨將卷三編定選課畢復阻於病今夏始將卷四著有六紙不料病軀重感溼熱兼肝乘脾幾不可救醫治兩月無起色乃又重感燥火致臟腑無不病者遍體血脈不行醫盡束手自知殘燈微焰斷難久延而是書從此擱筆

矣缺而不完世間事大都如是何必戀戀所歉者負緇芸諄囑之心耳然書雖未完而零分各腰率零分遞加數卷三中已衍成其式惟義蹟緒繁擬分條詳論於卷四業論至易率法之相當率寄分畢則論用率寄分論定率寄分皆宜分別奇偶論之而易率法畢次論衍遞加數法亦論寄分論子母論正負論奇行偶行積子母互異論直行併行積子母互異而遞加數畢次論遞加數卽各形腰率而正負不同論心角形腰與腰較率正負相反論併積卽弦矢率易正負有定法論矢率弦率子母全半之不同而弦矢率畢末乃依半分起度式分六術以明其算特彼論全半此論子母異同處略一分別可也至卷五卷六皆有舊稿且經編定只須照式錄之今將各卷總爲一束設有本鄙意而續成者惟條論稍難六術則易於從事無續成者卷四

清信堂集卷一百五十一  
王  
作未完之書亦無不可

附錄

先生曰所稍可示人者祇弧矢互求又求橢圓兩種特綴錄各卷總論以見大凡整分起度弦矢率論曰弦矢爲割圓要事而求之實難古用句股分四邊六邊起算以及西人之六宗三要等要皆析圓分以遞求而限於一隅度難任設其取途尙局施算較繁數則得矣而通方徹圓之率終未能挾其原也積思累年乃始知剖圓周界方綫自有天然之象數應乎其間象者何兩等邊三角形是此形爲逐分之通弦半徑相割而成一縱一橫邊角交錯而其式常等若析分愈細則角愈小初分底密切於弧逐分腰皆通於弦矢此天然之象所爲底應圓腰應方也數者何遞加數是此數生於一遞加一得諸根而一卽根差遞

加根得平積而根卽平積差遞加平積得立積而平積卽立積  
差如是以至無盡諸差亦無盡方與圓較皆差也此數早揭以  
相示若析分愈細則差愈多次層根密合於弧逐層積皆通於  
弦矢此天然之數所爲根應圓積應方也象數兩相成而其原  
得於是弦矢可逕求逐分弦矢可互求弦矢與弧可相求而途  
之局者通矣止用一二術不煩多術止用乘除加減無事開方  
而算術之繁者簡矣是知失其原則紆迴難入得其原則徑捷  
易從方圓象數所由來誠不可不表章而推衍之也

遺戴鄂  
士書

先生曰數之有零整也非整無以立其常非零無以通其變半  
者零之始遞加圖揭整數以示人而其半數之中藏者特人不  
覺耳夫弦矢率爲直行綫所聯聯偶率之綫抵根層得整數聯  
奇率之綫抵根層在兩數間而當其半折半用零之理已微露



其端矣故根起一數遞加一得二三四五等是謂整根顯列之數也根起半數遞加一得一數半二數半等是謂零根隱含之數也有零根必有零積在根則間增一位既以零而補整在積則間空一位實以整而待零但如求整積法求得零積整積以偶率對整根奇率對零根零積必以偶率對零根奇率對整根偶率弦也奇率矢也整根一綫上偶率整奇率零整偶率可爲弦零奇率何不可爲矢零根一綫上奇率整偶率零整奇率可爲矢零偶率何不可爲弦且弦矢之偶寄於積弦矢之分定於根併兩整根其分奇一與二併爲三二與三併爲五皆奇數而半之得零分三折半爲一分半五折半爲二分半即零根在弧爲零分併兩零根其分偶一分半二分半併得四二分半三分半併得六皆而半之得整分四折半爲二六折半爲三皆整根在弧爲整分弦分得併根之全矢分得併根之半故整偶率併爲弦其弧分與併整根等而

得一三五等奇分則零偶率併才爲弦其弧分與併零根等必  
得二四六等偶分矣整奇率併爲矢其弧分與併零根之半等  
而得一二三等整分則零奇率併亦爲矢其弧分與併整根之  
半等必得一分半二分半等零分矣設取整而遺零不惟弦分  
不全并不識矢之有零分抑知一整一零一奇一偶或合整得  
奇而合零得偶或半偶得整而半奇得零實備於遞加一圖而  
留其位以相示玩圖者觀其會通可也

半分起度  
弦矢率論

先生曰數有零乃不窮於用前因整分遞加推及半分而弦率  
始備於是倍分諸率皆確然有數可稽矣顧於弦分得整於矢  
分則得零是補整分之欠者此半分而開零分之先者亦此半  
分也半分爲二之一二爲分母旣得其一分矢率卽任設一數  
爲分母亦可得其一分矢率矢率然弦率何不然於是析分諸

率又確然有數可稽矣且一分率特起度之分子耳分子起於一而遞加之則成多數亦可不起於一而遞加之益成多數準是推之倍分析分外其率正自無量亦莫不確然有數可稽矣而要非零分遞加固不足以極其變而盡其致易曰窮則變變則通數本不窮而似有窮時者局於一耳卽此一而善用之則窮者通此零分之所以變而愈合也

零分起度  
弦矢率論

橢圓術首列橢圓求周術次爲橢圓大徑作平圓取一象限勻析爲幾分以平圓逐分通弦和求相應之橢圓逐分通弦和次爲取奇分弧幾通弦求與平弧相應之逐分橢圓通弦次爲取遞加奇分弧幾通弦求與平圓自半分起遞加全分弧相應之橢圓逐分抵周綫總論曰以上四術求橢圓周爲本術後三術爲求橢周所由來故備載之有抵周綫術而各橢弦可求有橢

弦術而各橢弦和可求橢弦和既可求橢圓周卽無不可求其  
用全在逐分倍外矢各三率不齊須以倍外矢齊之倍外矢不  
齊又須以半徑齊之所以能齊其不齊者則恃有遞加數一圖  
與之婉轉而符會觀後圖解便可洞然夫求平圓弧綫非遞加  
數而其率不通今求橢圓弧綫亦復如是然則圓理無窮一遞  
加數有以括之矣

橢圓術

梅侶弟子

夏先生鸞翔

夏鸞翔字紫笙錢塘人諸生官詹事府主簿遷光祿寺署正少  
聰穎好學工詩精繪事篆刻於音韻卜筮諸書能通其奧尤精  
算學爲梅侶先生入室弟子與戴鄂士爲世交游廣州交鄉特  
夫同治三年卒於客次特夫爲刻其遺書著少廣繩鑿一卷爲



開方捷術各類乘方可逕求方根數十位不論益積翻積俱爲  
坦途洞方術圖解二卷爲求弦矢捷術亦以三角堆爲體連比  
例爲用專求諸乘方之較以較加較而盡得求弦矢各數致曲  
術一卷分平圓橢圓拋物綫雙曲綫擺綫對數曲綫螺綫七類  
於梅侶先生及戴鄂士徐君青諸術外自定新術參互並列致  
爲精密致曲術圖解一卷首論諸曲綫始終原於一點次論諸  
曲綫之心次論準綫規綫橫直二徑兌綫兩心差法綫切綫斜  
規綫縱橫綫式諸式互爲比例而以八綫終焉他著又有萬象  
一原春暉山房詩集嶺南集先生弟子又有王大有字吉甫仁  
和人諸生官翰林院待詔嘗校刻割圓捷術合編咸豐十一年  
死於寇

參史傳 杭州府志 夏紫笙遺  
書 鄒伯奇夏紫笙遺書總序

洞方術圖解序