

真方大齋數學上編附卷

直方大齋算學一

數學上編附卷

黃桂芬署檢

光緒甲辰九
月刊於武昌

癸卯春數學上編刻成適余有武昌之行以故中編未能卒業迨抵武昌見學子之習代數者喜讀吾弟汝川所纂經心書院代數課程而其書所用數理時出上編之外屢欲釐訂由編以饒學子惟時方編輯幾何三角課程屬稿未竟無暇以及甲辰夏紀悔軒先生以文普通中學堂諸生習上編將畢擬令接讀代數課程而恐其數學未足用因促余整理中編惟是卷帙略繁不能倉猝竣事乃擇其爲讀代數課程所必需及爲 奏定中學堂程度所應習者錄爲二冊附於上編之後顏曰數學上編附卷刻旣成因識其緣起如此

光緒三十年歲次甲辰重陽日曹汝英序於武昌文普通中學堂

數學上編附卷上

番禺曹汝英

連分數
小分數
循環小數
多項數

第一款 若分數之母爲整帶零而所帶之母亦爲整帶零仿此以至多層則全式名曰連分數如下列三式皆是也

(一)

(二)

四 八 三 九 六

(三)

五十一二十三

四十三

上列三式中第一式

全用加號名曰遞加

連分數第一式全用

減號名曰遞減連分

數第二式加減號相間名曰遞變連分數

可化爲極簡之常分數

今將上款二式化之

一三二
一四七

[illegible]
$$\frac{11}{11} = \frac{11}{11} \quad \frac{11}{11} = \frac{11}{11}$$
$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \frac{86}{867}$$
$$\begin{array}{r} \text{八六} \\ \text{一八六七} \end{array}$$

⑤

原式

②

$$\begin{array}{r} \text{四} \overline{\text{二八八二九}} \\ \text{三六} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四} \overline{\text{三六}} \\ \text{二五九} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{一〇三六三六} \\ \text{二五九} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{二五九} \\ \text{一〇九〇} \end{array}$$

③

原式

$$\begin{array}{r} \text{五} \overline{\text{二}} \\ \text{二} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{五} \overline{\text{二}} \\ \text{二九} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{五} \overline{\text{二}} \\ \text{六三九} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{五} \overline{\text{二}} \\ \text{六} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{五} \overline{\text{二六九}} \\ \text{六} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{五} \overline{\text{二六}} \\ \text{二五} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四} \overline{\text{二五}} \\ \text{二五} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四} \overline{\text{九}} \\ \text{二五} \end{array}$$

第一次習問

下列各連分數試化為最簡之式

$$\textcircled{1} \frac{2}{4 + \frac{5}{6 + \frac{2}{4}}}$$

$$\textcircled{2} \frac{9}{6 + \frac{3}{1 + \frac{2}{4}}}$$

$$\textcircled{3} \frac{1}{4 + \frac{2}{4 + \frac{3}{4 + \frac{2}{4}}}}$$

$$\textcircled{4} \frac{1}{3 + \frac{2}{4 + \frac{3}{5}}}$$

$$\textcircled{5} \frac{3 + \frac{2}{4 + \frac{3}{5}}}{1 + \frac{2}{3 + \frac{3}{1}}}$$

答數

$$\textcircled{1} \frac{5}{12}$$

$$\textcircled{2} \frac{23}{43}$$

$$\textcircled{3} \frac{64}{241}$$

$$\textcircled{4} \frac{68}{157}$$

$$\textcircled{5} \frac{23}{157}$$

第三款

上款是有連分數化為常分數若先有常分數欲化為

連分數則以原設之子母照求大公约法輾轉相除即得所求

今設數於後以明其理法

設如有數為七十九今欲化為遞加連分數

此題之數如子母皆以七除之則得二七所帶之分數如子母

皆以三除之則得一

$$\frac{1}{3}$$

所帶之分子為一不能再除故此式

即為所求之連分數也惟是如此求法與輾轉相除無異故逕

可將原設之子母列作輾轉相除之式以求之求至除盡為止

即得所求之數矣其式如下

換次取各

商爲分母

以一爲分

子則得

分數
所求連

七 一〇 一
七 三 七 六 一
二 三 三 三

士 三 三

上文輾轉相除式本極清楚惟照此列式則遇商除多次乃盡者所占篇幅必多故算家又改爲直列之法以寫之其法以奇次所得之商照平常除法寫之偶次之商則書於實數之左今將上文輾轉式直列之於後

(一) $\frac{10733}{10733}$

學者將此式與上文

(二) $\frac{761}{761}$

式對勘自能明晰矣

第四款

上款所求者為遞加連分數故各次之商均與尋常除

法無異若所求為遞減連分數則各次之商須比尋常除法者

增一乃合因商數必須多一始能令所帶之分數有減號也惟

最末之商則不可增因此時之分母不帶分數也今設題明之

設如有數為 $\frac{23}{109}$

今欲變為遞減連分數問得何式

(五) 九
(六) 五
一〇 六
一 六
二 二
三 三
四 四
五 五

故

分數
所求連

第五款 由上兩款即可悟所求者如為遞變連分數則第一次

之商宜增一第二次之商宜照常法第三次之商亦增一第四

次照常法四次以下倣此相間增一直至末商為止爰置加號

於增大之商之前置減號於不增大之商之前即得所求之數

矣今設題明之

設如有數為 $\frac{2}{7}$ 今欲變為遞變連分數問得何式

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 \text{七) 一 二 一} \\
 \text{一一九} \\
 \hline
 \text{二) 二 三} \\
 \hline
 \text{三}
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 \text{(六) } > \\
 \text{九 六} \\
 \text{七 二} \\
 \text{一 七} \\
 \text{二 八} \\
 \text{二}
 \end{array}
 \end{array}$$

右邊之商俱作 > 者指
此各商皆為增大之數
也爰挨次取各商為母
以一為分子則得

分數
所求

$$\frac{\text{一}}{\text{二}} = \frac{\text{一}}{\text{二}} + \frac{\text{六}}{\text{七}} + \frac{\text{九}}{\text{三}}$$

第六款 上三款所設之數俱是子小於母若遇子大於母之數

則宜照下列之題將子數列右母數列左先收零作整以求之

設如有數為

$$\frac{\text{八}}{\text{九}} - \frac{\text{一}}{\text{六}}$$

今欲變為遞加遞減遞變各種連分數問得

何式

先求

遞加

連分

數

$$\begin{array}{r|l} (4) & \frac{1}{6} \frac{0}{6} \frac{1}{1} \\ & \frac{1}{9} \frac{8}{8} \frac{1}{5} \frac{5}{5} \end{array}$$

故

$$\frac{\text{分數}}{\text{遞加連}} = \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{2}{5}$$

次求

遞減

連分

數

$$\begin{array}{r|l} (2) & \frac{1}{6} \frac{2}{9} \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{1} \\ & \frac{1}{9} \frac{4}{4} \frac{6}{6} \frac{2}{6} \frac{6}{6} \end{array}$$

故

$$\frac{\text{分數}}{\text{遞減連}} = \frac{1}{4} \frac{1}{1} \frac{3}{2} \frac{3}{6}$$

又次

求遞

變連

分數

$$\begin{array}{r|l} (4) & \frac{1}{6} \frac{4}{4} \frac{1}{4} \frac{4}{6} \frac{1}{4} \\ (4) & \frac{1}{9} \frac{4}{4} \frac{6}{6} \frac{0}{4} \frac{4}{4} \\ (4) & \frac{1}{4} \frac{6}{4} \frac{0}{4} \frac{1}{4} \end{array}$$

故

$$\frac{\text{分數}}{\text{遞變連}} = \frac{1}{4} \frac{1}{1} \frac{3}{4} \frac{3}{4}$$

第二次習問

設有下列各數試變爲遞加連分數

$$\text{(一)} \quad \frac{92}{475}$$

$$\text{(二)} \quad \frac{1013}{3125}$$

$$\text{(三)} \quad \frac{2687}{867}$$

設有下列各數試變爲遞減連分數

$$\text{(四)} \quad \frac{53}{360}$$

$$\text{(五)} \quad \frac{1123}{2303}$$

設有下列各數試變爲遞變連分數

$$\text{(六)} \quad \frac{137}{796}$$

$$\text{(七)} \quad \frac{3207}{625}$$

答數

(一)

五九二

(二)

五九二

(三)

五九二

(四)

五九二

(五)

五九二

(六)

五九二

(七)

五九二

第七款 凡分母之首位爲一而首位之右俱爲○者則無論分子之數若干皆名曰小分數

如 $\frac{四}{一}$ $\frac{四}{一〇〇}$ $\frac{四}{一〇〇〇}$ …… 皆爲小分數

第八款 據列位法凡本位右邊之位必小於本位十倍如百之右必爲十十之右必爲單是也照此推之單右一位必爲單位之十分一單右兩位必爲單位之百分一然則欲將單位左與單位右之數合而列之必須於單位作誌乃能辨別何位爲單矣

辨別單位之記號爲小點其名曰定點本編第六款已約畧言