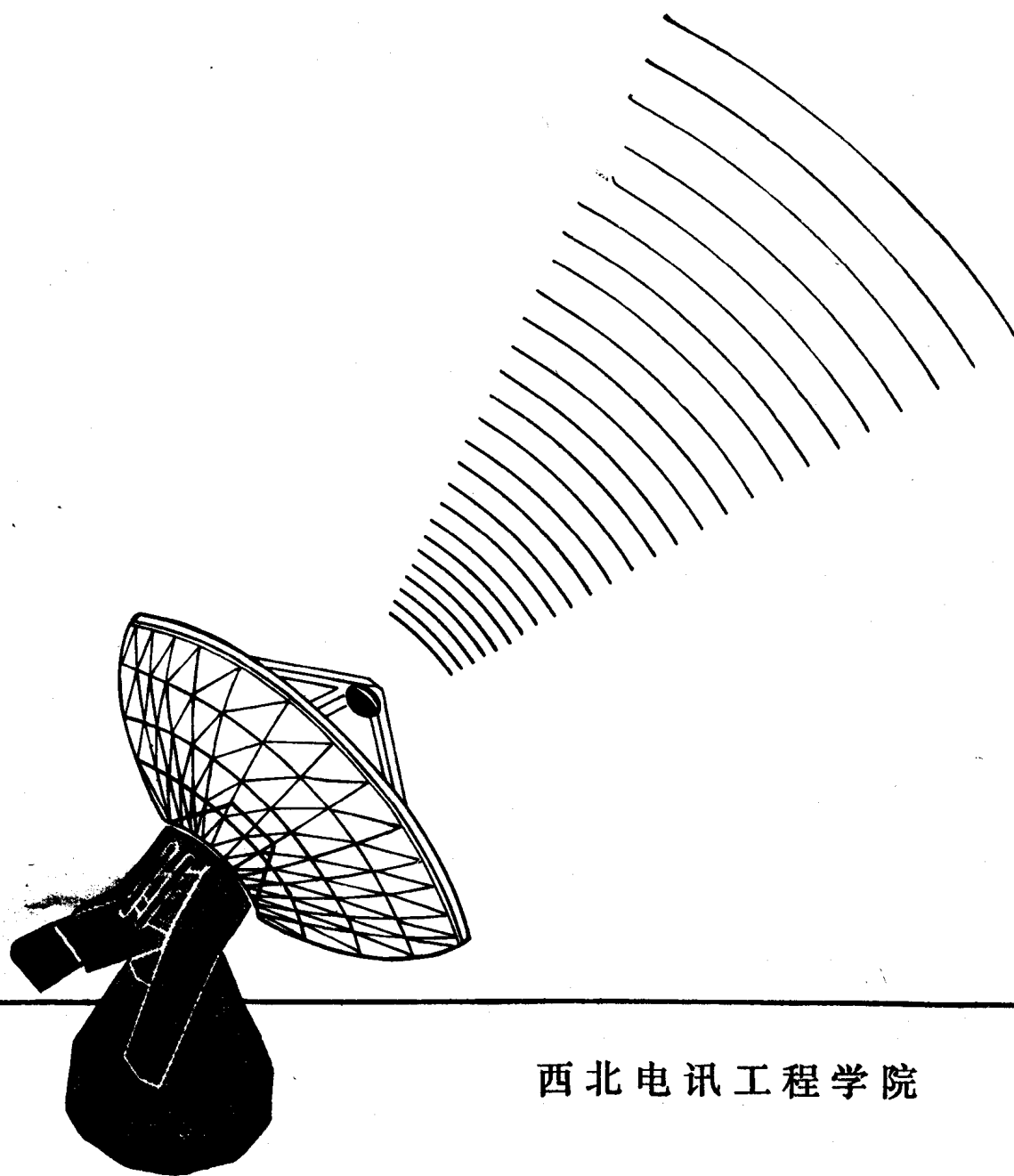


雷达天线的风荷

曾余庚 编译



西北电讯工程学院

毛主席语录

路线是个纲，纲举目张。

古为今用，洋为中用。

对于外国文化，排外主义的方针是错误的，应当尽量吸收进步的外国文化，以为发展中国新文化的借镜；盲目搬用的方针也是错误的，应当以中国人民的实际需要为基础，批判地吸收外国文化。

中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。

学习外国的东西，是为了研究和发展中国的东西。

前 言

雷达天线上的风荷是天线支撑结构与传动机构设计的基本依据，对它的研究具有很重要的意义。但是这个问题的全面系统的阐述甚为缺乏，有些材料也只是散见于一些雷达结构有关书籍和杂志中。我们编写这本材料的目的是，就是企图通过对雷达天线上产生风荷的物理原因，以及实验设备和方法的介绍，并根据“洋为中用”，“去粗取精”的原则引用了有关外国实验资料，以达到对这个问题有个全面的了解。

内容的按排：

第Ⅰ部分，物体在空气中运动的阻力

第Ⅱ部分，相似理论与因次分析

第Ⅲ部分，空气动力学实验设备与方法

第Ⅳ部分，在雷达天线上空气动力的实验资料

第Ⅴ部分，研究风荷的水动力学方法

文中引用的材料多为英制，如果进行换算，工作量大，限于时间和人力，我们未作更动。

要特别提出的是我们对这方面的一些国内资料，未能搜集，希望从事这方面工作的单位和同志提供宝贵经验，以便今后修订和充实。

在编写这本材料的过程中，曾得到领导和各方面同志的鼓励和帮助。尤其是叶尚辉同志给了我许多指导，并审阅了底稿，提出了不少宝贵意见。吴凤高同志也在一些专业问题上给了我指导。其中两篇日文资料是杨兵和戴善荣两位同志代为翻译的。特此表示感谢。

编译者在各方面水平很低，错误不妥之处一定存在，望读者批评指正。

曾 余 庚

1973.7.

目 录

绪 言	1
第Ⅰ部分 物体在空气中运动的阻力	
1. 空气对运动物体的作用力和力矩	1
2. 升力	2
3. 阻力的类型	2
4. 风力矩	7
第Ⅱ部分 相似理论与因次分析	
前 言	10
1. 流动的模型相似律	10
2. 相似准则	13
3. 相似准则的讨论	16
4. 因次分析法	18
5. π 定理	19
6. π 定理应用举例	21
第Ⅲ部分 空气动力学实验设备与方法	
前 言	26
1. 风洞	26
2. 空气动力天平	29
3. 速度和压力的测量	30
4. 将模型数据换算到实物上	33
5. 雷达天线模型实验实例介绍	35
第Ⅳ部分 在雷达天线上空气动力的实验结果 (资料介绍)	
前 言	40
一、风阻力的计算	40
1. 圆盘	40
2. 园球	40
3. 园柱体	40
4. 平板	42
5. 抛物面天线	45

6. 型钢和其它类型物体的阻力系数·····	50
7. 桁架·····	54
8. 塔桅结构·····	56
二、天线罩的风压计算·····	59
三、雷达天线上的风力矩·····	65
1. 平板·····	65
2. 园柱体·····	68
3. 单曲率天线·····	70
4. 抛物面天线·····	71
四、减小天线上风荷的方法。平衡板·····	84
1. 减小风阻力的方法·····	85
2. 减小风力矩的方法·····	86
第V部分 研究天线结构上风荷的水动力学方法·····	94
附录 卫星通信地面站天线的设计风速·····	113
参考文献·····	127

关于雷达天线的风荷载问题

绪 言

雷达天线所承受的荷载，根据其性质及作用时间的久暂，可分为主要荷载*、附加荷载*和特殊荷载。

主要荷载大致包括：

1. 结构自重。
2. 设备自重（固定设备和临时测试设备）。
3. 温度荷载。
4. 结构的预应力。

附加荷载包括：

1. 风荷载。
2. 裹冰及积雪荷载。
3. 活荷载。

特殊荷载包括：

1. 架设荷载。
2. 天线或车辆运行中的惯性。
3. 地震力。

置于空气中的雷达天线，结构设计的最大荷载是由最大的风力所产生，它起着决定性作用。对于塔桅结构，由风荷载引起的结构内力约占总内力的80~90%。对于某些裹冰较厚的地区，即使在这种情况下，风力还是起主要作用。因为裹冰状态下的计算荷载仍包括了相当大的风力。例如舰用雷达天线，在冬天天线在裹冰状态下，使原来的网状或栅状天线可变成蒙皮形式的实体天线，使风荷载大大增加。因此，如何计算雷达天线的风荷载已成为很重要的问题。

本文企图从空气对物体作用的物理现象，模型实验的相似理论，并引用一些有关文献中的资料来进行阐述。

第 I 部分 物体在空气中运动的阻力

1. 空气对运动物体的作用力和力矩

在讨论之前，我们先说明一个问题，一个物体在空气中作等速直线运动所受到的空气作用与空气流过静止的物体而对物体的作用，两者是完全相同的，这就是古典力学中所提出的，并得到实验所证实的力学相对运动原理。

* 这里“主要”与“附加”的概念，并不是指它们数量的大小，而是指产生的原因和作用的时间。主要荷载是结构内部的或内因所引起，而“附加”是有外加的意思。

从实践和大量试验中我们知道，物体在空气中运动时，会受到空气的作用，这种作用力严格地说是一种不均匀的分布力。

从理论力学得知，在一般情况下，任何一个力系都可以简化为一力及一力偶，力的大小等于合矢量 $\vec{R}$ 的模而作用在简化中心，力偶的力矩等于绕简化中心的合力矩。

作用在运动于空气中的物体上的合矢量 $\vec{R}$ ，在一般情况下，其方向并不是恰好与物体运动的速度相平行，而是成某一角度。由于这个缘故，通常可将合矢量分成两个分力：与速度相垂直的 F_L 以及与速度方向相反的 F_d 。这两个分力各有其专门名称。 F_L 称为升力或举力，有些文献上则称为横向力。与速度方向相反的分力 F_d ，则称为阻力。对简化中心的合力矩则称为空气动力矩（风力矩），一般以字母 M_o 表示。

2. 升力

作用在运动于空气中物体上力的合矢量在速度方向的法向分量，在一般情况中，包括阿基米德力的法向分量、惯性阻力的法向分量以及儒柯夫斯基力。阿基米德力只有在讨论船舶运动的问题时才有意义，对于在空气中运动的雷达天线问题并无价值。惯性阻力的概念我们将在下面介绍，现在我们先讨论儒柯夫斯基升力。

设有一等速流动气流流过一固定的圆柱体，气流在圆柱周围的流动如图 1 所示。现在假

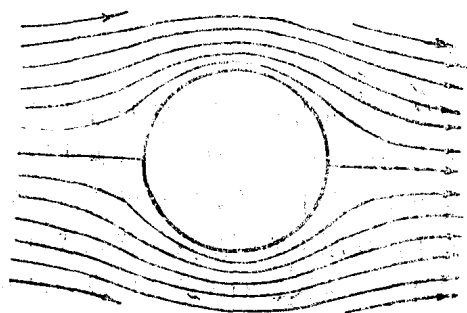


图 1

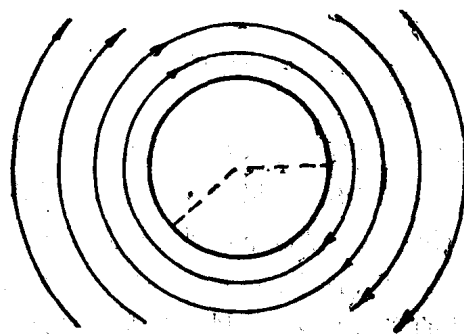


图 2

定圆柱体在原来静止的空气中进行转动，这时圆柱体周围的空气也将随着流动，见图 2 所示。若等速气流流经一正在旋转着的圆柱，这时流动就相当图 1、图 2 所示两流动叠加，见图 3 所示。我们看到流经圆柱体上部的气流速度大于下部气流速度，根据空气动力学中的能量方程，可知下部的压力大于上部的压力，因此气流对圆柱体就产生一与速度相垂直的合力，此力我们称之为儒柯夫斯基升力。从烟风洞的实际观察中也可以看到，气流流经一机翼时与图 3 有同样的情况，见图 4。一般气流流过非对称物体都会产生升力。

3. 阻力的类型

为了讨论气流对物体的阻力，我们在物体表面选取一微元面积 dA 。令在这面积上的切应

力以 τ_{dA} 表示, 在它上面的正应力以 P_{dA} 表示(图5), 于是作用在 dA 上的微元摩擦力和微元总压力为:

$$dF = \tau_{dA} \cdot dA$$

$$dP = p_{dA} \cdot dA$$

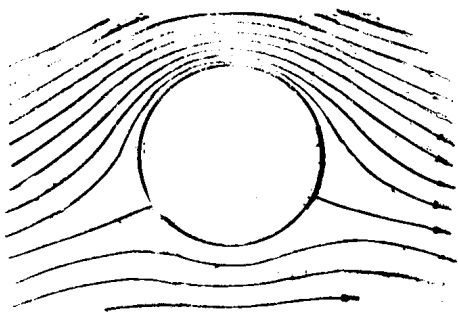


图 3



图 4

按照定义, 阻力之值应等于气流作用在物体表面上所有力在速度方向上投影之和。因此将上面这些力投影到这一方向上, 得到

$$dF_d = -dF \cdot \cos(\tau_{dA} \hat{V}_0) - dP \cdot \cos(p_{dA} \hat{V}_0)$$

即

$$dF_d = -\tau_{dA} \cdot dA \cdot \cos(\tau_{dA} \hat{V}_0) - p_{dA} \cdot dA \cdot \cos(p_{dA} \hat{V}_0)$$

式中 V_0 为物体的运动速度。

把这一方程对物体表面积进行积分, 则得阻力的一般表达式如下:

$$F_d = -\int_A \tau_{dA} \cdot dA \cdot \cos(\tau_{dA} \hat{V}_0)$$

$$- \int_A p_{dA} \cdot dA \cdot \cos(p_{dA} \hat{V}_0)$$

由此可见, 气流对物体的阻力由两个基本部分组成。为讨论方便起见, 我们将前面一部分称为摩擦阻力, 以 F_v 表示。第二部分 (流体动压力在速度方向的投影) 称为压差阻力, 以 p_v 表示。

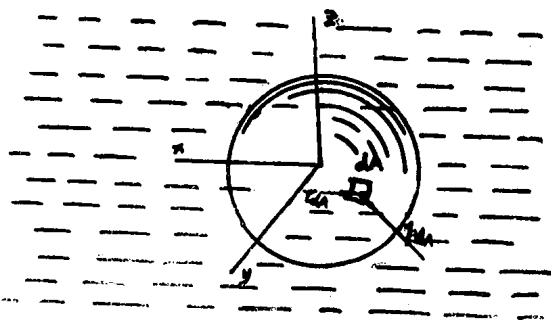


图 5

为了说明摩擦阻力的问题, 我们来观察一个简单的例子。自然界里所有的流体都具有一定的粘性。蜂蜜、甘油是粘性很大的流体, 水的粘性则比它们要小, 而空气的粘性又比水要小。假设有二块平行的平板, 下面的平板固定不动, 上面的平板以一定的速度移动着, 在二平板之间充满了流体, 由于粘性的作用, 与移动平板接触的流体层和平板一起移动, 而这流体层又带动着相邻的流体流动, 这样逐次带动下面的流体流动, 但速度渐渐减小, 直减小至与固定平板接触的流体速度为零 (见图6)。可以想像流层的形成是由于摩擦力的存在。同样道理, 当气流流过一个不动的物体时, 与物体紧密接触的气体速度则为零, 距物体渐远则速度逐渐增加, 至一定距离各点的速度便相同, 因此我们可以画出速度分布曲线 (见图7)。通过实验的直接观察可知, 速度的显著变化则是在近物体表面的很薄一层内存在。沿着垂直于物体表面方向, 而接近于物体有很大的速度梯度的一薄层流体, 称为边界层 (附面层)。

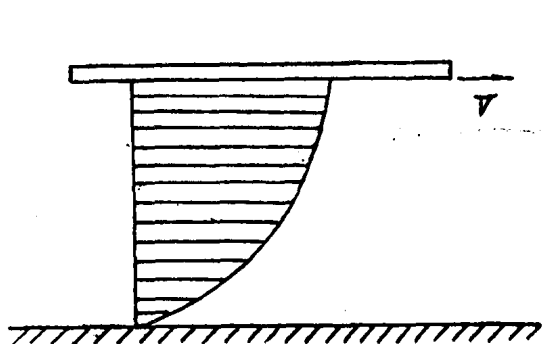
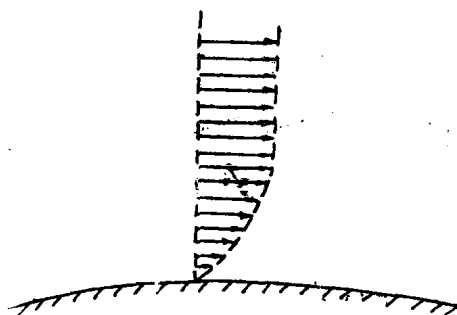


图6 流体内摩擦力的说明



注意:此各比例尺特别放大

图7 边界层

边界层的存在说明了物体阻止气流的流动。也就说明了气流流经物体时摩擦阻力的存在。通过进一步研究可以知道，在边界层内气体的流动存在不同的状态，它与所谓雷诺数以及流经物体的条件（如物体的光滑程度等）有关。雷诺数 R_e 为

$$R_e = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (1)$$

式中 V 为气流速度，

μ 为空气的粘性系数

ρ 为空气密度

L 为物体的特征尺寸。

在雷诺数较小的情况下，边界层内的流动可以完全是层流，在雷诺数很大时，边界层内的流动可以完全是紊流。雷诺数在某一范围内，可以形成前段是层流，而后段是紊流的混合流动。实验和理论指出，紊流边界层的摩擦阻力要比层流边界层大。指出这一点在航空上是很意义的，在我们研究雷达天线上风荷问题中则意义不大。

摩擦阻力与物体表面的光滑程度也很有关系。

压差阻力在一般情况下，宜分成四种分力：形状阻力（又称涡流阻力）、诱导阻力、波阻力和惯性阻力。它们是由不同的原因而引起，下面将它们产生的物理现象分别加以讨论，以便对它们产生的原因有一个较为清楚的了解。

A. 形状力阻

形状阻力或涡流阻力主要地是由于气流在物体后面形成旋涡所产生，当气流垂直地流过平板给于平板的阻力，就是形状阻力的一个典型例子（图8）。由于平板后面形成很强的旋

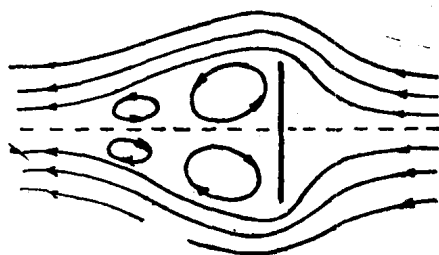


图8

涡，在这里气流损耗了大量能量，其中的压力与平板前面的压力比较起来就大为降低。在这种情况下，平板的形状阻力等于平板前后总压力之差。汽车在道路上行驶其尾部产生旋涡，形成低压区，因而将路面上的尘埃吸了上来，也是这个现象。人们站在河流中间，面向水流，也会经受到大体上是这样一种阻力。

涡流的产生，主要是由于物体绕流的分离。设有一等速流动，流过一圆柱，在圆柱上前驻点的压力最大。假定流体是理想流体，经过前驻点后，速度渐渐增大，压力渐渐减小，到了前驻点两侧 90° 的地方，速度最大，压力最小。再从这两点到圆柱的后驻点，速度渐减，压力渐增。在后驻点的压力就等于前驻点的压力。对于粘性流体，情形就不同了，由于粘性摩擦力的关系，边界层中的流体质点就被粘性力所滞缓，而且愈近物体表面，滞缓程度愈厉害，而这时当流体流到压力沿着流动方向增加的区域内时，质点开始获得与主流反向的加速度。显然，此附加的滞止，特别严重地影响到直接靠近物体运动着的质点。最后，当它们的所有动能被消耗以后，虽然边界层外的流动由于能量较大而继续向前流动，靠近边界的流动却发生了停滞甚至回流，这时因为新来的流体沿着整个边界不断地遇到相同的命运，愈来愈多的被阻滞的流体就在短时间内在边界和外流之间堆集起来，回流将迅速地向外扩展而边界层外的流动愈来愈远地被推离边界以至与边界脱离而形成旋涡（见图9）。致

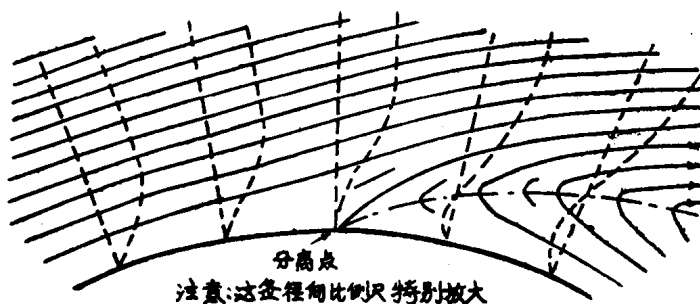


图9 边界层的分离

使物体尾部产生强度很大的集中涡，它使得在尾部的压力与在圆柱体头部相应区域内的压力比较起来大大地降低。

边界层分离点的位置在一般情况下不仅随物体的形状而定，同时也与绕流速度及边界层的流动状态有关。

由此可以看出，为了减低涡流阻力，必须消除边界层的分离，或者尽可能地使分离点一直移到物体末端去。这一点不仅可以借助物体本身形状的适当变化来达到，而且还可以采用人工的办法来达到。但是，这里必须指出，涡流阻力并不仅是由于附面层的分离现象而引起。它也可以存在于没有附面层分离现象发生的情况中，也可以存在于物体尾部没有显著的很强的集中旋涡区。

图10是无分离绕流的典型图，图中铅直影线部分表示边界层，在流动的尾部区域内，并没有边界层的分离发生。在物体尾端的后面，也不形成强有力的集中旋涡。物体尾端之后的流动可以看作是在物体上形成的边界层延续。这种流动通常发生在物体在流动方向具有长椭

圆形,最大曲度于位物体前部,表面的曲率在尾部很小而且尾部表面到物体末端转变成一尖头

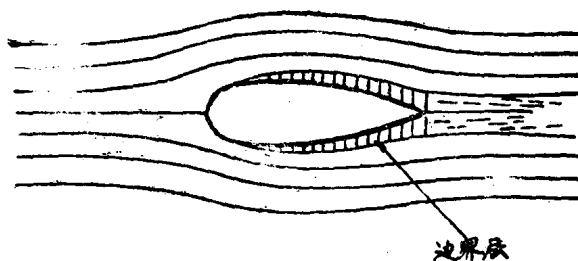


图 10 无分离绕流

或一尖棱的时候。通常具有这种形状的物体称为良好的流线形体。这时,形状阻力主要地是由于沿附面层长度的压力损失而引起的。对于附面层相当长的情形,这种压力损失是比较显著的,因而也可产生极大的涡流阻力。

正如很多研究结果所指出,涡流阻力主要地是由气流流过的物体的形状而定。因此也称为形状阻力。

B. 诱导阻力

在讨论升力的时候,我们已经知道,气流流过机翼时,机翼上部的压力比下部的压力要小。对这种现象的进一步研究,我们发现由于物体上下表面的这种压力差,而产生了由机翼侧部的下面流到上面的流动(图11),同时因此而在机翼边缘形成了向后伸展的自由旋涡(图12)。这种流动使得机翼前面或者是后面的气流都向下倾斜。这种现象我们称为洗流。

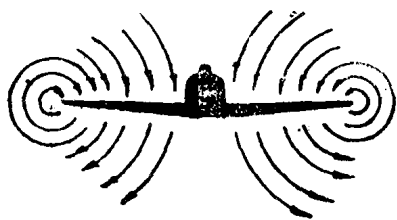


图 11

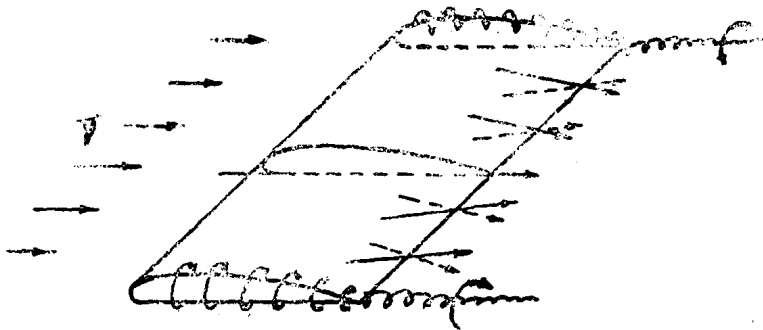


图 12

原来升力是垂直于气流速度的,而这时气流被改变方向而向下倾斜(图13)。若原来气流速度以 v_0 表示,向下倾斜的速度以 v 表示。由于冲流速度矢量方向有了倾斜,而升力是垂直冲流速度矢量的,因而也就相应产生倾斜,因而在速度方向上的投影就出现了一个分力,

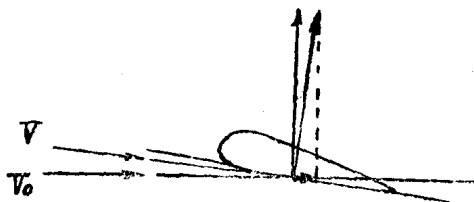


图 13 诱导阻力

这就称为诱导阻力。

C. 波阻力

这在船舶设计制造中方具有重大意义，我们在此不加讨论。

D. 惯性阻力

一个具有三个互相垂直的对称轴的物体，在理想气流中作等速直线平移，则可证明，气流对物体总的作用力为零。假使物体不是作这种等速直线平移的所谓惯性平移，而是在气流中作非惯性运动，这时我们可以求得气流对物体的总压力已不为零，而是有一肯定的力作用。这是物体因非惯性运动而引起物体表面气体动力压力的变化产生。因为物体作惯性平移时，对于与物体固联的坐标系来说，气流相对流动是稳定的，因而就地加速度为零。在物体作非惯性运动时，气流的相对流动是不稳定的，因而呈现出就地加速度，而这加速度就引起气流动力压力的变化，因而产生了惯性阻力。

对于研究雷达天线的风阻力问题，无论天线反射体的形状是抛物面或是其他类型，无论是天线反射体本身或其支撑结构或天线塔桅结构。摩擦阻力与压差阻力相比较，后者是主要的，而在压差阻力中形状阻力又是占绝对地位。这是因为天线都不是很好的流线型物体，空气绕过它们时，在尾端都会产生很强的集中旋涡。因此在计算天线的风阻力公式中，有些文献甚至采用形状系数或涡流系数以代替阻力系数的名称。

4. 风力矩

所谓力矩当然要对某一确定的点或轴而言，力矩就是一个力对该点或轴产生转动效应作用的度量。作用在雷达天线上的风力，其合力矢假使既不与旋转轴相交而又不平行，对旋转轴就产生一个力矩，天线在该风力矩作用下必然产生一旋转效应。如果我们能够知道作用在天线上风力合力的大小，又知道其作用线的位置，在这种情况下当然就很容易计算出它对某一旋转轴的力矩。可惜由于风对天线作用的复杂，使得我们很难找出天线上风荷载合力作用线位置，因而在一般情况下，并不是应用力乘其垂直距离这样的公式去计算，而是通过其他方法，直接求得在具体情况下风对某天线作用的风力矩。这里我们再强调一下，对天线而言，所谓风力矩就是作用在天线上的风荷载使天线绕某一旋转轴（方位轴或俯仰轴）产生旋转的力矩。如果是考虑天线的倾覆稳定问题，则可通过风作用在具体天线上风荷载的大小及其对某旋转轴的风力矩来计算出风力的作用位置，再去求出倾覆力矩。

对于雷达天线产生风力矩主要是有三个原因，下面我们分别加以说明。

(a) 天线的旋转轴偏离了反射体的对称平面（图14），或者反射体本身就没有对称平面如英国迪卡 43x 气象雷达反射体。设风垂直吹向反射体并且是均匀分布的。这时在反射体对称平面两边的总风压是大小相等，因此对对称平面内的轴线的合力矩为零。也就是风对反射体的风力矩为零。当旋转轴不是位于对称平面内而是偏离了对称平面，例如如图示偏在左边，这时在转轴两边反射体上的风压力就不相等，右边部分的风压力大于左边部分的风压力，显然对旋转轴的合力矩就不会等于零。也就是说，在这种情况下，反射体将受到风力矩的作用而产生摆动。

(b) 设旋转轴位于反射体的对称平面内，但是如果风的入射角并不与反射体的几何轴线重合，而是偏转了（例如在方位上） β 角度（图15），这时在抛物面上风的压力分布并不是

均匀的。如果方位角 $\beta = 45^\circ$ ，我们在抛物面反射体上测得的风压分布为图 16 所示。显然，

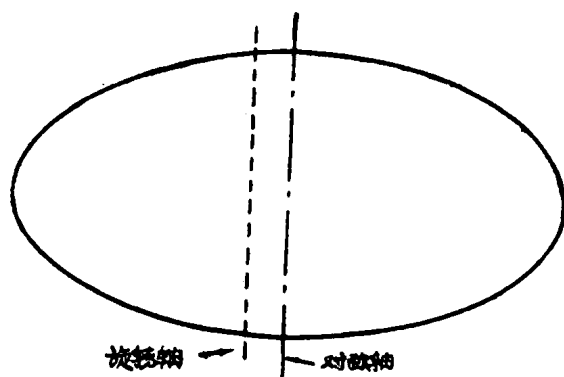


图 14 转轴位置的偏离

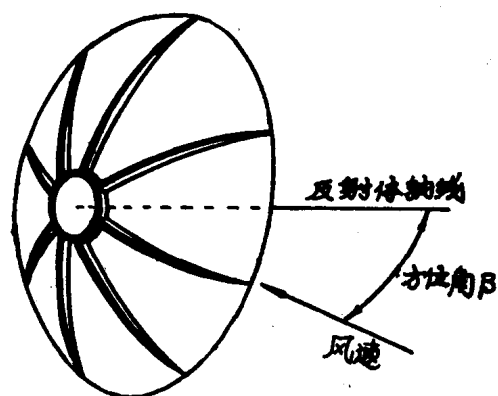


图 15 反射体偏转

在旋转轴两边的总压力不相等，它们对旋转轴就产生了方位力矩（天线俯仰时则产生俯仰力矩）。因此在反射体上，风压的不均匀分布是产生风力矩的第二个原因。

(c) 当天线由传动机构的带动而旋转时，也会产生附加的风力矩，为说明这个问题，我们首先假定天线周围的空气原是不流动的（不考虑风速）。现在由于天线的旋转，天线与空气将产生相对运动，气体流动情况如图 17 所示。根据前面的讨论我们知道，由于两端产生旋涡，消耗了能量，形成了低压区，它们的相应两侧压力较高，组成了作用在天线上的力偶。

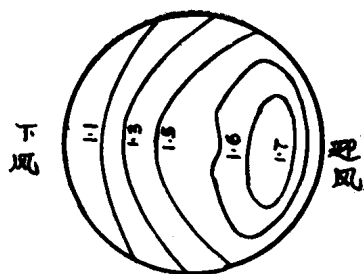


图 16 $\beta = 45^\circ$ 时的风压分布

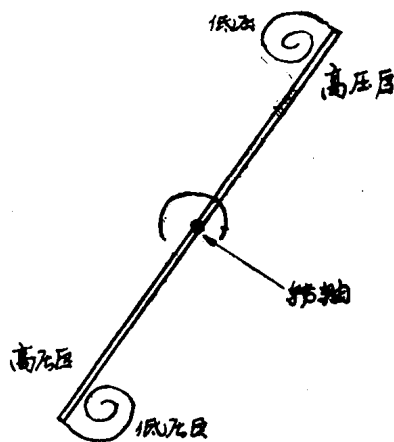


图 17 不考虑风速天线转动时的气流

当考虑风速时，虽然旋转轴位于天线反射体的对称平面内，由于天线转动也会产生风力矩，设天线转动角速度为 N ，天线的尺寸 $AB = 2R$ ，则 A 点的速度为 $V_A = R \cdot N$ ，在一般情况下风速 $V \gg V_A$ ，所以在 A 点处的总的气流方向还是与 V 方向一致，不过很明显，这时 A 端处所形成的旋涡强度远比 B 端处的旋涡强度要小（图 18）。这样与它们相对应的两边的压力差当

然也不相同，于是在反射体上的风压力对旋转轴就形成一个力矩。

关于旋转轴的位置、方位角、俯仰角、和反射体的转动对风力矩影响在本文第Ⅳ部分还将进一步加以讨论。

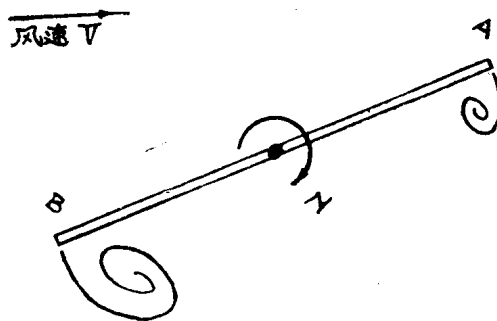


图 18 考虑风速天线旋转时的气流

第Ⅱ部分 相似理论与因次分析

绪 言

前面我们讨论了雷达天线在风的作用下受到力和力矩的物理现象, 这些升力、阻力和力矩在数量上来确定它们是很复杂的。想要直接通过计算来求出更是困难, 有些甚至是不可能的。利用实验的方法来解决这个问题就具有重大的意义。在讨论具体的实验方法之前先研究一下它的理论基础——相似理论与因次分析是有益的。

实验一般有两个基本方法, 一种是在天然条件下利用原型(一般用全尺寸天线这个术语)研究, 这当然很理想。例如, 一部雷达经过初步设计, 就试制造出样机去天然条件下进行结构性能试验, 发现问题后再修改设计。但是这样做是不可能的, 一般初步设计之后还要进行技术设计, 而不是直接制造样机, 否则容易造成人力和物力上的极大浪费, 因为修改结构设计往往要牵涉到材料、设备和工艺的变动。第二个基本方法是不在天然的原型条件下进行, 而是通过一定的模型进行实验。

模型常常可以使现象的实验研究非常方便, 而且在许多地方可以大大减轻研究工作的困难。

力学相似理论对于如何布置实验, 以得到正确的结果和转换到原型上去是一个理论基础。

1. 流动的模型相似律

气流中相同的(同名的)运动要素之间存在着一定的比例关系, 叫做气流的力学相似, 这样的流动叫做力学相似气流。

构成两个气流力学相似必须具有下面几个条件:

- (1) 几何相似
- (2) 运动相似
- (3) 动力相似

(4) 边界条件相似(指两气流边界具有同样的条件, 例如原型天线是置于地面上, 则实验时模型应有模拟地面)。

在以下的讨论中气流将都被认为是满足第(4)个条件的。现在分别讨论前三种相似。在讨论中把属于原型的各物理量都加一足标“n”, 而把属于模型试验的各物理量都加以足标“m”, 以示区别。

几何相似

两气流都具有相同的几何形状, 且相应的线性尺度存在着一定的比例关系。就是说模型的形状必须和实在的东

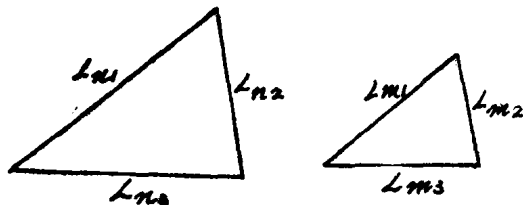


图 19

西相似。且其对应部分的比值须等于同一常数。例如两个三角形（图19）以L表示其线性长度。如果几何相似，则应满足

$$\frac{L_{1n}}{L_{1m}} = \frac{L_{2n}}{L_{2m}} = \frac{L_{3n}}{L_{3m}} = \delta_L \quad (2)$$

式中 δ_L 称为相似常数或几何相似常数。

同理对于面积的比例尺

$$\frac{\omega_n}{\omega_m} = \delta_\omega = \delta_L^2 \quad (3)$$

式中 ω 表示面积。

体积的比例尺

$$\frac{W_n}{W_m} = \delta_w = \delta_L^3 \quad (4)$$

因此，只要我们知道天线的尺寸、形状，在选定的比例尺 δ_L 下，就可以求得模型的尺寸。

几何相似是运动相似和动力相似的基础。

运动相似

若两气流中相应的质点之迹线是几何相似的，而且质点流过相应的迹线段所需的时间又成比例，那么这两个气流称为运动相似。

现在我们考虑两个相似的物体A和B，沿着几何相似的路径作相似运动的情况下为例子（图20），既然A和B是运动相似，则在相应的点0、1、2……上，其速度 V_n 与 V_m 必互成比例，且时间也成比例。

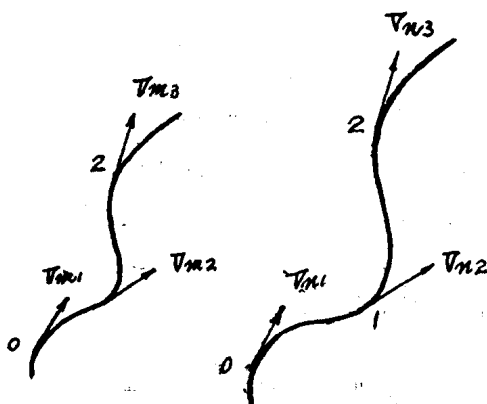


图 20

两时间的比例为

$$\frac{T_n}{T_m} = \delta_\tau \quad (5)$$

速度的比例为

$$\frac{V_n}{V_m} = \frac{dL_n/dT_n}{dL_m/dT_m} = \frac{dL_n}{dL_m} \cdot \frac{dT_m}{dT_n} = \frac{\delta_L}{\delta_T} = \delta_v \quad (6)$$

加速度的比例为

$$\frac{A_n}{A_m} = \frac{dV_n/dT_n}{dV_m/dT_m} = \frac{dV_n}{dV_m} \cdot \frac{dT_m}{dT_n} = \frac{\delta_L}{\delta_T^2} = \delta_a \quad (7)$$

在这里不仅要指出的是不只上述各比例是常数, 并且在不同的气流中其相应质点的运动方向也应该是相同的。

动力相似

假定两相似物体作相似的运动, 那么它们受到一样的同名力的作用, 而且这同名力成一定的比例关系。

所谓同名力就是同一力学性质的力。设同名力为 F_n 及 F_m , 则力的比例根据牛顿定律

$$\begin{aligned} \frac{F_n}{F_m} &= \frac{M_n A_n}{M_m A_m} = \frac{\rho_n}{\rho_m} \cdot \frac{W_n}{W_m} \cdot \frac{A_n}{A_m} = \delta_\rho \cdot \delta_L^3 \cdot \frac{\delta_L}{\delta_T^2} \\ &= \delta_\rho \cdot \delta_v^2 \cdot \delta_L^2 = \delta_F \end{aligned}$$

式中 M 表示质量

ρ 为密度

W 为体积

我们得到

$$\delta_F = \delta_\rho \cdot \delta_v^2 \cdot \delta_L^2$$

或

$$\frac{\delta_F}{\delta_\rho \cdot \delta_v^2 \cdot \delta_L^2} = 1 \quad (8)$$

或

$$\frac{F_n}{F_m} \cdot \frac{\rho_m \cdot V_m^2 L_m^2}{\rho_n V_n^2 L_n^2} = 1$$

从上式可以看出, 在动力相似的情况下, 各种比例尺的选择不是任意的, 他们互相间存在着一定的关系, 这个关系是由作用力、密度、特性长度的平方和速度平方的比例尺来表示的。

把上式属于不同物体的物理量分开得

$$\frac{F_n}{\rho_n V_n^2 L_n^2} = \frac{F_m}{\rho_m V_m^2 L_m^2}$$

这也说明动力相似的无因次数 $\frac{F}{\rho V^2 L^2}$ 都是相等的。该无因次数称为牛顿数, 并用 Ne 来表示。

$$Ne = \frac{F}{\rho V^2 L^2} \quad (9)$$