

# 中国工程热物理学会

## 传热传质学学术会议论文集

### 下册

一九九一

烟台



## 二维矩形封闭空腔复合导热辐射换热计算

胡昌洪 杨强生  
上海交通大学

### 引 言

参与性介质中的复合导热辐射换热研究,在近几十年里已经引起了人们很大的注意。这个问题在许多方面,如玻璃制造、太阳能系统、锅炉、窑炉、火箭推进、核聚变中的等离子发生器等均有重要的作用。以前的文章大多都局限于一维平板系统复合导热辐射问题[1,2]或多维系统的辐射平衡问题[3,4],而对多维矩形空腔中的复合导热辐射换热研究较少。

多维复合导热辐射换热问题的主要困难在于它的数学处理相当复杂。对于任意一个微元气体写出能量平衡时,除了导热存在外,它不但和邻近气体有辐射能交换,而且和距离远处的微元气体以及固体壁之间也有辐射能交换。能量平衡方程是一个强烈非线性的偏微分积分方程。精确的分析解实际上是不可能得到,而数值求解也是相当困难的。

最近,有些文章采用了某些简化假设,对二维复合导热辐射换热进行了数值计算。Razzaque等(5)用有限元法, Yuen & Takara(6)用有限差分和多项式展开, Ho & Ozisik(7)用伽辽金法均求解了二维复合导热辐射换热问题。(5)在计算低导热辐射比情况时收敛较慢,且没有给出腔内热流分布。(6)假设发射力线性分布,对辐射项进行多项式展开,细分网格计算会产生较大误差。(7)的方法较复杂,也没有求出腔内热流分布。

本文对充满吸收性灰体介质的二维矩形封闭空腔中的复合导热辐射换热情况进行了分析,推导出它的能量控制方程和热流表达式。运用有限差分 and 直接积分迭代求解了四壁为给定温度黑表面的二维方形空腔中的复合导热辐射换热问题。方法简单,收敛较快,精度较高。计算结果与(5)、(6)比较,并分析了导热辐射比和光学厚度对温度分布的影响。

### 数学模型

考虑一个充满吸收性灰体介质的矩形封闭空腔,四壁为黑表面,介质为常物性、无内热源。几何形状及坐标系统如图1所示。 $X$ 方向无限长。稳态能量方程的无量纲形式为:

$$\nabla^2 \theta = \frac{1}{4N_1} \nabla \cdot Q_r,$$

各种无量纲量定义如下:

$$\eta = y/Y, \quad \xi = z/Z$$

$$\text{无量纲温度 } \theta = T/T_1$$

$$\text{导热辐射比 } N_1 = \frac{Ka}{4\pi^2 \sigma T_1^4}$$

$$\text{无量纲热流 } Q_r = \frac{\delta r}{\pi^2 \sigma T_1^4}$$

其中  $T_1$  是底壁面的温度,  $k$  和  $a$  分别是介质的导热率和吸收系数。假定其它壁面的温度  $T_2 = 0.5T_1$ , 底面两角点的温度为  $0.75T_1$ , 则方程 (1a) 的边界条件如下:

$$\theta(\eta, 0) = 1, \quad 0 < \eta < 1 \quad (1b)$$

$$\theta(\eta, 1) = 0.5, \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (1c)$$

$$\theta(0, \xi) = \theta(1, \xi) = 0.5, \quad 0 < \xi < 1 \quad (1d)$$

$$\theta(0, 0) = \theta(1, 0) = 0.75, \quad (1e)$$

类似于(9), 可以推导出二维复合导热辐射换热的支配方程如下:

$$\frac{4N_1}{L_1^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{4N_1}{L_2^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = 4F - L_1 L_2 (1 - \theta_2^*) \zeta \int_0^1 \frac{S_2(d_0)}{d_0^2} d\eta' - L_1 L_2 \int_0^1 \int_0^1 F(\eta', \xi') \frac{S_2(d_1)}{d_1^2} d\eta' d\xi' \quad (2)$$

$$\text{其中: } d_0 = [L_1^2 (\eta - \eta')^2 + L_2^2 \xi^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$d_1 = [L_1^2 (\eta - \eta')^2 + L_2^2 (\xi - \xi')^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$L_1 = aY, \quad L_2 = aZ$$

$$\text{Bickley 函数 } S_n(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-r/\cos\psi} \cos^{n-1}\psi d\psi, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

总热流  $Q$  由导热热流  $Q_c$  和辐射热流  $Q_r$  组成。同样类似于(9), 可推导出如下热流表达式:

$$\text{水平热流 } Q_\eta = Q_{c\eta} + Q_{r\eta} \quad (3a)$$

$$\text{竖直热流 } Q_\xi = Q_{c\xi} + Q_{r\xi} \quad (3b)$$

其中:

$$\text{水平导热热流 } Q_{c\eta} = -\frac{4N_1}{L_1} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \quad (3c)$$

$$\text{水平辐射热流 } Q_{r\eta} = L_1 L_2 \int_0^1 \int_0^1 F(\eta', \xi') \frac{S_2(d_1)(\eta - \eta')}{d_1^3} d\eta' d\xi' + L_1 L_2 \xi (1 - \theta_2^*) \int_0^1 \frac{S_2(d_0)(\eta - \eta')}{d_0^3} d\eta' \quad (3d)$$

$$\text{竖直导热热流 } Q_{c\xi} = -\frac{4N_1}{L_2} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad (3e)$$

$$\text{竖直辐射热流 } Q_{r\xi} = L_1 L_2 \int_0^1 \int_0^1 F(\eta', \xi') \frac{S_2(d_1)(\xi - \xi')}{d_1^3} d\eta' d\xi' + L_1 L_2^2 (1 - \theta_2^*) \int_0^1 \frac{S_2(d_0)(\xi - \xi')}{d_0^3} d\xi'$$

数值计算 (3d)、(3f) 时, 同(8)会遇到奇点, 在某些情况下, 对单重积分进行坐标变换。变换坐标如图 1 所示。

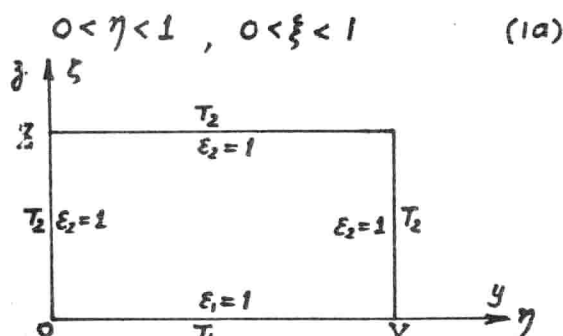


图 1. 几何形状及坐标系统

## 数值计算

在方程(2)中只包含了一个变量(无量纲温度), 结合边界条件(1b)-(1e)可独立求解出腔内的温度场, 然后由(3)式可得到腔内热流分布。

在求解过程中, 对导热项进行有限差分离散。把腔内介质分成  $M_1 \times M_2$  个内部网格, 内部节点的坐标如下:

$$\eta_i = i \Delta \eta, \quad i = 1, \dots, M_1 \quad \Delta \eta = \frac{1}{M_1+1} \quad (6a)$$

$$\zeta_j = j \Delta \zeta, \quad j = 1, \dots, M_2 \quad \Delta \zeta = \frac{1}{M_2+1} \quad (6b)$$

方程(2)中的导热项可写成:

$$\frac{4N_1}{L_1^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{4N_2}{L_2^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} = \frac{4N_1}{L_1^2} \frac{\theta_{i-1,j} + \theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j}}{\Delta \eta^2} + \frac{4N_2}{L_2^2} \frac{\theta_{i,j-1} + \theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j}}{\Delta \zeta^2} \quad (7a)$$

对内部节点的导热热流作如下处理:

$$Q_{\eta} = -\frac{4N_1}{L_1} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{2N_1}{L_1} \frac{\theta_{i-1,j} - \theta_{i+1,j}}{\Delta \eta} \quad (7b)$$

$$Q_{\zeta} = -\frac{4N_2}{L_2} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \frac{2N_2}{L_2} \frac{\theta_{i,j-1} - \theta_{i,j+1}}{\Delta \zeta} \quad (7c)$$

边界节点垂直于壁面的导热热流计算中, 取  $\partial \theta$  为相邻点的温度差。

求解过程中的单重积分及二重积分均由高斯积分算出。

根据导热或辐射在换热中所占的比例, 采取两种不同的迭代方法。

$N_1$ 较大时, 导热项对温度分布的影响很大, 辐射项用上次迭代的温度分布直接求出, 并在用逐线迭代法求解时作为源项来处理。 $N_1$ 较小时, 辐射项对温度分布的影响很大, 导热项用上次迭代的温度分布得到, 直接积分迭代就可计算出腔内温度场。

如果导热与辐射对温度分布的影响都很大, 不容易收敛, 就需要引入松弛因子  $\lambda$ , 对不同的迭代方法有:

$$\theta_{i,j}^{m+1} = \theta_{i,j}^m + \lambda (\theta_{i,j}^{m+1} - \theta_{i,j}^m), \quad i=1, \dots, M_1, j=1, \dots, M_2 \quad \text{有限差分}$$

$$F_{i,j}^{m+1} = F_{i,j}^m + \lambda (F_{i,j}^{m+1} - F_{i,j}^m), \quad i=1, \dots, M_1, j=1, \dots, M_2 \quad \text{直接积分迭代}$$

这里,  $\theta_{i,j}^{m+1}$ 、 $F_{i,j}^{m+1}$  是本次迭代计算出的温度,  $\theta_{i,j}^m$ 、 $F_{i,j}^m$  是上次迭代的温度,  $\theta_{i,j}^{m+1}$ 、 $F_{i,j}^{m+1}$  是用作下次迭代的温度。

如果各点前后两次迭代的温度差小于  $\varepsilon$ , 则本次迭代出的值是最后的温度场。

本文对光学厚度  $L$  分别为 0.1、1、5, 导热辐射比  $N_1$  分别为 1、0.1、0.01、0.001 的二维方形空腔复合导热辐射十二种情况进行了求解。内部网格划分、 $\varepsilon$  均分别为  $9 \times 9$ 、0.0001。 $L=0.1$  时均用有限差分法;  $L=1$  和  $L=5$  时,  $N_1=1$  和 0.1 用有限差分。除  $L=1$ 、 $N_1=0.01$  和  $L=5$ 、 $N_1=0.1$  两种情况  $\lambda=0.2$ , 其余都取  $\lambda=1$ 。

## 结果及讨论

图2给出了光学厚度为 $L_1 = L_2 = 1.0$ 时不同导热辐射比情况下的中心线温度分布。导热辐射比较大时( $N_1 = 0.1, 1.0$ )，三种方法的结果符合较好。 $N_1$ 较小时与(6)有一定的误差。本文是对准确支配方程的数值求解，在数值精度范围内应该是最精确解。

图3是 $L_1 = L_2 = 1.0$ 时底面热流与(6)的比较，符合较好。由于 $\theta(\eta, 0)$ 在 $\eta = 0, 1$ 处强迫使之等于角点温度，在底壁面的角点附近，热流分布出现峰值。

从图2还可看出导热辐射比对中心线温度分布的影响。辐射作用较强， $N_1$ 较小时，温度分布是凸起的。 $N_1$ 较大时，导热占主要部分，温度分布趋势同导热解一样是凹的。对小的 $N_1$ ，热表面附近中心线温度相交。

光学厚度对中心线温度分布的影响可从图4看出。 $N_1$ 较大时，导热占的比例较大，光学厚度的影响小。 $N_1$ 小时，辐射比例大，光学厚度的影响显著。

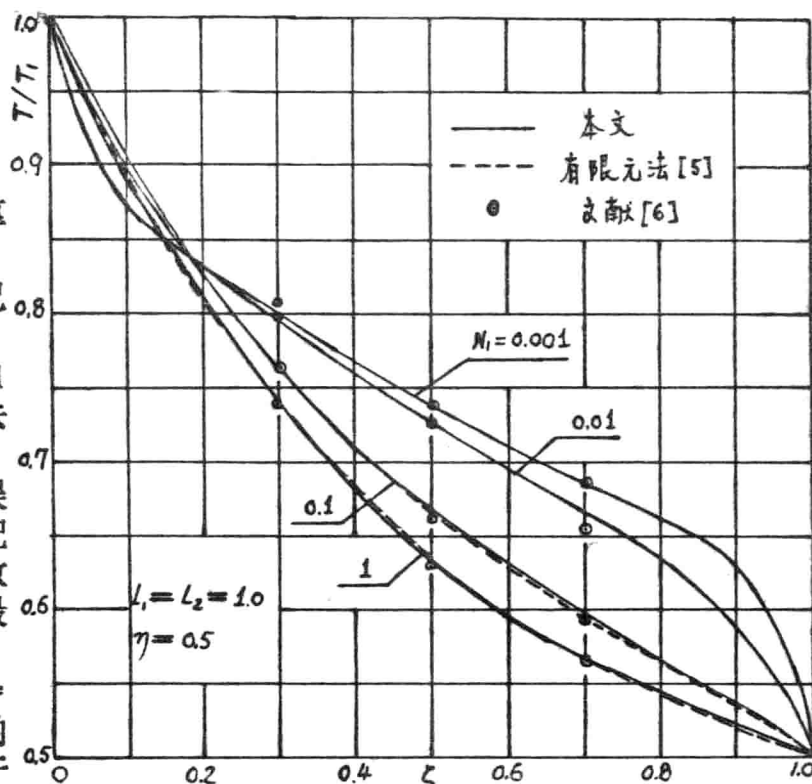


图2.  $L_1 = L_2 = 1.0$  时的无量纲中心温度分布

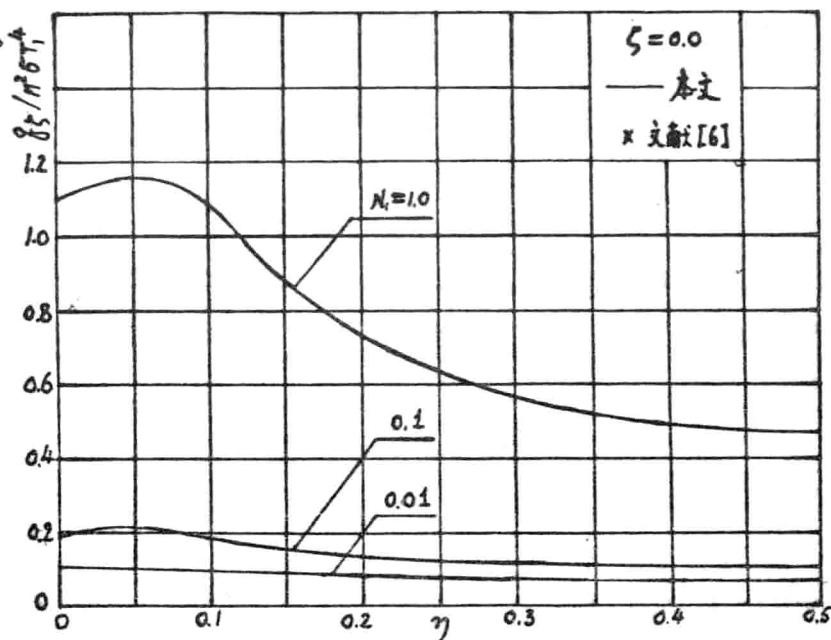


图3.  $L_1 = L_2 = 1.0$  时的底面竖直热流

## 结 论

本文推导出了二维矩形封闭空腔的能量平衡方程和热流表达式, 并对方形空腔的十二种情况进行了数值求解。方法简单, 计算结果与(5)、(6)比较表明精度高, 而且方法可用于更复杂问题的求解, 例如包含散射、其它几何形状等。还给出了导热辐射比 $N_1$ 和光学厚度对中心线无量纲温度分布的影响。 $N_1$ 大时, 导热比例大, 光学厚度的影响小;  $N_1$ 小时, 辐射比例大, 光学厚度影响大。

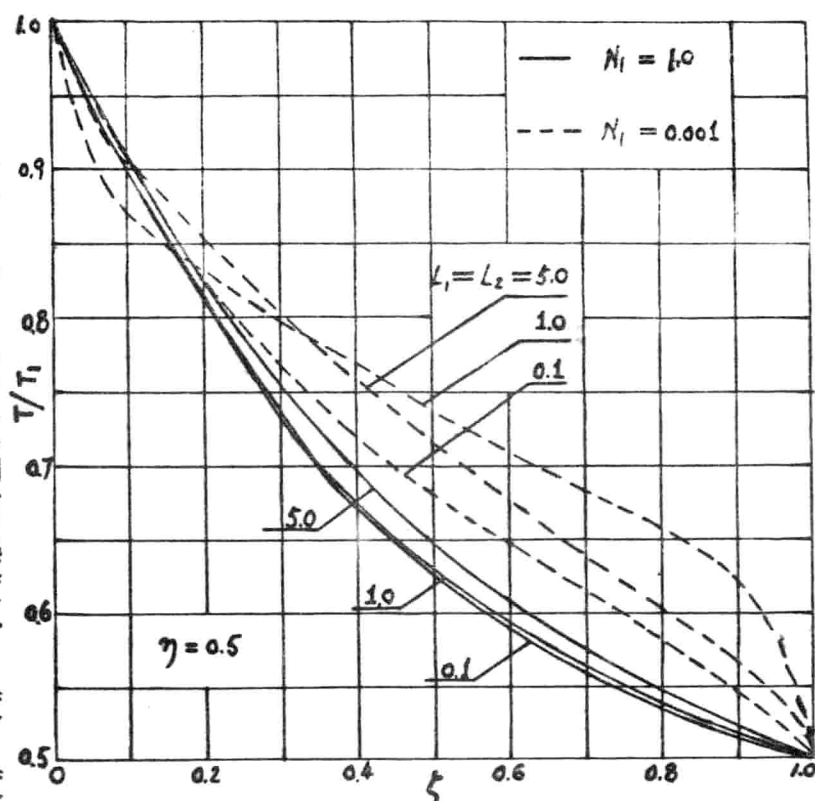


图4. 光学厚度对温度分布的影响

## 参考文献

1. 杨强生, 王捷: "具有线性散射的复合导热辐射问题的求解", 工程热物理学报, 11, 4, 1990, pp434-437.
2. W. W. Yuen, L. W. Wong: "Heat Transfer by Conduction and Radiation in a One-Dimensional Absorbing, Emitting and Anisotropically-Scattering Medium", J. Heat Transfer, 102, 2, 1980, pp. 303-306.
3. W. W. Yuen, L. W. Wong: "Analysis of Radiative Equilibrium in a Rectangular Enclosure with Gray Medium", J. Heat Transfer, 106, 3, 1984, pp. 434-440.
4. M. M. Razzaque, D. E. Klein, and J. R. Howell, "Finite Element Solution of Radiative Heat Transfer in a Two-Dimensional Rectangular Enclosure with Gray Participating Media", J. Heat Transfer, 105, Nov., 1983, pp. 933-936.
5. M. M. Razzaque, J. R. Howell, and D. E. Klein, "Coupled Radiative and Conductive Heat Transfer in a Two-Dimensional Rectangular Enclosure With Gray Participating Media Using Finite Elements", J. Heat Transfer, 106, 1984, pp. 613-619.
6. W. W. Yuen, E. E. Takara, "Analysis of Combined Conductive-Radiative Heat Transfer in a Two-Dimensional Rectangular

- Enclosure with a Gray Medium', J. Heat Transfer, 110, 2, 1988, pp. 468-474.
7. C. H. Ho, M. N. Ozisik, 'Combined Conduction and Radiation in a Two-Dimensional Rectangular Enclosure', Numerical Heat Transfer, 13, 1988, pp. 229-239.
  8. 胡昌洪、杨强生、许志雄: "二维矩形封闭空腔内辐射平衡计算", 列入今年全国计算传热会议文集。
  9. 杨强生, 胡昌洪, 许志雄: "二维矩形封闭空腔内复合导热辐射问题的数学模型和Bickley函数", 投稿于本次会议。

## 二维半透明非灰体介质内辐射与导热 的非稳态复合换热求解\*

谈和平 鲍亦令 李林  
(哈尔滨工业大学动力工程系)

摘要: 本文采用控制容积法, 蒙特卡洛法, 结合谱带模型, 研究第一类及第三类非线性边界条件下二维半透明非灰体介质内辐射与导热非稳态复合换热的数值计算方法。

### 一、引言

在玻璃工业, 核能工程, 塑料工业, 半导体工业, 宇航[1], 红外加热[2]以及太阳能利用中经常遇到各种界面及边界条件下的辐射与导热复合换热问题。近年来, 这方面发表了不少文献, 文[3]采用光线踪迹法结合谱带模型, 研究复杂边界条件下一维半透明非灰介质内辐射与导热非稳态复合换热; 杨强生等研究了一维灰表面、灰介质内具有线性散射的复合换热[4]; Shih采用离散辐射强度法计算二维稳态复合换热[5]; Razzaque应用有限元法计算了二维矩形腔内灰介质的复合换热[6]等。

本文采用控制容积法和Monte-Carlo法结合谱带模型, 研究了处于第一类或第三类非线性边界条件下的二维半透明非灰介质内的辐射与导热非稳态复合换热, 边界面为漫反射不透明非灰表面, 考虑了介质内部的多重反射, 但忽略了散射现象。

### 二、控制方程及算法

2.1 控制方程及离散化 辐射与导热非稳态复合换热的控制方程为

$$C \partial T / \partial t = \text{div} (k \text{grad } T) - \text{div } \vec{q}_r \quad (1)$$

式中:  $C$  为单位体积热容  $J/(m^3 K)$ ;  $k$  为导热系数  $W/(m K)$ 。考虑二维问题, 采用内节点平面区域离散法, 将整个区域  $H \times Y$  分为  $N_X \times N_Y$  个控制体, 节点位于控制体的中心, 边界节点所代表的控制容积厚度为零。在以下的叙述中, 控制体用  $i-j-m-n$  表示法,  $(i, j)$  表示二维问题的节点位置, 与该节点相邻的界面分别为  $i+1/2, i-1/2, j+1/2, j-1/2$ ,  $m$  表示非稳态问题的时层,  $n$  表示每一时层的迭代次数, 上角标  $nf$  代表最终迭代值。

方程(1)右端第二项称为辐射源项  $\Phi$ , 它是温度  $T$  的非线性函数, 将此源项线性化

$$\Phi_{i,j}^{m,n+1} = \Phi_{i,j}^{m,n} + (d\Phi/dT)_{i,j}^{m,n} (T_{i,j}^{m,n+1} - T_{i,j}^{m,n}) \quad 1 \leq n \leq nf \quad (2)$$

$$\text{得 } \Phi_{i,j}^{m,n+1} = S c_{i,j}^{m,n} - S p_{i,j}^{m,n} T_{i,j}^{m,n+1} \quad (3)$$

则离散化方程为

$$a_{i,j} T_{i,j}^m = a_{i-1,j} T_{i-1,j}^m + a_{i+1,j} T_{i+1,j}^m + a_{i,j-1} T_{i,j-1}^m + a_{i,j+1} T_{i,j+1}^m + b S c_{i,j}^m / \Delta v_{i,j} + T_{i,j}^{m-1} \quad (4)$$

\* 霍英东教育基金会高校青年教育基金资助课题

式中, 界面导热系数  $k$  按调和平均法计算,

$$\begin{aligned} a_{i-1,j} &= k_{i-\frac{1}{2},j} b / (\Delta x_i \delta x_{i-\frac{1}{2}}) & a_{i+1,j} &= k_{i+\frac{1}{2},j} b / (\Delta x_i \delta x_{i+\frac{1}{2}}) \\ a_{i,j-1} &= k_{i,j-\frac{1}{2}} b / (\Delta y_j \delta y_{j-\frac{1}{2}}) & a_{i,j+1} &= k_{i,j+\frac{1}{2}} b / (\Delta y_j \delta y_{j+\frac{1}{2}}) \\ a_{i,j} &= a_{i-1,j} + a_{i+1,j} + a_{i,j-1} + a_{i,j+1} + b S_{p,i,j}^m / \Delta v_{i,j} + 1 & b &= \Delta t / C \end{aligned}$$

2.2 离散化边值条件 在  $x=0$  界面上 ( $i=1, 2 \leq j \leq NY+1$ )

$$\begin{aligned} \sigma \sum_{p=1}^{NP} n_p^2 \left\{ \sum_{k=1}^{NX+2} \sum_{m=1}^{NY+2} RD(k,m,1,j) (A_{p,T_{k,m}} T_{k,m}^4 - A_{p,T_{1,j}} T_{1,j}^4) \right\} + 2k_{z,j} (T_{z,j} - T_{1,j}) \Delta y_j / \Delta x_2 \\ = \sigma \sum_{p=1}^{NP} \epsilon_{w,p} \Delta y_j [A_{p,T_{1,j}} T_{1,j}^4 - A_{p,T_{rw}} T_{rw}^4] + h_w (T_{1,j} - T_{fw}) \Delta y_j \end{aligned} \quad (5)$$

式中:  $A_{p,T_{i,j}} = \int_{\Delta p} I_{\lambda b}(T_{i,j}) d\lambda / (\int_0^\infty I_{\lambda b}(T_{i,j}) d\lambda)$  为结点温度  $T_{i,j}$  下谱带模型  $p$  区域内黑体辐射能占总辐射能的份额;  $\sigma$  是波尔茨曼常数;  $RD(k,m,1,j)$  为  $k,m$  控制体与  $1,j$  控制体的辐射总交换系数;  $NP$  是谱带数;  $n$  为介质的折射率;  $\epsilon$  为界面发射率;  $h$  为换热系数。下角标  $w$  (及  $e, n, s$ ) 表示平面区域左 (及右、上、下) 侧的参数;  $rw$  ( $re, rn, rs$ ) 表示平面区域左 (右、上、下) 周围环境的辐射源温度;  $fw$  ( $fe, fn, fs$ ) 表示相应周围环境的空气温度。(5) 式中左端第一项为界面节点  $(1,j)$  与介质内部所有结点, 包括其他界面结点辐射换热的热流密度; 左端第二项为界面节点与邻近结点导热的热流密度; 右端第一项表示界面节点与周围环境辐射换热的热流密度; 右端第二项表示界面节点与周围环境对流换热的热流密度。如果换热系数  $h$  无穷大, 则介质表面温度等于周围环境的空气温度, 即:  $T_{1,j} = T_{fw}, T_{NX+2,j} = T_{fe}, T_{1,1} = T_{fs}, T_{1,NY+2} = T_{fn}$ , 式 (5) 就转变成第一类边界条件。

2.3 辐射源项及线性化 注意到辐射总交换系数

$$RD(1,1,i,j) = RD(1,NY+2,i,j) = RD(NX+2,1,i,j) = RD(NX+2,NY+2,i,j) = 0$$

$$\text{及} \quad RD(k,m,i,j) = RD(i,j,k,m) \quad (6)$$

则不透明界面下的辐射源项  $\Phi_{i,j}$  为

$$\Phi_{i,j} = \sigma \sum_{p=1}^{NP} n_p^2 \left\{ \sum_{k=1}^{NX+2} \sum_{m=1}^{NY+2} RD(k,m,i,j) (A_{p,T_{k,m}} T_{k,m}^4 - A_{p,T_{i,j}} T_{i,j}^4) \right\} \quad (2 \leq i \leq NX+1), \quad (2 \leq j \leq NY+1) \quad (7)$$

将上述源项按 (3) 式线性化, 得

$$S_{c,i,j}^{m,n} = \sigma \sum_{p=1}^{NP} n_p^2 \left\{ \sum_{k=1}^{NX+2} \sum_{m=1}^{NY+2} RD(k,m,i,j) [A_{p,T_{k,m}} (T_{k,m}^{m,n})^4 + 3A_{p,T_{i,j}} (T_{i,j}^{m,n})^4] \right\} \quad (2 \leq i \leq NX+1), \quad (2 \leq j \leq NY+1) \quad (8)$$

$$S_{p,i,j}^{m,n} = \sigma \sum_{p=1}^{NP} n_p^2 \left\{ \sum_{k=1}^{NX+2} \sum_{m=1}^{NY+2} RD(k,m,i,j) 4A_{p,T_{i,j}} (T_{i,j}^{m,n})^3 \right\} \quad (2 \leq i \leq NX+1), \quad (2 \leq j \leq NY+1) \quad (9)$$

2.4 辐射总交换系数 采用 Monte-Carlo 法计算各控制体与控制体、控制体与边界区间的辐射总交换系数 (具有面积因次)。设想控制体和边界区的辐射能由许多具有一定能量的能束组成, 能束的辐射, 反射和吸收通过一定的随机抽样决定, 对所有的能束进行跟踪, 直到它们被

吸收为止。辐射过程随机模拟的抽样公式见表1。表中,  $R_X, R_Y, R_\theta, R_\psi, R_r, R_a$  为  $(0,1)$  均匀分布的随机数;  $X_c, Y_c$  为控制体或边界区的中心坐标;  $X_o, Y_o$  为发射点位置坐标;  $\kappa$  为介质吸收系数。当能束到达界面时, 如果  $R_a \leq \varepsilon$ , 则能束被界面所吸收, 反之则再由随机数  $R_\theta, R_\psi$  和  $R_r$  决定该能束下一次发射方向  $\psi, \theta$  和自由行程  $r$ 。考虑到最终计算结果的精度与伪随机数的均匀性和周期有关, 经对伪随机数的构造进行选择比较后, 本文采用乘同余法

$$G_{n+1} = W G_n \pmod{L} \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (10)$$

式中:  $G_o = 8388607, W = 16807, L = 2^{31} - 1$ 。

由控制体  $(k, m)$  所发射, 被控制体或边界区  $(i, j)$  所吸收的辐射总交换系数  $RD(k, m, i, j)$  为

$$RD(k, m, i, j) = 4 \times \kappa_p \times \Delta x_k \times \Delta y_m \times 1 \times N_{abs}(i, j) / N_{emi}(k, m) \quad (11)$$

由边界区  $(k, m)$  所发射, 被控制体或边界区  $(i, j)$  所吸收的辐射总交换系数  $RD(k, m, i, j)$  为

$$\begin{aligned} RD(1, m, i, j) &= \varepsilon_{wp} \times \Delta y_m \times 1 \times N_{abs}(i, j) / N_{emi}(1, m) \\ RD(k, 1, i, j) &= \varepsilon_{sp} \times \Delta x_k \times 1 \times N_{abs}(i, j) / N_{emi}(k, 1) \\ RD(NX+2, m, i, j) &= \varepsilon_{ep} \times \Delta y_m \times 1 \times N_{abs}(i, j) / N_{emi}(NX+2, m) \\ RD(k, NY+2, i, j) &= \varepsilon_{np} \times \Delta x_k \times 1 \times N_{abs}(i, j) / N_{emi}(k, NY+2) \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $N_{emi}(k, m)$  是标号为  $(k, m)$  的控制体或边界区所发射的总的能束数;  $N_{abs}(i, j)$  是标号为  $(i, j)$  的控制体或边界区所吸收的能束数。理论上  $RD(k, m, i, j) = RD(i, j, k, m)$ , 但用蒙特卡洛法计算时, 由于随机误差,  $RD(k, m, i, j) \neq RD(i, j, k, m)$ 。因此在实际计算中, 本文采用  $RR$  值

$$RR(k, m, i, j) = RR(i, j, k, m) = 0.5 [RD(k, m, i, j) + RD(i, j, k, m)] \quad (13)$$

代替 (5)、(7)、(8)、(9) 式中的  $RD$  值。计算结果列于表3。从表中可见, 采用  $RR$  值且发射的总能束数为一万束的计算精度, 比采用  $RD$  值发射十万束的计算精度还要好, 即: 采用  $RR$  值可以在保证计算精度的前提下, 减少随机试验的次数。因此, 在以下的叙述中, 如不特别说明, 均采用  $RR$  值且发射的总能束数  $N_{emi}(k, m)$  为一万束。

表1 辐射过程随机模拟抽样公式

| 序号 | 名称          | 抽样公式                              |                                      |
|----|-------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1  | 发射点位置(随机发射) | $X_o = (RX - 0.5) \Delta X + X_c$ | $Y_o = (RY - 0.5) \Delta Y + Y_c$    |
| 2  | 控制体发射方向     | $\theta = 2\pi R_\theta$          | $\psi = \cos^{-1}(1 - 2R_\psi)$      |
| 3  | 边界区发射(反射)方向 | $\theta = 2\pi R_\theta$          | $\psi = \cos^{-1}(1 - R_\psi)^{1/2}$ |
| 4  | 能束自由行程      | $r = -\ln(1 - R_r) / \kappa$      |                                      |
| 5  | 能束被界面吸收     | $R_a \leq \varepsilon$            |                                      |

2.5 计算方法 为了节省机时, 本文先用蒙特卡洛法计算辐射总交换系数。在 SUN280 机上, 当  $\varepsilon = 1$  时, 每计算一万束射线 CPU 时间为 6~7 秒 (与光学厚度有关);  $\varepsilon = 0.05$  时, 计算一万束射线 CPU 时间为 8~12 秒。在求解能量方程时, 辐射总交换系数用数据文件输入。采用交替方向的隐式迭代法, 令  $U$  代表  $\Delta t/2$  时刻上的中间值,  $b' = b/2$ , 则当  $(m+1)\Delta t$ , 第  $n$  次迭代时交替方向隐式迭格式为

$$a_{i,j} U_{i,j}^n = a_{i-1,j} U_{i-1,j}^n + a_{i+1,j} U_{i+1,j}^n + a_{i,j-1} T_{i,j-1}^{m+1,n-1} + a_{i,j+1} T_{i,j+1}^{m+1,n-1} + b' S c_{i,j}^{m+1,n-1} / \Delta v_{i,j} + T_{i,j}^m$$

$$a_{ij} T_{ij}^{m+1,n} = a_{i-1,j} U_{i-1,j}^n + a_{i+1,j} U_{i+1,j}^n + a_{i,j-1} T_{i,j-1}^{m+1,n} + a_{i,j+1} T_{i,j+1}^{m+1,n} + b' Sc_{ij}^{m+1,n} / \Delta v_{ij} + U_{ij}^n \quad (14)$$

为了加速收敛, 在每一轮迭代完了, 对温度场进行一次超松弛

$$T_{ij}^{m,n} = \beta T_{ij}^{m,n} + (1 - \beta) T_{ij}^{m,n-1} \quad (15)$$

$$\text{时间步长} \quad \Delta t = 10000 \times p2 \times [1 - \exp(-0.000023m)] \quad (16)$$

式中,  $m$  为时间步数;  $p2$  为一调节参数, 对于稳态问题, 只需令  $p2$  为无穷大即可。

### 三、第一类边界条件下二维非稳态复合换热

用本程序计算了非稳态、非灰体、变导热系数、非灰边界面的例题, 程序运行良好。下面结合讨论计算精度, 举了几个例子。

3.1 与离散辐射强度法[5]和精确解的比较 四侧为黑表面; 灰介质; 换热系数  $h_w$ 、 $h_e$ 、 $h_s$ 、 $h_n$  无穷大;  $x$  向光学厚度  $\xi$  与  $y$  向光学厚度  $\eta$  均为 1;  $\Psi_{i,j} = \Psi_{NX+2,j} = \Psi_{i,NY+2} = 1$ ,  $\Psi_{i,1} = 2$  (无因次温度  $\Psi = T/T_{mf}$ ),  $T_{mf}$  为参考温度, 取  $T_{i,1} = T_{mf}$ ;  $p2 = 1 \times 10^{33}$  (稳态)。令  $\xi = 2 \Delta x \sigma T_{mf}^3 \exp(-\kappa \Delta x / 2) / k$ 。将本文的计算值与文[5]的结果比较 (由于文[5]采用外节点法, 因此本文的计算结果需插值, 当  $\xi = 0$ , 即纯导热, 采用线性插值, 当  $\xi \neq 0$ , 采用拉格朗日插值), 计算结果列于表 2a, 2b。求解能量方程 ( $\xi \neq 0$ ) 时, 松弛因子  $\beta = 1.3 \sim 1.4$  收敛最快, 在 SUN280 机上, 采用内节点  $6 \times 6$  时 (要求前后两次迭代差  $< 0.001K$ ), 迭代 26 次, CPU 时间 28 秒;  $6 \times 21$  时, 迭代 58 次, CPU 时间 2 分 26 秒。从表中可见当  $\xi \neq 0$ , 本文的计算值与文[5]的结果有些偏差, 特别是在近壁处。为此令  $HX$  或  $HY$  趋于无穷大 (从  $X$  和  $Y$  两个方向验证), 与一维精确解比较。实际计算中取  $HX = 0.1m$ ,  $NX = 10$ ,  $HY = 9000m$ ,  $NY = 3$ ; 或  $HX = 9000m$ ,  $NX = 3$ ,  $HY = 0.1m$ ,  $NY = 10$ ; 计算结果列于表 3 ( $x$  和  $y$  两个方向的计算结果完全一致), 可见, 本文的计算值与精确解相当吻合, 当  $\epsilon = 1$  时, 最大误差  $< 0.18\%$ ; 当  $\epsilon = 0.05$ , 最大误差  $< 0.7\%$  (用 RR 值)。因此可以认为本算法比离散辐射强度法的计算精度高。

表 2a 外节点法  $5 \times 5$  无因次节点温度  $\Psi$

| 文献[5]的计算结果 ( $\xi = 0$ ) |        |        |        |   | 本文的计算结果 ( $\xi = 0$ ) |        |        |        |   |
|--------------------------|--------|--------|--------|---|-----------------------|--------|--------|--------|---|
| 1                        | 1      | 1      |        |   | 1                     | 1      | 1      |        |   |
| 1                        | 1.0717 | 1.0985 | 1.0717 | 1 | 1                     | 1.0714 | 1.0982 | 1.0714 | 1 |
| 1                        | 1.1880 | 1.2504 | 1.1880 | 1 | 1                     | 1.1875 | 1.2500 | 1.1875 | 1 |
| 1                        | 1.4291 | 1.5272 | 1.4290 | 1 | 1                     | 1.4286 | 1.5268 | 1.4286 | 1 |
| 2                        | 2      | 2      |        |   | 2                     | 2      | 2      |        |   |
| 文献[5]的计算结果 ( $\xi = 1$ ) |        |        |        |   | 本文的计算结果 ( $\xi = 1$ ) |        |        |        |   |
| 1                        | 1      | 1      |        |   | 1                     | 1      | 1      |        |   |
| 1                        | 1.2682 | 1.2960 | 1.2682 | 1 | 1                     | 1.2313 | 1.2706 | 1.2288 | 1 |
| 1                        | 1.4157 | 1.4476 | 1.4158 | 1 | 1                     | 1.3924 | 1.4533 | 1.3925 | 1 |
| 1                        | 1.5674 | 1.5977 | 1.5675 | 1 | 1                     | 1.5907 | 1.6558 | 1.5927 | 1 |
| 2                        | 2      | 2      |        |   | 2                     | 2      | 2      |        |   |

表 2b 外节点法 $5 \times 20$ 无因次节点温度 $\Psi$  ( $\xi = 1$ ) (因对称, 仅列左半侧温度值)

|      |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 文[5] | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 1    | 1.3406 | 1.4109 | 1.4515 | 1.4771 | 1.4931 | 1.5032 | 1.5095 | 1.5131 | 1.5    |
| 1    | 1.4938 | 1.5711 | 1.6157 | 1.6426 | 1.6593 | 1.6697 | 1.6760 | 1.6796 | 1.6812 |
| 1    | 1.6341 | 1.7069 | 1.7489 | 1.7736 | 1.7884 | 1.7974 | 1.8027 | 1.8057 | 1.8070 |
|      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      |
| 本文   | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      | 1      |
| 1    | 1.2920 | 1.3952 | 1.4366 | 1.4656 | 1.4815 | 1.4903 | 1.4951 | 1.4977 | 1.4988 |
| 1    | 1.4526 | 1.5658 | 1.6193 | 1.6477 | 1.6633 | 1.6719 | 1.6765 | 1.6790 | 1.6800 |
| 1    | 1.6272 | 1.7309 | 1.7726 | 1.7932 | 1.8043 | 1.8104 | 1.8137 | 1.8153 | 1.8161 |
|      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      | 2      |

表 3 与一维精确解无因次温度 $\Psi$ 比较 ( $N=0.08$ ,  $\kappa=10\text{m}^{-1}$ ,  $\xi$  或  $\eta=1$ ,  $k=0.76545\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

| $\varepsilon_w = \varepsilon_e = 1$ |             |        | $\varepsilon_w = \varepsilon_e = 0.05$ |             |        |        |        |
|-------------------------------------|-------------|--------|----------------------------------------|-------------|--------|--------|--------|
| 精确解                                 | Monte-Carlo |        | 精确解                                    | Monte-Carlo |        |        |        |
|                                     | 1万束RD       | 1万束RR  |                                        | 1万束RD       | 1万束RR  | 10万RD  | 10万RR  |
| 1.0                                 | 1.0         | 1.0    | 1.0                                    | 1.0         | 1.0    | 1.0    | 1.0    |
| 1.2385                              | 1.2373      | 1.2381 | 1.2615                                 | 1.2467      | 1.2527 | 1.2487 | 1.2549 |
| 1.4523                              | 1.4533      | 1.4534 | 1.4511                                 | 1.4484      | 1.4489 | 1.4494 | 1.4500 |
| 1.5564                              | 1.5571      | 1.5576 | 1.5205                                 | 1.5235      | 1.5210 | 1.5236 | 1.5217 |
| 1.6202                              | 1.6194      | 1.6208 | 1.5512                                 | 1.5573      | 1.5522 | 1.5558 | 1.5529 |
| 1.6686                              | 1.6665      | 1.6697 | 1.5696                                 | 1.5759      | 1.5703 | 1.5747 | 1.5713 |
| 1.7105                              | 1.7113      | 1.7125 | 1.5844                                 | 1.5910      | 1.5850 | 1.5895 | 1.5860 |
| 1.7492                              | 1.7487      | 1.7499 | 1.5995                                 | 1.6063      | 1.6001 | 1.6049 | 1.6010 |
| 1.7873                              | 1.7842      | 1.7866 | 1.6197                                 | 1.6275      | 1.6214 | 1.6263 | 1.6217 |
| 1.8301                              | 1.8273      | 1.8293 | 1.6598                                 | 1.6703      | 1.6633 | 1.6687 | 1.6630 |
| 1.8989                              | 1.8991      | 1.8991 | 1.7748                                 | 1.7900      | 1.7815 | 1.7889 | 1.7812 |
| 2.0                                 | 2.0         | 2.0    | 2.0                                    | 2.0         | 2.0    | 2.0    | 2.0    |

表中:  $N$ 为普朗克数,  $N = k \kappa / (4 \sigma n^2 T_{mf}^3)$

3.2 表面发射率对温度场的影响  $N=0.01$ ;  $HX=HY=0.1$ ;  $NX=NY=20$ ; 光学厚度 $\xi$ 与 $\eta$ 均为1; 换热系数 $h_w$ 、 $h_e$ 、 $h_s$ 、 $h_n$ 无穷大;  $T_{mf} = T_{i,NY+2} = 1500\text{K}$ ;  $\Psi_{i,1} = \Psi_{i,j} = \Psi_{N \times 2,j} = 0.5$ ,  $\Psi_{i,NY+2} = 1$ ;  $p_2 = 1$  (非稳态); 表面发射率 $\varepsilon = 0.05$ 或1。初始温度 $T_0 = 1500\text{K}$ , 突

然左、右、下三侧表面温度  $T_{l,j}$ 、 $T_{Nx+2,j}$ 、 $T_{i,1}$  降至750K, 并保持不变; 上侧表面温度  $T_{i,NY+2}$  仍维持1500K。计算结果如图1、图2、图3和图4所示。图1、图3为  $t = 103.67s$  时,  $\epsilon$  分别为1和0.05的温度场。图2和图4为  $t$  无穷大时,  $\epsilon$  分别为1和0.05的温度场。当  $\epsilon = 0.05$ , 因表面发射率小, 与介质内部的辐射换热远小于  $\epsilon = 1$ , 所以冷却慢,  $t = 103.67s$  时, 仅靠近左、右、下三侧壁面很小的范围内, 温度发生变化, 其余仍保持不变。

#### 四、第三类非线性边界条件下二维非稳态复合换热

令HX或HY趋于无穷大, 与一维精确解比较。实际计算中取  $HX = 9000m$ ,  $NX = 3$ ,  $HY = 0.1m$ ,  $NY = 10$ , 毕渥数  $Bi_w = Bi_e = 0$ ,  $Bi_s = Bi_n = 10$ ;  $y$  向光学厚度  $\eta = 1$ ;  $T_{mf} = T_{rs} = 1500K$ ;  $T_{rw} = T_{re} = T_{rn} = 750K$ ,  $T_{fw} = T_{fe} = T_{fs} = T_{fn} = 300K$ ;  $p_2 = 1 \times 10^{33}$  (稳态); 表面发射率  $\epsilon = 0.05$  或  $1$ 。计算结果列于表4, 从表中可见, 本文的计算值与精确解相当吻合, 当  $\epsilon = 1$  时, 最大误差  $< 0.08\%$ ; 当  $\epsilon = 0.05$  时, 最大误差  $< 0.06\%$  (用RR值)。

$N = 0.01$ ;  $HX = HY = 0.1$ ;  $NX = NY = 20$ ;  $\xi = \eta = 1$ ; 毕渥数  $Bi_w = Bi_e = Bi_s = Bi_n = 10$ ;  $k = 0.76545 Wm^{-1}K^{-1}$ ;  $\epsilon = 0.05$ ;  $T_{mf} = T_{rn} = 1500K$ ;  $T_{rw} = T_{re} = T_{rs} = 750K$ ,  $T_{fw} = T_{fe} = T_{fs} = T_{fn} = 300K$ ;  $p_2 = 1 \times 10^{33}$  (稳态)。计算结果如图5所示, 此时整个温度场已低于周围环境的辐射源温度, 因为: (1)  $\epsilon$  小, 辐射换热量小; (2)  $Bi$  数大, 对流换热量大。

表4 第三类非线性边界条件下与一维精确解无因次温度  $\Psi$  的比较 ( $k = 0.76545 Wm^{-1}K^{-1}$ )

| $\epsilon_w = \epsilon_e = 0.05$ |                    | $\epsilon_w = \epsilon_e = 1.0$ |                   |
|----------------------------------|--------------------|---------------------------------|-------------------|
| 精确解                              | Monte-Carlo 10万束RR | 精确解                             | Monte-Carlo 1万束RR |
| 0.22012                          | 0.22018            | 0.60241                         | 0.60205           |
| 0.22628                          | 0.22636            | 0.64715                         | 0.64683           |
| 0.23698                          | 0.23712            | 0.68957                         | 0.68968           |
| 0.24646                          | 0.24660            | 0.71341                         | 0.71366           |
| 0.25504                          | 0.25514            | 0.72998                         | 0.73015           |
| 0.26304                          | 0.26306            | 0.74354                         | 0.74387           |
| 0.27072                          | 0.27066            | 0.75578                         | 0.75636           |
| 0.27838                          | 0.27825            | 0.76752                         | 0.76776           |
| 0.28636                          | 0.28619            | 0.77961                         | 0.77951           |
| 0.29506                          | 0.29491            | 0.79400                         | 0.79386           |
| 0.30508                          | 0.30499            | 0.81714                         | 0.81728           |
| 0.31117                          | 0.31111            | 0.84568                         | 0.84585           |

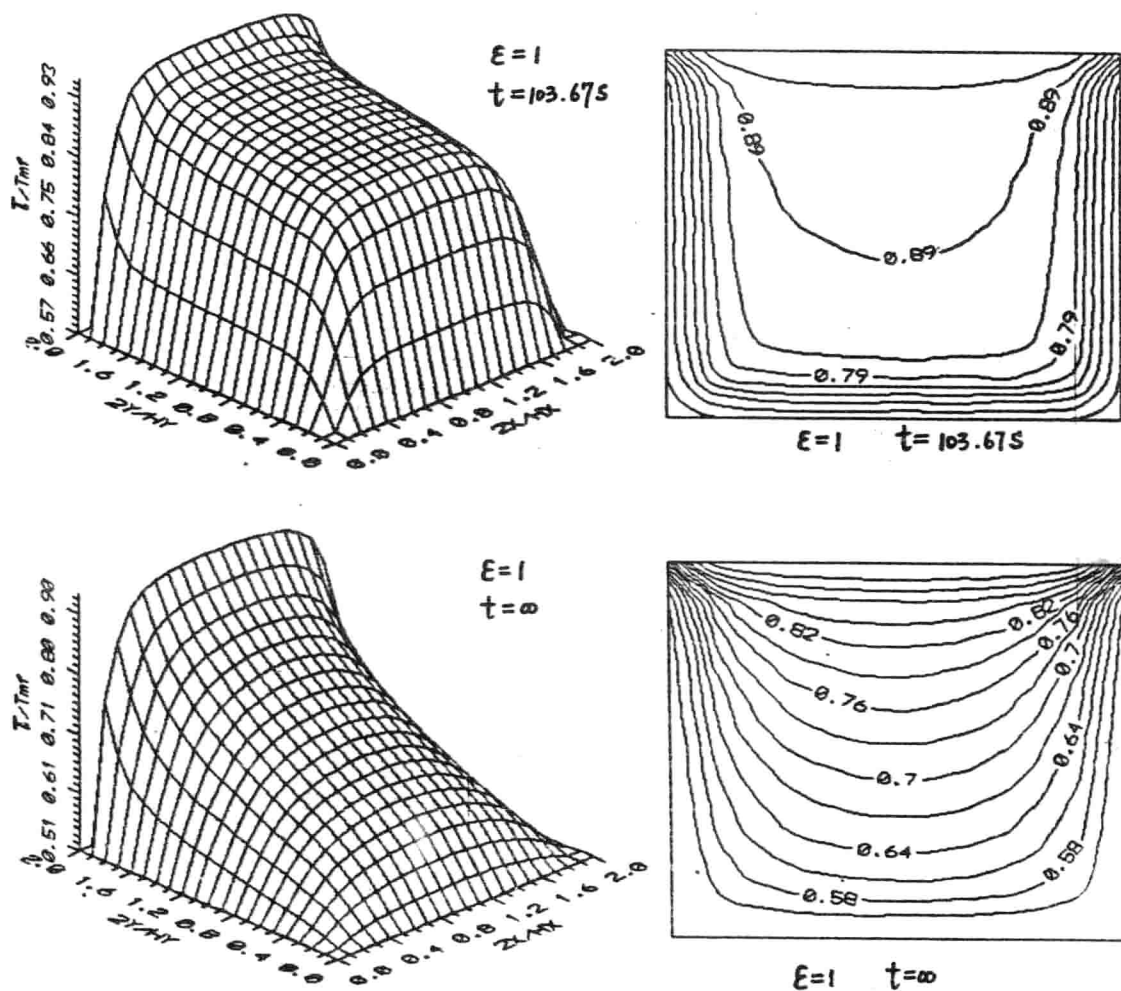
#### 参考文献

- [1] 谈和平, 余其铮, 张辑洲, 宇航学报, No.1, (1991), pp.25-33.
- [2] 余其铮, 谈和平, 红外与毫米波学报, Vol.10, No.2, (1991), pp.147-154.
- [3] 谈和平, 余其铮, 米歇尔·拉勒芒, 工程热物理学报, Vol.10, No.3, (1989).

[4] 杨强生, 王捷, 工程热物理学报, Vol.11, No.3, (1990).

[5] Shih T.M., Chen Y.N., Numerical Heat Transfer, Vol.6, (1983), pp.117-134.

[6] Razzaque M.M., Howell J.R., et al. ASME J.Heat Transfer, Vol.106, No.3, (1984).



上图为: 图1 第一类边界条件 ( $N=0.01$ ,  $\xi=\eta=1$ ),  $E=1$ ,  $t=103.67s$

下图为: 图2 第一类边界条件 ( $N=0.01$ ,  $\xi=\eta=1$ ),  $E=1$ ,  $t=\infty$

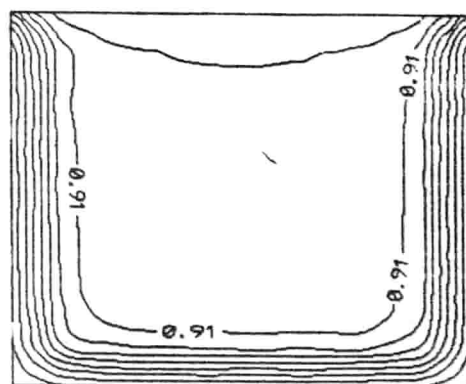
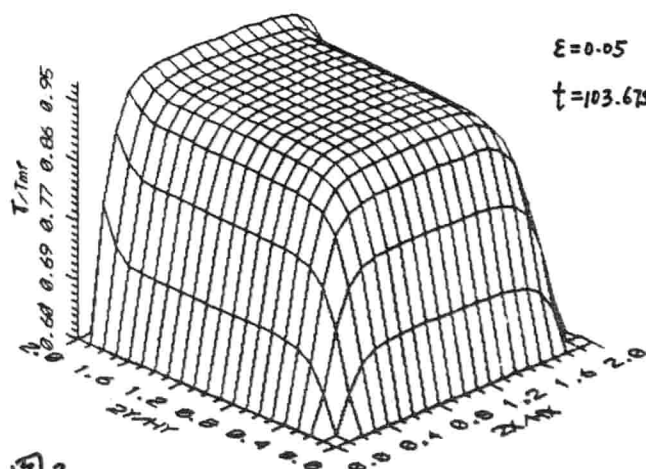


图3

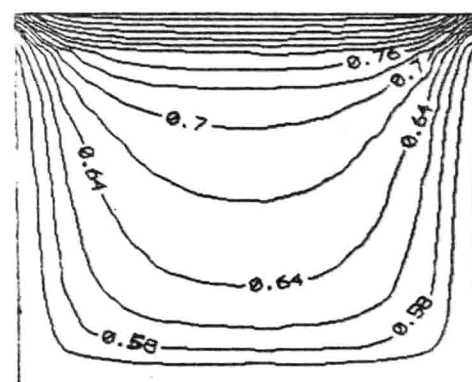
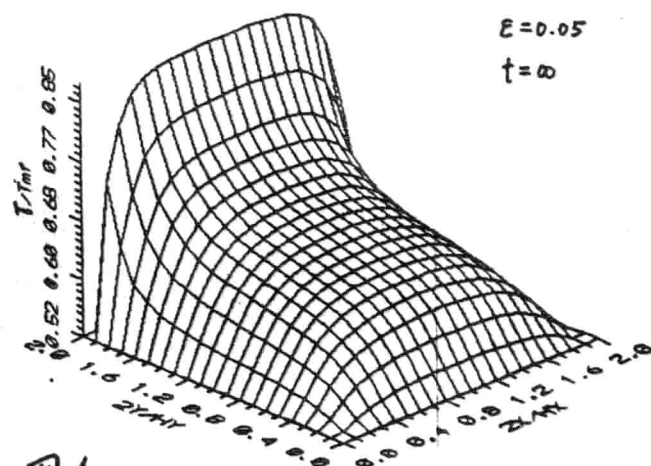


图4

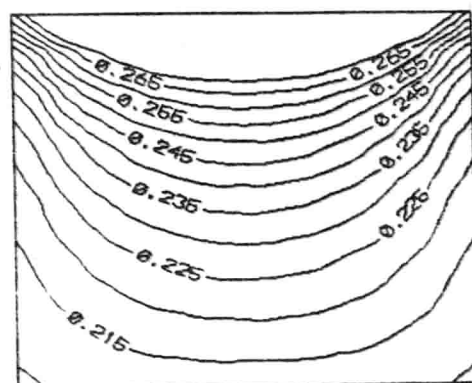
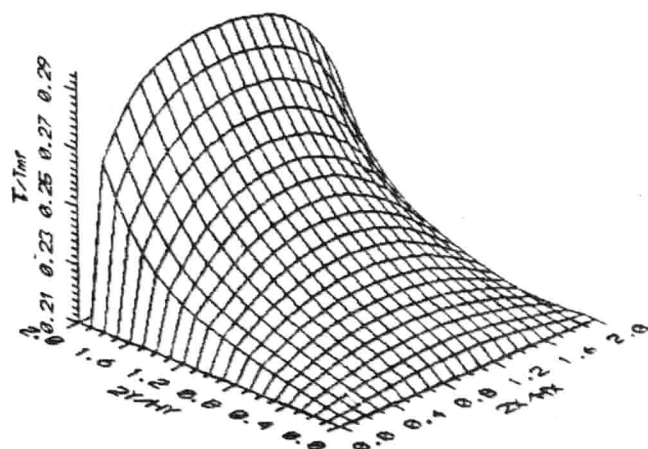


图5 第三类非线性边界条件,  $\epsilon = 0.05, t = \infty$

## 高温流化床水平埋管局部瞬态 换热系数的测量技术

李宏顺 毕凯军 黄文迪 钱壬章  
(华中理工大学动力系)

### 摘 要

本文介绍了一种测量高温流化床内水平埋管局部瞬态换热系数的热流计,其方法是在康铜基体上镀一层铜膜从而形成一个铜-康铜表面薄膜热电偶。通过测量出水平埋管表面的瞬态温度来计算出瞬态换热系数。

关键词:流化床; 传热测量; 热流计

### 一 前 言

流化床传热规律的研究是一个十分重要的课题,国内许多学者一直在致力于这方面的研究工作,文献[1]—[4]等对此作了比较全面的综述。由于流化床内传热规律十分复杂,这主要表现在其影响因素甚多,各因素的影响过程和程度又各不相同,因此至今人们对其中的许多本质并不十分熟知。

测量流化床内的瞬态换热系数可以更深刻地揭示出其传热本质。Mickley等<sup>[5]</sup>首先开展了这方面的工作,他们采用铂箔制的低热容加热器,给铂箔通一直流电流,由其散失的热功率来测定出床层与铂箔间的瞬态换热系数。其后的一些学者[6]—[9]也采用了这一技术但利用了不同的控制电路开展了这方面的工作。这些工作对流化床传热的研究是很有帮助的。

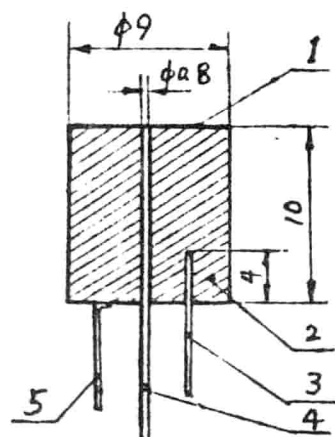
然而到目前为止,流化床传热研究的大部分实验工作是在常温下进行的,有关高温流化床内传热的实验研究文献十分有限,对于能揭示高温流化床内传热机理的瞬态传热研究的报导更是极少,George<sup>[10]</sup>用一种毛刺接触型瞬态热流计测量了床温为282℃时床层与壁面之间的瞬态热流。

本文介绍了作者自行研制的高温流化床水平埋管局部瞬态换热系数的热流计,应用这种热流计我们测量了床温最高达1000℃以上的各种工况下的水平埋管局部瞬态换热系数。

### 二 瞬 态 热 流 计

局部瞬态热流计的基本测量原理是表面温度法,即把实测的表面温度作为边界条件,通过求解非稳定导热微分方程,得出表面的瞬态热流,进一步可计算出表面的瞬态换热系数来。图1所示为我们所研制的瞬态热流计结构简图,它主要由康铜本体,导线

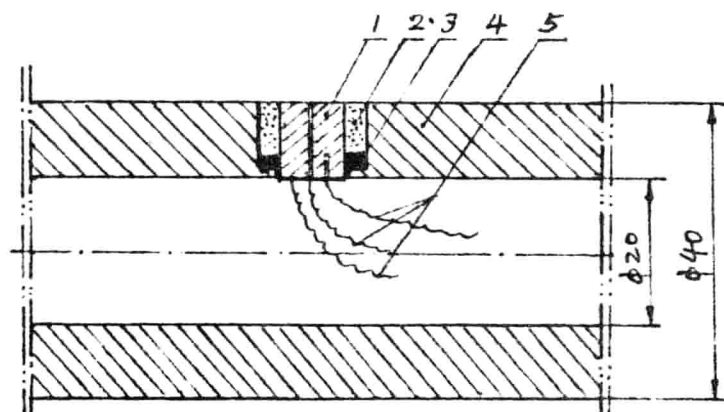
柱和镀膜层几个部分组成。其中贯穿本体那根铜漆包线与本体之间绝缘，其端部通过表面的镀膜膜与本体连通，从而形成一表面薄膜热电偶，它具有非常快的响应速率，可以测量出本体的瞬态表面温度。另一根铜漆包线插入本体约4mm深(各个热流计钻的孔深并不完全相等，应分别精确测定)其边缘与本体绝缘，端部与本体形成一个热电偶以测量出本体内部6mm处的温度，以测得的表面瞬态温度及此处的温度作边界条件即可计算出瞬态热流来，瞬态热流计的制作工艺包括本体的钻孔、导线的安装、表面的研磨、表面镀膜等步骤组成。制作完毕后对其进行静态标定，其标定方法与普通热电偶完全相同，在此不重述。



- 1—镀膜 2—本体  
3— $\Phi 0.31$ 铜丝  
4— $\Phi 0.5$ 铜丝 5—康铜丝

图1 瞬态热流计

最后将瞬态热流计安装在一外径为 $\phi 40$ 的埋管上，埋管材料选用不锈钢，这主要是考虑到它的导热性能与康铜相近。埋管为可旋转式，旋转埋管可以测量不同角度埋管表面的局部瞬态热流。图2所示为热流计在埋管上的装配图。



- 1—瞬态热流计 2—隔热层 3—防水耐温粘结剂  
4—埋管 5—热电偶导线

图2 热流计装配图