編 輯 大 意

是書依據教育部令編輯，專為中學校，女子中學校及師範學校，女子師範學校之用。說理務求完備，俾學者思想得漸趨精密，豫備進習專門。用是書者宜注意下列數端。

一. 本書首論坐標，正負及任何角等。此種觀念，不獨為全書之基礎，並於高等學科大有關係，慎勿以其較難領會而舍之。

二. 本書於對數僅述大略，足備檢表之用而已。至於對數原理，則宜於高等代數求之。

三. 三角表及對數表之造法，三角級數 Trigonometric Series，複素量 Complex Quantities，特麥佛氏定理 De Moivre's Theorem，指數式 Exponential Form，雙曲線函數 Hyperbolic Function 等，超越中學範圍，均不備論。

四. 本書內節款之不甚緊要，及問題之較難演算者，均以[*]為記。倘時間無多，概可略去。

五. 本書習題，均附章節之末，既免間斷正文，並使

學者不能豫知應用法術公式。演算時不致強爲牽合。

六. 各校程度時間未必盡同。敎材問題或當增損。是在敎者。

七. 反三角函數記號宜用arc。但英美諸書多用 -1 指數。蓋習慣使然。不易驟革。吾國尙無定規。本書均用arc, 期與德法諸書一律。

八. 西文名詞, 間有不甚允洽, 或不甚便利者。狃於習慣不易更變。其爲吾國尙未規定者, 則爲特製新名, 以便學者。

九. 本書習題答案。另刊小本。專供敎員之用。

十. 本書重要名詞。於始見時均附註英字。卷末並列索引。以備檢查。

編輯時參攷書籍。其最要者則爲 Todhunter, Hobson, Casey, Locke, Hall and Knight, Loney, Wentworth, Granville 之作。習題亦多取於是。餘則編者敎授及試驗時所命之題也。

編者識

三角學總目

(章) (頁)

第三章 對數及三角表 直角三角形

第四章 任何角之三角函數

第五章　幾角諸函數間之關係

第六章　斜角三角形

第七章　三角形之性質及多邊形

第八章 反函數,圖形,消去法,及三角方程

中學新教科書

三角學

第一章

論角

第一節　角之計算法

1. 角　兩不同向之直線相交則成角 Angle。

角之大小視兩相交線中間之開闊而定，與相交線之長短無涉。

凡量角必先指定一角為單位 Unit。

2. 六十分法　兩互垂線相交而成之角，謂之直角。故半周等於兩直角，全周等於四直角。

設以直角分為九十等份，則每份謂之一度之角 An angle of one degree。此一度之角往往用為量角之單位。凡一角能適容此單位角若干次者，則謂之若干

度之角，或謂之等於若干度。

例如，一直角等於九十度，全周等於四直角，即爲三百六十度。

以一度之角分爲六十等份，所得之每份卽謂之**一分之角** An angle of one minute。凡角之適能容此一分之角若干次者，可以幾分，或幾度幾分表之。

例如，二度半之角，可謂之二度三十分。

以一分之角分爲六十等份，每份卽謂之**一秒之角** An angle of one second。凡角之等於幾度幾分有零者，以幾度幾分幾秒表之。

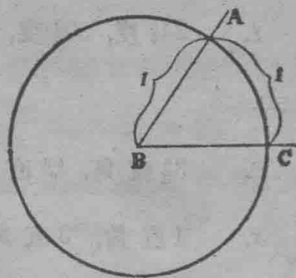
例如，三度五分半之角，可以三度五分三十秒表之，三度八分之一，等於三度七分三十秒。

度，分，秒三字往往用 °，′，″ 三符號表之。如三度七分三十秒，寫作 3° 7′ 30″。

用度，分，秒表角之大小謂之**六十分法** Sexagesimal system。

3. 圜周法 設有一角 ABC，試以角尖 B 爲心以 1 爲半徑作圜，是圜與 BC 及 BA 線交於 C 點及

A 點。如是，則 $\angle ABC$ 爲中心角，故與其弧 AC 成正比例。故 $\angle ABC$ 之大小可以 AC 弧之長量之。若 AC 弧等於半徑(卽 1)，則 $\angle ABC$ 卽爲**圜周法** Circular System 內之單位角，其名曰**半徑度** Radian。



若某角與此單位角之比爲若干，則此角卽謂之等於若干半徑度。

4. 由幾何學之理，知圜周 C 與其半徑 R 之比爲 2π。故若 $R=1$，則 $C=2\pi$，故全圜周四直角等於 2π 半徑度。故

$$360^\circ=2\pi \text{ 半徑度。}$$

於是，得 1 半徑度 $=\dfrac{360}{2\pi}$ 度 $=57^\circ\ 17'\ 45''$，

$$1 \text{ 度}=\frac{2\pi}{360} \text{ 半徑度} =0.017453 \text{ 半徑度。}$$

以半徑度爲量角之單位者，謂之**圜周法**。此法在高等數學多用之。

習　題　I

1.　$24\frac{3}{8}$度, $30\frac{2}{3}$度, 37820分, 89624秒, 試化成度分秒式.

2.　$3\frac{2}{3}$直角, $\frac{58}{9}$直角, $\frac{72}{7}$直角; 試化成度分秒式.

3.　1直角, 3直角, $\frac{4}{3}$直角; 各等於若干半徑度.

4.　30°, 45°, 60°, 180°, 270°; 各等於若干半徑度.

5.　37°30′, 123°45′, 11°15′; 各等於若干半徑度.

6.　π半徑度, $\frac{3}{4}\pi$半徑度, $\frac{5}{4}\pi$半徑度, $\frac{7}{4}\pi$半徑度, $\frac{9}{4}\pi$半徑度, 各等於若干度.

7.　3半徑度, 5.2半徑度; 各等於若干度.

$(\pi=3{\cdot}1416)$

8.　試徒手作 30°, 45°, 60°, 120°, 160°, 等角.

9.　試徒手作 1半徑度, 2半徑度, 3半徑度等角.

10.　地球之半徑為4000英里. 有同在赤道上兩點, 其經度相差63°30′. 問兩點相距若干英里.

11.　有齒輪其半徑為三尺. 上有齒一百十三個. 問二齒間之距離為幾尺.

12.　設時鐘分針之長為三寸半. 問其極端於二十五分鐘內行過之弧長幾何.

13.　在赤道上經度相差1度, 則距離為69.170英里. 問赤道之半徑為若干英里.

*14.**　**百分法** Centesimal System 內所用之單位角為直角之百分之一. 此單位角名曰級 Grade. 問一級等於若干度. 一級等於若干半徑度.

*15.**　50級, 72級, 34級, 諸角各等於若干度.

*16.**　π 半徑度, $\frac{3}{4}\pi$ 半徑度, 3半徑度, 5半徑度, 諸角各等於若干級.

*17.**　$54°\,32'$, $78°\,49'$, $182°\,34'\,30''$, 諸角各等於若干級.

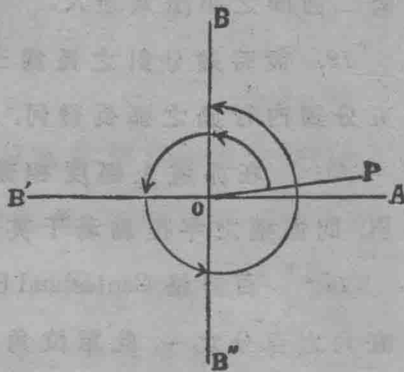
第二節　角之廣義

5.　有同在一處之兩線. 若一線在線上之一點旋轉, 則此線與不動之線成各種之角.

此線旋過若干度, 卽謂此線與不動線成若干度之角.

如, 設 OP 線本與 OA 線同在一處. 今 OP 在 O 點旋

轉。OP 旋轉至 OB 時與 OA 成一直角。至 OB′ 時與 OA 成二直角至 OB″ 時與 OA 成三直角。若 OP 旋過 OA 而再至 OB，則與 OA 成五直角，卽 450°。



依此則 OP 與 OA 所成之角，**不限定小於 360°**。若OP 旋轉不已，則與 OA 所成之角，可大於任若干度。

故依角之廣義，則一角之大小，不僅視其二邊間之開闊而定，**並須視旋轉之邊，曾經過他邊幾次**。

例如，若 OP 旋轉，曾經過 OA 四次而後至 OB，則 OP 與 OA 成 $4\times360^\circ+90^\circ$ 之角。

第三節　角之正負號

6. 正負　凡幾何之可有相反之兩方向者，則可用正負號表其方向。

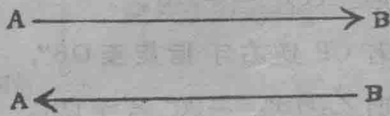
例如，寒暑表以冰點爲零度。温度可高於冰點，並可

低於冰點。高於冰點若干度謂之正若干度。低於冰點若干度謂之負若干度。

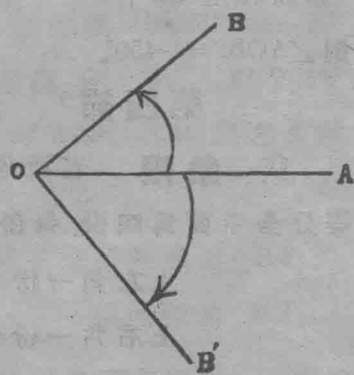
7. 正負線 一點引長則成線。若有 AB 一線，可作爲自 A 點引至 B 點而成，亦可作爲自 B 點引至 A 點而成。欲表明其分別，則 AB 線可謂之正線，而 BA 線則謂之負線。蓋此二線之長雖等而方向則相反。故

$$AB=-BA,$$

$$BA=-AB。$$



8. 正負角 若兩線本同在一處，而一線旋轉則與他線成角。如 OP 線本與 OA 線同在一處。若 OP 順右手指(即逆鐘向 Counter-clockwise) 旋轉至 OB，則與 OA 成 $\angle AOB$。若 OP 線逆右手指(即順鐘向 Clock-wise) 旋轉至於 OB′，則與 OA 成 $\angle AOB'$。欲表兩角旋出方向之分別，則以前角爲正角，以後角爲負角。究竟



何種角應作爲正，並無一定之理由。惟依向來之習慣。凡角之因其一邊順右手指旋轉而成者，謂之**正角**，如$\angle AOB$。逆右手指旋轉而成者，謂之**負角**，如$\angle AOB'$。

故若$\angle AOB$與$\angle AOB'$之大小同，則$\angle AOB=-\angle AOB'$

若OP順右手指旋至OB，

則$\angle AOB=+90^\circ$，若至OB''，

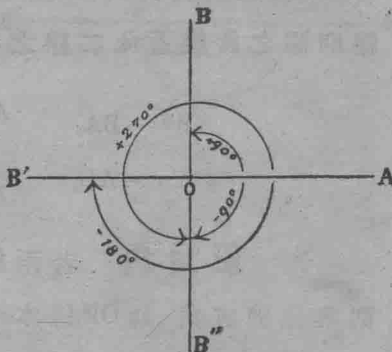
則$\angle AOB''=+270^\circ$。

若OP逆右手指旋至OB''，

則$\angle AOB''=-90^\circ$，若至OB'，

則$\angle AOB'=-180^\circ$，若經過OA而再至OB''，

則$\angle AOB''=-450^\circ$。



第四節 角之位置

9. 象限 若通過一點作兩互垂線，則此兩線等分全平面爲四份。每份謂之一**象限** Quadrant。

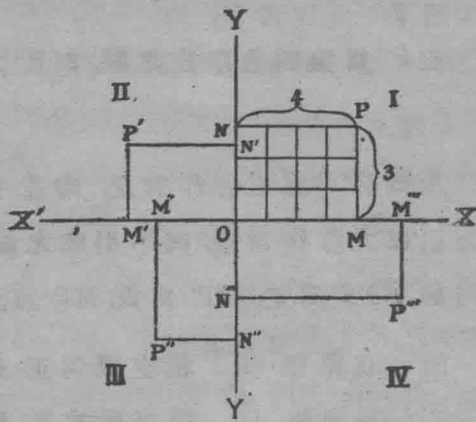
上左角一份名爲第**一**象限，

上右角一份名爲第**二**象限，

下右角一份名爲第**三**象限，

下左角一份名爲第**四**象限。

10. 點之位置 設 XX′ 及 YY′ 爲通過 O 點之兩互垂線，P 爲平面上之任一點。則 P 之位置視 P 至 YY′ 線之距離及至 XX′ 之距離(即 NP 及 MP) 而定。例如，某點至 YY′ 之距離爲 4，至 XX′ 之距離爲 3，則此點必在 P 處(見圖)。



NP 及 MP 兩幾何謂之P點之**坐標** Co-ordinates。NP 名**橫坐標** Abscissa。MP 名**縱坐標** Ordinate。XX′ 及 YY′ 兩線謂之**坐標軸** Axes of Co-ordinates。XX′ 謂之 X-軸，YY′ 謂之 Y-軸。O 點謂之**原點** Origin。

設 P 爲第一象限內之點，則 P 之橫坐標爲 NP，縱坐標爲 MP。

設 P′ 爲第二象限內之點，則 P′ 之橫坐標爲 N′P′，縱坐標爲 M′P′。

設 P'' 爲第三象限內之點，則 P'' 之橫坐標爲 $N''P''$，縱坐標爲 $M''P''$。

設 P''' 爲第四象限內之點，則 P''' 之橫坐標爲 $N''P'''$，縱坐標爲 $M'''P'''$。

凡向右引成之線作爲正，向左引成之線作爲負。向上引成之線作爲正，向下引成之線作爲負。

例如，NP 爲正，N'P' 爲負，MP 爲正，M'''P''' 爲負。

故 在象限 I，橫坐標爲正，縱坐標爲正，
在象限 II，橫坐標爲負，縱坐標爲正，
在象限 III，橫坐標爲負，縱坐標爲負，
在象限 IV，橫坐標爲正，縱坐標爲負。

故若知某點之二坐標之正負，則可知此點所在之象限。

例如，若知 P 之橫坐標爲負，縱坐標爲負，則知 P 必在第三象限內。

11. 角之位置 設 OP 自 OX 起，順右手指旋轉，若 OP 在某象限內，則 OP 與 OX 所成之角亦在某象限內。