

程守洙 江之永 编
朱咏春等1982年修订

《普通物理学》

习题解 上册

〔供教师、自学人员参考〕



541/239/95

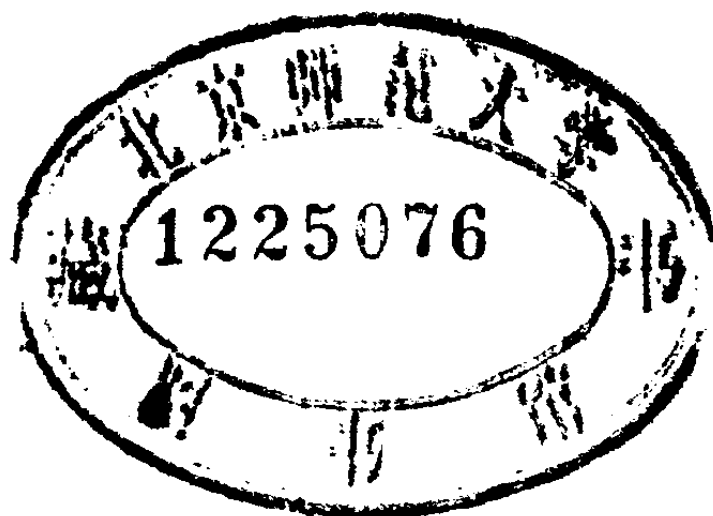
编 印 说 明

程守洙、江之永主编的《普通物理学》一书，于 1982 年经上海交通大学朱詠春等修订，由人民教育出版社出版。该书出版以来，编者不断收到各地教师与自学人员来函，索取所附习题的正确答案。现应广大教师和自学读者的要求，特将上海交通大学物理教研室集体编写的习题解答付印，供内部参考。如发现书中存在不妥之处，欢迎读者指正。

本习题解答有控制地向教师和缺乏辅导条件的自学人员发行，正规大学在学学生恕不供应。望勿擅自翻印流传，特此说明。

上海交通大学习题集编辑部

1983 年 5 月



目 录

第一篇 力学的物理基础

第一章	质点运动学	1
第二章	质点动力学	36
第三章	刚体的转动	96

第二篇 机械振动和机械波

第四章	振动学基础	119
第五章	波动学基础	152

第三篇 分子物理学和热力学

第六章	气体分子运动论	177
第七章	热力学的物理基础	201
第八章	真实气体	233

第一篇 力学的物理基础

第一章 质点运动学

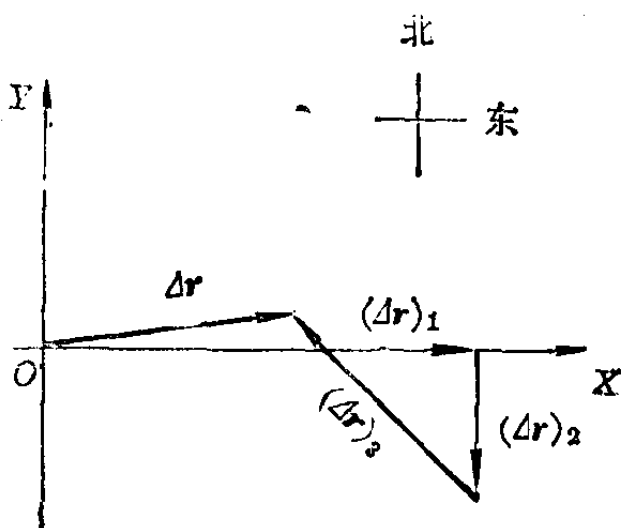
1-1 (1) 一人自原点出发, 25 s 内向东走 30 m, 又 10 s 内向南走 10 m, 再 15 s 内向西北走 18 m. 试求合位移的大小和方向.

(2) 求每一分位移中的平均速度; 对合位移求平均速度, 并对全程求平均速率.

(3) 位移和路程有何区别? 在什么情况下两者的量值相等? 平均速度和平均速率如何区别? 在什么情况下两者的量值相等?

解 根据题意, 建立 OXY 平面直角坐标系, 并标出各位移矢量如图(解 1-1 图). 图中用 $(\Delta r)_1$ 、 $(\Delta r)_2$ 、 $(\Delta r)_3$ 表示各分位移, 用 (Δr) 表示合位移.

(1) 25 秒内的位移是 $(\Delta r)_1$, 大小为 30 m, 方向向东, 其分量 $(\Delta x)_1 = 30$ m, $(\Delta y)_1 = 0$. 10 秒内的位移是 $(\Delta r)_2$, 大小为 10 m, 方向



解 1-1 图

向南, 其分量 $(\Delta x)_2 = 0$, $(\Delta y)_2 = -10$ m. 15 秒内的位移是 $(\Delta r)_3$, 大小为 18 m、方向向西北, 其分量 $(\Delta x)_3 = -9\sqrt{2}$ m,

$$(\Delta y)_3 = 9\sqrt{2} \text{ m}.$$

合位移是 $(\Delta \mathbf{r})$, 其分量为 Δx 和 Δy , 因

$$\Delta x = (\Delta x)_1 + (\Delta x)_2 + (\Delta x)_3 = 30 - 9\sqrt{2} \quad (\text{m})$$

$$\Delta y = (\Delta y)_1 + (\Delta y)_2 + (\Delta y)_3 = 9\sqrt{2} - 10 \quad (\text{m})$$

得

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(30 - 9\sqrt{2})^2 + (9\sqrt{2} - 10)^2} = 17.5 \text{ m}$$

$$\theta = \arctg \frac{\Delta y}{\Delta x} = \arctg(0.1581) = 9^\circ$$

合位移的方向为东偏北 9° .

(2) 25 s 内的平均速度 $\bar{\mathbf{V}}_1 = \frac{(\Delta \mathbf{r})_1}{(\Delta t)_1}$, 大小为

$$|\bar{\mathbf{V}}_1| = \frac{30.0}{25.0} = 1.20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

方向向东.

10 s 内的平均速度 $\bar{\mathbf{V}}_2 = \frac{(\Delta \mathbf{r})_2}{(\Delta t)_2}$, 大小为

$$|\bar{\mathbf{V}}_2| = \frac{10.0}{10.0} = 1.00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

方向向南.

15 s 内的平均速度 $\bar{\mathbf{V}}_3 = \frac{(\Delta \mathbf{r})_3}{(\Delta t)_3}$, 大小为

$$|\bar{\mathbf{V}}_3| = \frac{18}{15} = 1.20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

方向西北.

合位移所对应的平均速度 $\bar{\mathbf{V}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$, 大小为

$$|\bar{\mathbf{V}}| = \frac{17.5}{50} = 0.35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

方向与 $\Delta \mathbf{r}$ 相同, 即东偏北 9° .

全路程的平均速率为

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30.0 + 10.0 + 18.0}{50.0} = 1.16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(3) 位移表示在 Δt 时间间隔内质点位置的改变, 是矢量, 其量值等于始末两点间的直线距离, 它的方向由始点指向终点; 路程表示质点经历路径的总长度, 是标量。在曲线运动中位移与路程的量值不等, 而只有当 Δt 趋近于零时, 或方向不变的直线运动中, 位移与路程的量值才相等。

在时间间隔 Δt 内质点的平均速度, 是在这段时间内质点位移与这段时间的比值; 而在 Δt 内质点的平均速率, 是在这段时间内质点运动的路程与这段时间的比值。平均速度是矢量, 平均速率是标量, 在曲线运动中平均速度与平均速率的量值不等, 只有当 Δt 趋近于零时, 质点的平均速度与平均速率在量值上才可视作相等。

1-2 一质点沿 OY 轴作直线运动, 它在 t 时刻的坐标是

$$y = 4.5t^2 - 2t^3$$

式中 y 以 m 计, t 以 s 计。试求:

(1) $t = 1 \sim 2 \text{ s}$, $1 \sim 1.5 \text{ s}$, $1 \sim 1.1 \text{ s}$, $1 \sim 1.01 \text{ s}$ 内质点的位移和平均速度;

(2) $t = 1 \text{ s}$ 末和 2 s 末的瞬时速度;

(3) 第 2 s 内质点所通过的路程;

(4) 第 2 s 内质点的平均加速度以及 $t = 1 \text{ s}$ 末和 2 s 末的瞬时加速度;

(5) 解说这质点的运动情况和速率变化情况 (在 $0 \sim 3 \text{ s}$ 内)。

解 (1) 据题意: t 时刻, 质点的位置: $y = 4.5t^2 - 2t^3$,
 $t + \Delta t$ 时刻, 质点位置: $y + \Delta y = 4.5(t + \Delta t)^2 - 2(t + \Delta t)^3$,
 所以 $t \sim t + \Delta t$ 时间间隔内的位移

$$\Delta y = 9t\Delta t + 4.5(\Delta t)^2 - 6t^2\Delta t - 6t(\Delta t)^2 - 2(\Delta t)^3$$

而平均速度为

$$\bar{V}_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 9t + 4.5\Delta t - 6t^2 - 6t \cdot \Delta t - 2(\Delta t)^2 \quad (1)$$

在 1~2s 内: $\Delta y = 9 + 4.5 - 6 - 6 - 2 = -0.5 \text{ m}$

$$\bar{V}_y = 9 + 4.5 - 6 - 6 - 2 = -0.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

同理在 1~1.5s 内: $\Delta y = 0.875 \text{ m}$ $\bar{V}_y = 1.75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

在 1~1.1s 内: $\Delta y = 0.28 \text{ m}$ $\bar{V}_y = 2.83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

在 1~1.01s 内: $\Delta y = 0.0299 \text{ m}$ $\bar{V}_y = 2.99 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

(2) 在式(1)中,令 $\Delta t \rightarrow 0$, 得

$$V_y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{dy}{dt} = 9t - 6t^2 \quad (2)$$

将 $t = 1\text{s}$ 、 2s 代入式(2)中求得 $t = 1$ 秒末、 2 秒末的瞬时速度为

$$V_y|_{t=1} = 9 \times 1 - 6 \times 1^2 = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V_y|_{t=2} = 9 \times 2 - 6 \times 2^2 = -6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(3) 由运动方程: $y = 4.5t^2 - 2t^3$; $V_y = 9t - 6t^2$ 可知,一开始质点沿 Y 轴正方向运动,其速度逐渐减小,在某一时刻其速度为零。这时刻 t_1 可求出,令 $v_y|_{t=t_1} = 9t_1 - 6t_1^2 = 0$, 得 $t_1 = 1.5\text{s}$ (另一根舍去)。当 $t > 1.5\text{s}$ 后,质点运动换向,向负 Y 轴向运动,这样在第 2 秒内质点通过的路程为质点在 $1\text{s} \rightarrow 1.5\text{s}$ 内的路程与 $1.5\text{s} \rightarrow 2\text{s}$ 内通过的路程之和,即

$$\begin{aligned} S_{1-2} &= |(4.5 \times 1.5^2 - 2 \times 1.5^3) - (4.5 \times 1^2 - 2 \times 1^3)| \\ &\quad + |(4.5 \times 2^2 - 2 \times 2^3) - (4.5 \times 1.5^2 - 2 \times 1.5^3)| \\ &= |0.875| + |-1.375| = 2.25 \text{ m} \end{aligned}$$

(4) 由上可知 $V_y = 9t - 6t^2$, 所以从 t 到 $t + \Delta t$ 速度增量为

$$\begin{aligned}\Delta V_y &= [9(t + \Delta t) - 6(t + \Delta t)^2] - (9t - 6t^2) \\ &= 9\Delta t - 12t \cdot \Delta t - 6\Delta t^2\end{aligned}$$

平均加速度

$$\bar{a}_y = \frac{\Delta V_y}{\Delta t} = \frac{9\Delta t - 12t\Delta t - 6\Delta t^2}{\Delta t} = 9 - 12t - 6\Delta t$$

代入 $t = 1\text{s}$, $\Delta t = 2 - 1 = 1\text{s}$, 得第 2 秒内平均加速度

$$\bar{a}_y = 9 - 12 \times 1 - 6 \times 1 = -9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

瞬时加速度

$$a_y = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V_y}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (9 - 12t - 6\Delta t) = 9 - 12t$$

$t = 1\text{s}$ 时

$$a_y|_{t=1} = 9 - 12 \times 1 = -3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$t = 2\text{s}$ 时

$$a_y|_{t=2} = 9 - 12 \times 2 = -15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

以上负加速度均表示加速度沿 Y 轴反方向。

(5) 质点的运动情况:

$$y = 4.5t^2 - 2t^3$$

$$\begin{aligned}V_y = 9t - 6t^2 &\begin{cases} > 0 \quad (0 < t < 1.5 \text{ s}) \\ = 0 \quad (t = 1.5 \text{ s}) \\ < 0 \quad (t > 1.5 \text{ s}) \end{cases} \\ a_y = 9 - 12t &\begin{cases} > 0 \quad (0 < t < 0.75 \text{ s}) \\ = 0 \quad (t = 0.75 \text{ s}) \\ < 0 \quad (t > 0.75 \text{ s}) \end{cases}\end{aligned}$$

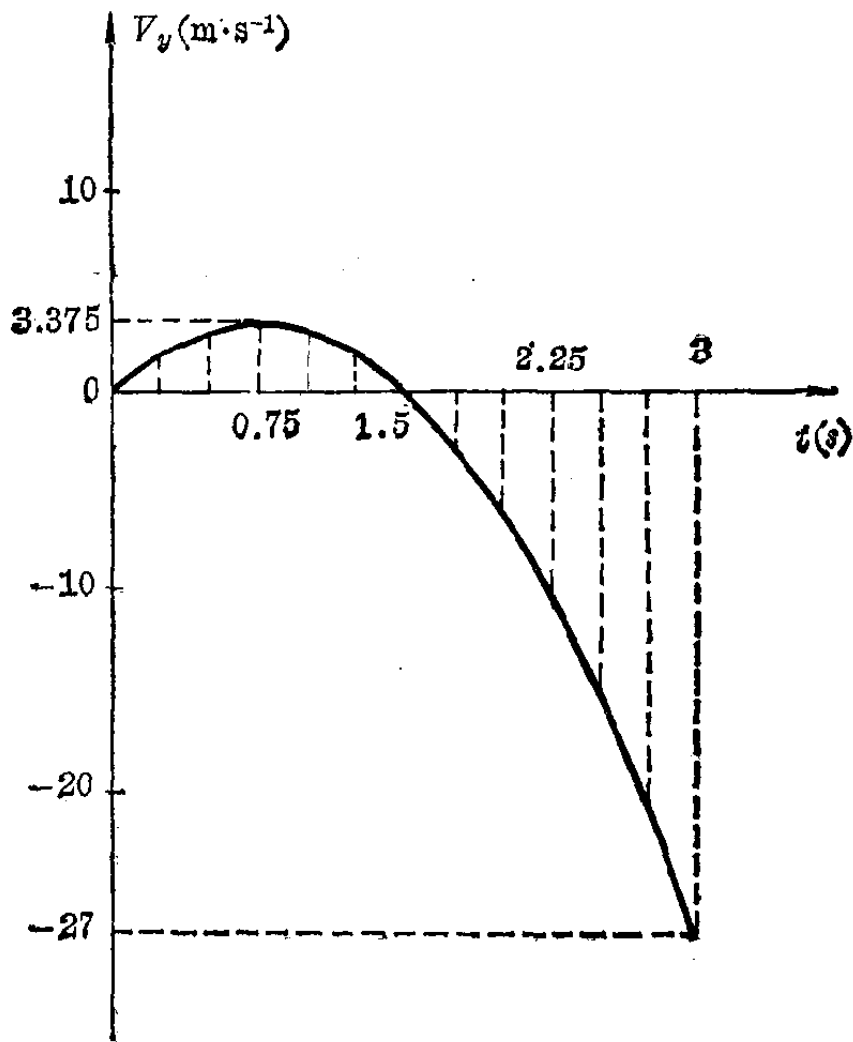
在 $0 < t < 0.75\text{s}$ 时, $V_y > 0$, $a_y > 0$, 质点向 Y 轴正方向作加速运动, 速率增加, 但增加得愈来愈慢。在 $t = 0.75\text{s}$ 时, 质点的 $a_y = 0$, 以 $V_y = 3.375 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度沿 Y 轴正方向运动。

在 $0.75 < t < 1.5\text{s}$ 时, $V_y > 0$, $a_y < 0$, 质点继续沿 Y 轴正方向作减速运动, 其速率减得愈来愈快。在 $t = 1.5\text{s}$ 之后,

$V_y = 0, a_y < 0$, 质点已是从 $y = 1.875\text{ m}$ 沿 Y 轴负向作加速运动了。见解 1-2 图。

$t(\text{s})$	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50
$V(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	1.875	3.000	3.375	3	1.875	0

$t(\text{s})$	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00
$V(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	-2.625	-6	-10.125	-15	-20.625	-27



解 1-2 图

1-3 一质点在 XOY 平面内运动,运动方程为

$$x = 2t \quad y = 19 - 2t^2$$

式中 x 、 y 以米计， t 以秒计。

- (1) 计算并图示质点的运动轨道；
- (2) 写出 $t = 1$ 秒时刻和 $t = 2$ 秒时刻质点的位置矢量，并计算这一秒内质点的平均速度；
- (3) 计算 1 秒末和 2 秒末质点的瞬时速度和瞬时加速度；
- (4) 在什么时刻，质点的位置矢量与其速度矢量恰好垂直？这时，它们的 x 、 y 分量各为多少？
- (5) 在什么时刻质点离原点最近？算出这一距离。
- (6) 在运动方程中，使时间 t 取负值，所得结果如何解释？

解 (1) 由质点的运动方程 $x = 2t$ ， $y = 19 - 2t^2$ ，消去时间参量 t ，即得质点的轨道方程：

$$y = 19 - 2\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 19 - \frac{x^2}{2} \quad (x > 0)$$

x	0	2	4	6	8
y	19	17	11	1	-13

(2) 位置矢量可写成

$$\mathbf{r}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = 2t\mathbf{i} + (19 - 2t^2)\mathbf{j}$$

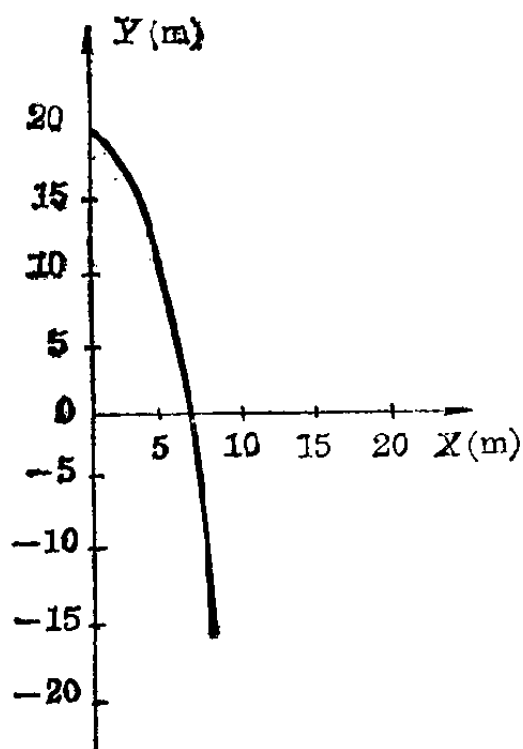
式中 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 分别是沿 x 方向、 y 方向的单位矢量。

$$t = 1\text{s 时} \quad \mathbf{r}_{(1)} = 2\mathbf{i} + 17\mathbf{j} \quad \text{m}$$

$$t = 2\text{s 时} \quad \mathbf{r}_{(2)} = 4\mathbf{i} + 11\mathbf{j}$$

平均速度

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{r}_{(2)} - \mathbf{r}_{(1)}}{\Delta t} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} \quad \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$



解 1-3 图

其大小为

$$\sqrt{2^2 + (-6)^2} = 6.32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

方向与 X 轴成 θ 角

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan -\frac{6}{2} = \arctan -3 \\ &= -71^\circ 33' 54'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \mathbf{V}(t) &= \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} \\ &= 2\mathbf{i} - 4t\mathbf{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

瞬时速度为: $t = 1 \text{ s}$ 时

$$\mathbf{V}_{(1)} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$$

其大小为

$$\sqrt{2^2 + (-4)^2} = 4.47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

其方向与 X 轴夹角为 $\theta = \arctan(-2) = -63^\circ 26' 5''$

$t = 2 \text{ s}$ 时

$$\mathbf{V}_{(2)} = 2\mathbf{i} - 8\mathbf{j}$$

其大小为 $\sqrt{2^2 + (-8)^2} = 8.25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

其方向与 X 轴夹角

$$\theta = \arctan(-4) = -75^\circ 57' 50''$$

瞬时加速度

$$\mathbf{a}(t) = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -4\mathbf{j}$$

其大小为 $a = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 方向指向 Y 轴负向。

(4) 由 $\mathbf{r} \cdot \mathbf{V} = 0$, 得

$$2t \cdot 2 + (19 - 2t^2)(-4t) = 0$$

即

$$4t(2t^2 - 18) = 0$$

$$\therefore t = 0 \quad t = 3 \text{ s} \quad t = -3 \text{ s} (\text{舍去})$$

当 $t = 0$ 时

$$\mathbf{r} = 19\mathbf{j} \quad x = 0 \quad y = 19 \text{ m}$$

$$\mathbf{V} = 2\mathbf{i} \quad V_x = 2 \quad V_y = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$t = 3\text{s}$ 时

$$\mathbf{r} = 6\mathbf{i} + \mathbf{j} \quad x = 6 \quad y = 1 \quad \text{m}$$

$$\mathbf{V} = 2\mathbf{i} - 12\mathbf{j} \quad V_x = 2 \quad V_y = -12 \quad \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(5) 质点位矢的量值为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2t)^2 + (19 - 2t^2)^2}$$

取极值, 使 $\frac{dr}{dt} = 0$, $\therefore 8t(1 - 19 + 2t^2) = 0$

得: $t = 0, t = 3\text{s}, t = -3\text{s}$ (舍去).

把 $t = 0$ 和 $t = 3\text{s}$ 代入 $r(t)$ 式比较之, 得

$$r(0) = 19 > r(3) = 6.08 \quad \text{m}$$

所以当 $t = 3\text{s}$ 时, 质点的位置 $(6, 1)$ 离原点最近, 其距离为 6.08 m .

(6) 在运动方程中, 使时间 t 取负值, 所得结果可解释为 $t = 0$ 计时起点之前的运动情况.

1-4 设质点的运动方程为 $x = x(t), y = y(t)$, 在计算质点的速度和加速度时, 有人先求出 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, 然后根据

$$v = \frac{dr}{dt} \quad \text{和} \quad a = \frac{d^2r}{dt^2}$$

求得结果; 又有人先计算速度和加速度的分量, 再合成而求得结果, 即

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} \quad \text{和} \quad a = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$$

你认为哪一种方法正确? 为什么? 两者之间的差别何在?

解 后一种方法正确. 因为速度和加速度都是矢量, 满足如下关系:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j}$$

$$\therefore |v| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

$$|a| = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$$

而前一种方法的错误所在是只考虑了矢径 r 的量值 r 随时间 t 的变化, 而未考虑到由于矢径的方向随时间 t 的变化对速度的贡献, 或速度方向随时间 t 变化对加速度的贡献。

1-5 一质点作匀加速直线运动, 在 $\tau = 10\text{ s}$ 内走过路程 $s = 30\text{ m}$, 而其速度增为 $n = 5$ 倍, 试证加速度为

$$a = \frac{2(n-1)s}{(n+1)\tau^2}$$

并由上述数据求出其量值。

解 设质点沿 X 轴正方向作匀加速直线运动, 加速度为 a , 并设 $t = 0$ 时, $v = v_0$, $x_0 = 0$ 。列出运动方程有:

$$\begin{cases} x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} v = v_0 + at \end{cases} \quad (2)$$

据题意可知, $t = \tau = 10\text{ s}$ 时, $x = s = 30\text{ m}$, $v = nv_0 = 5v_0$, 于是由式(1)、(2)得

$$\begin{cases} s = v_0 \tau + \frac{1}{2} a \tau^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} nv_0 = v_0 + a \tau \end{cases} \quad (4)$$

由式(3)、(4)解出 $a = \frac{2(n-1)s}{(n+1)\tau^2}$, 命题得证。

将 $\tau = 10\text{ s}$, $s = 30\text{ m}$, $n = 5$ 代入上式, 得

$$a = \frac{2(5-1) \times 30}{(5+1) \times 10^2} = 0.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

1-6 一火箭竖直向上发射, 在开始 30 s 内以 $18\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 的加速度推进, 然后关闭推进器, 继续上升一段距离后又返回地

面。(1)计算火箭上达的最高高度,(2)计算整个飞行的时间,(3)画出火箭的 $v-t$ 图线,在图线中指明哪一点与最高高度对应,哪一点与整个飞行时间对应。(取 $g=9.8\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, 又不计空气阻力影响。)

解 取 OY 轴竖直向上,原点 O 取在地面处,令火箭在地面上发射。

(1) 设 h_1 为关闭推进器之时火箭上达的高度, t_1 为到达此高度所需的时间, v_1 为此时达到的速度。则有

$$v_1 = at_1 \quad h_1 = \frac{1}{2} at_1^2$$

已知 $a = 18\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, $t_1 = 30\text{s}$, 求得: $v_1 = 540\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $h_1 = 8100\text{m}$ 。

设 H 为火箭上达的总高度, t 为自 h_1 上升到 H 处所需时间, 则

$$H = h_1 + v_1^2 / 2g = 8100 + \frac{(540)^2}{2 \times 9.8} = 2.30 \times 10^4 \text{m}$$

(2) 整个飞行时间

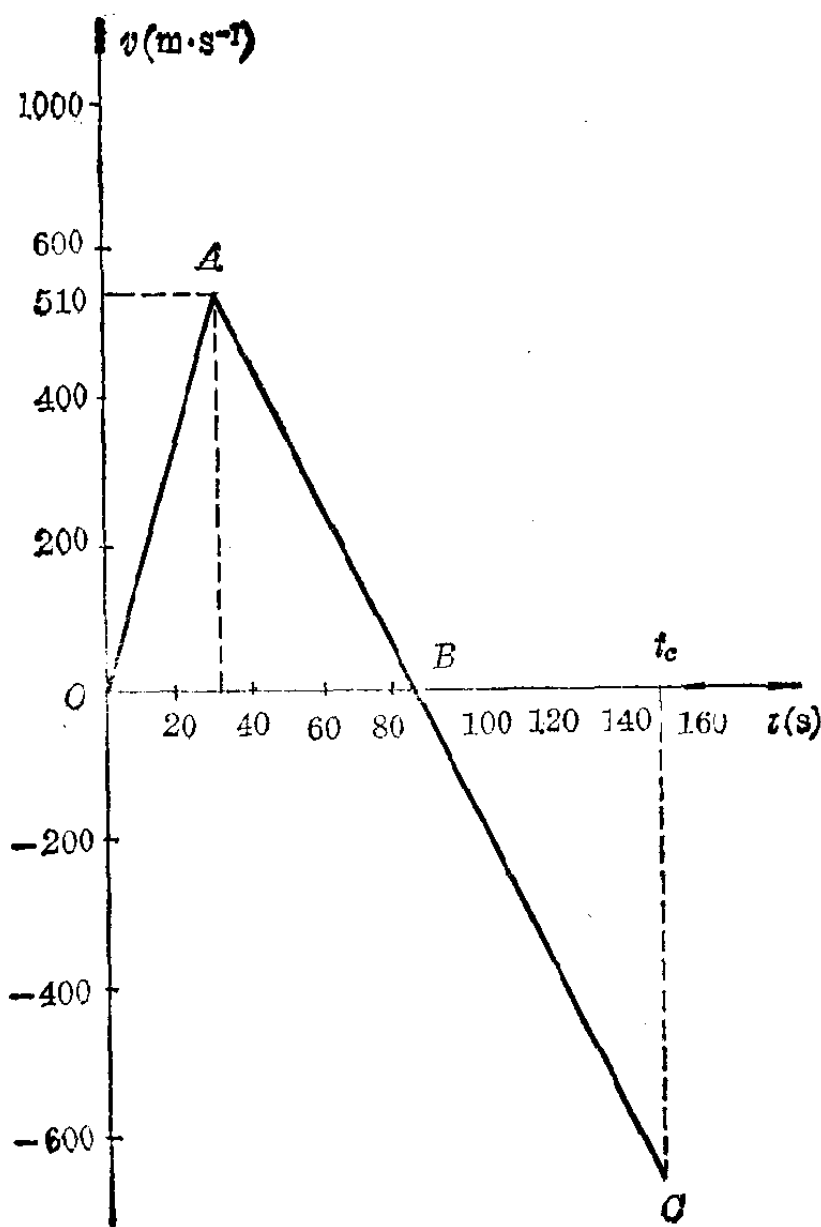
$$T_{\text{总}} = t_1 + \frac{v_1}{g} + \sqrt{\frac{2H}{g}} = 30 + \frac{540}{9.8} + \sqrt{\frac{2 \times 2.30 \times 10^4}{9.8}} = 153.6 \text{s}$$

(3) 火箭的 $v-t$ 图如解 1-6 图所示。

图线中 B 点与最高高度相对应(上升速度为零), C 点对应的的时间 t_c 为整个飞行时间(图中 $\triangle OAB$ 面积表示上升高度 $\triangle BCt_c$ 面积表示下降高度, 它们绝对值相等)。

1-7 一升降机以加速度 $1.22\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ 上升, 当上升速度为 $2.44\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 时, 有一螺帽自升降机的天花板上松落, 天花板与升降机的底面相距 2.74m 。计算:

(1) 螺帽从天花板落到底面所需的时间;



解 1-6 图

(2) 螺帽相对于升降机外固定柱子的下降距离。

解 (1) 以升降机为参照系 (升降机的加速度为 a_0 , 向上), 坐标原点选在升降机的地板上, 向上为正方向。此时螺帽对升降机的加速度为 a' , 由相对运动可知: $a' = g - a_0$, 在一维坐标中

$$a' = -g - a_0 = -9.8 - 1.22 = -11.02 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$y = y_0 + \frac{1}{2} a' t^2$$

当 $t = 0$ 时, 螺帽与地板相距 $y_0 = 2.74 \text{ m}$, 螺帽与地板相遇时, $y = 0$, 由此求得螺帽落到地板时间为

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{-a'}} = \sqrt{\frac{2 \times 2.74}{11.02}} = 0.71 \text{ s}$$

(2) 以地面为参照系, 坐标原点选在升降机以速度为 $2.44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 上升时刻机外固定柱上对应升降机地板所在处, 向上为正。这样螺帽在 $t = 0$ 时, 从坐标 $y = y_0 = 2.74 \text{ m}$ 处, 以 $v_0 = 2.44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 初速, 上抛运动方程为

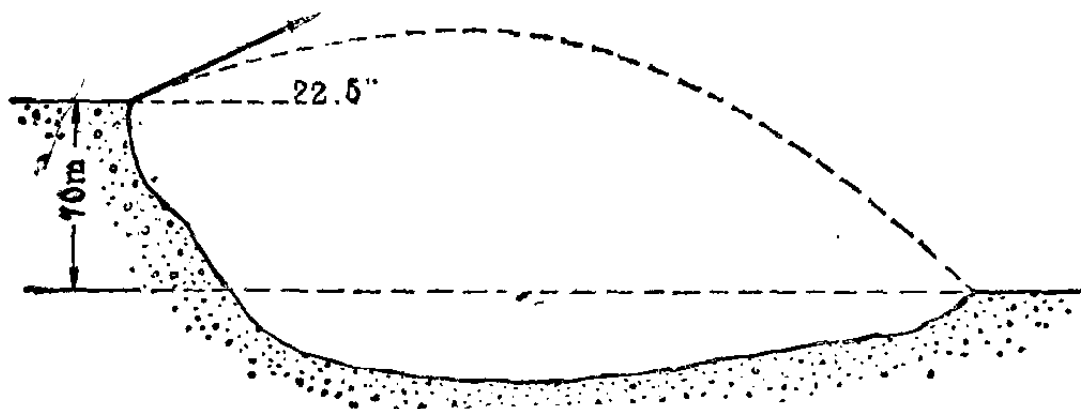
$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

当 $t = 0.71 \text{ s}$ 时, 它与地板相遇, 相对于升降机处柱子, 螺帽的下降距离为

$$\begin{aligned} y_0 - y &= -\left(v_0 t - \frac{1}{2} g t^2\right) \Big|_{t=0.71} \\ &= -\left(2.44 \times 0.71 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 0.71^2\right) = 0.74 \text{ m} \end{aligned}$$

1-8 一人乘摩托车跳越一个大矿坑, 他以与水平成 22.5° 夹角的初速度 $65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 从西边起跳, 准确地落在坑的东边。已知东边比西边低 70 m , 忽略空气阻力, 且取 $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 问:

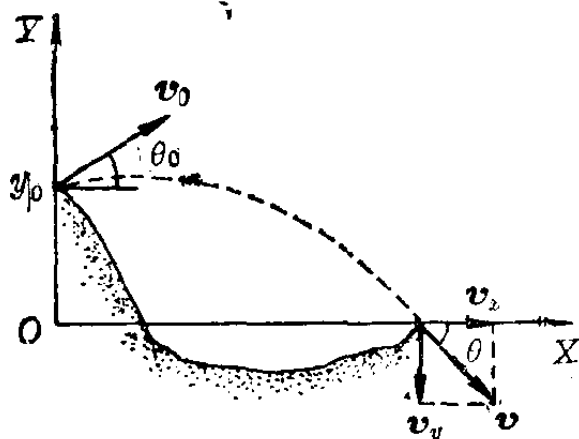
(1) 矿坑有多宽? 他飞越的时间多长?



题 1-8 图

(2) 他在东边落地时的速度多大? 速度与水平面的夹角多大?

解 依据题意作图,并选定图中所示 OXY 坐标



解 1-8 图

(1) 以摩托车和人作为一质点,其运动方程为

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \theta_0 t & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = y_0 + v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \theta_0 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_y = v_0 \sin \theta_0 - g t & (4) \end{cases}$$

当到达东边落地点时, $y = 0$, 故由(2)得

$$\frac{1}{2} g t^2 - v_0 \sin \theta_0 t - y_0 = 0$$

以 $y_0 = 70\text{m}$, $g = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $v_0 = 65\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\theta = 22.5^\circ$ 代入, 解得飞越矿坑时间为 $t = 7.0\text{s}$ (另一负根舍去).

矿坑的宽度求出为 $x = v_0 \cos \theta_0 t = 420\text{m}$

(2) 东边落地时, $t = 7.0\text{s}$, 其速度

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = 60.1\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - g t = -44.9\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

于是 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 75.0\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (落地点速度的量值)

$$\theta = \arctan \frac{v_y}{v_x} = \arctan \frac{-44.9}{60.1} \approx -37^\circ$$

(与水平面的夹角)

1-9 图中所示是一束原子在真空中的一条抛物线轨道,该原子束通过位于同一水平线上相隔为 L 的两窄缝,并行经另一水平距离 L 到达探测器。试证原子在低于第一窄缝的竖直距离 y 处到达探测器,