

日本造船学会 第三届操纵性讨论会论文集

辛元欧 朱文蔚 何宗才 万廷铨 选译

武汉造船工程学会 船舶力学学术委员会
《武汉造船》编辑部

一九八六年十月

PDG

出版前言

船舶操纵性是指船舶按驾驶者的意图保持或改变其运动状态的性能,即船舶能保持或改变其航速、航向和位置的性能。船舶在航行的过程中,为了尽快达到目的地和减少燃料消耗,驾驶者经常力图使船舶以一定的速度保持直线航行,这就要求船舶具有良好的航向稳定性;而当在预定的航线上发现障碍物或其他船舶时,为了避免碰撞和靠离码头,驾驶者需使船舶及时改变航速或航向,这就要求船舶具有良好的回转性和转首性。

操纵性对于船舶的使用效能和航行安全有着密切的关系。近年来,随着航运事业的发展,船舶航行密度增大,航速提高,加之船舶大型化,专门化,以及在限制水域中航行,因而造成船舶操纵困难,海损事故增多。据统计,世界上每年失事的船约200艘,总吨位为120万吨,约占世界船队的0.4%,相当于每15天损失一艘5万吨的船。失事的原因中,主要是碰撞和触礁等操纵性方面的问题。至于大型油轮和化学运输船舶的失事还会大面积污染海域,从而引起各国政府和公众的密切关注。因此,国际海协(IMO)和各航运国家正在开展制订操纵性标准的工作。今后对船舶操纵性的要求将更加明确、严格,在船舶设计和建造过程中将会进行更多、更精确的操纵性计算和试验。

为了了解国外在船舶操纵性学科方面的发展动态,并促进我国船舶操纵性研究工作的开展,我们搜集了日本造船学会第三届操纵性学术讨论会的主要文献资料并选译成书,供从事船舶流体力学、船舶工程、船舶驾驶和航运管理等方面的科技工作者,以及造船、航海等专业的师生阅读参考。本书系辛元欧等同志译校。由于出版经费的限制,未能刊出该学术讨论会的全部论文,特此说明。

本书的出版得到武汉造船工程学会及其所属船舶力学学术委员会的资助,由《武汉造船》编辑部负责编辑出版发行。在此,我代表广大读者向上述各单位的同志们表示衷心的感谢!

吴秀恒

1

日本造船学会第三届操纵性讨论会论文集

1981年12月

序 言

元良 诚三

在我学生时代，船舶操纵性问题的境况是如何的呢？那时，只不过在阻力推进讲义中有那么一章叫做“回转”的，专门论述定常回转性能。而且，这一章放在最后，若时间不够就予以删节。可以说，当时的所谓“操纵性”，实际上只是个定常回转问题。

此后，到本世纪四十年代中，戴维逊 (Davidson) 等人发表了著名的论文“船舶的回转和航向保持性能” (“Turning and Course Keeping Qualities of Ships” Trans. SNAME, 1946)，而肯伯夫 (Kempf) 又提出了Z形试验，直到野本教授发表船舶操纵运动的一阶 (K、T) 分析，才揭开了包含过渡过程在内的综合操纵性能研究的帷幕。

可以说，操纵性真正作为一个重要领域脱颖而出之原因，应归诸于油船超大型化随之产生的操纵困难问题。这是因为：一、大宽度肥大船型其船尾分离涡引起了所谓“异常现象”；二、船对操舵的反应极其迟缓，其角速度已经小到人类的感观所能感觉的范围以外了。

有人说：这种问题出现后，人们才认识到操纵性也是船舶设计不可缺少的要素之一，同时，开始研究作为“人——机系统”，把操船者的感观和反应等包括在内的船舶综合操纵性能。这种说法并不算过份。

此外，模拟技术既能给船舶设计人员，又能给驾驶人员提供重要的情报，其发展和应用日新月异。在作为其基础的数学模型方面，日本操纵数学模型小组从其独有的立场观点出发积极地进行研究，他们的工作正在引起世界各国越来越多的关注。

第一届、第二届操纵性会议都一直是以研讨船舶本身所具备的操纵性为主的，而本届讨论会将以操船者观点下的操纵性或者包括操船者在内的“人——船——机”系统的操纵性为重点，想来这是非常合适的。希望通过这次讨论，造船界和航海界从两方面互相提出问题，共同对操纵性问题进行切磋研讨，取得有益的成果。

日本造船学会第三届操纵性讨论会论文集

辛元欧 朱文蔚 何宗才 万廷橙 选译

目 录

出版前言	吴秀恒	(1)
序 言	元良誠三 著 何宗才 译	(1)
操纵性研究的发展过程	仲渡道夫 著 何宗才 译	(1)
操纵运动数学模型的基础	小川阳弘 浜本刚实 著 何宗才 译	(7)
操纵运动模型在船舶设计方面的应用 (I)		
	小山健夫 葛西宏直 山上顺雄 著 朱文蔚 译	(28)
操纵运动模型在船舶设计方面的应用 (II)		
	平野雅祥 高井忠夫 松本宪洋 著 朱文蔚译	(45)
船在限制水域中的操纵性	野中晃二 著 万廷橙 译	(83)
外力下的操纵运动	野中正隆 不破健 著 辛元欧 译	(121)
小组讨论会	辛元欧 译	(159)



操纵性研究的发展过程

——为首次参加会议者而写

仲渡道夫

前 言

造船界人士和航海界人士相聚一堂，就造船和操船的有关问题——操纵性举行讨论会，这在日本还是第一次尝试。

造船学会的操纵性会议，第一届于1964年6月，第二届于1970年11月召开，直至1981年才举行第三届会议。

为此，从造船界角度回顾操纵性研究的发展过程，作为这次会议的序言。

1. 操纵性研究的发展过程

直至二次世界大战后，操纵性的研究主要是针对回转性能，其实际目的在于正确地推算船舶的，特别是那些高速航行的军舰回转直径及其舵的设计。

其运动方程式与航空力学相同，是以船舶重心为原点，将其轨迹切向的阻力及法向的升力向船首及船侧方向分解而建立的。但是，这种方法因对非定常运动要计入各个方向的附加质量而变得很复杂，后来已改用本次会议的坐标系及运动方程式。

与回转性能同样，船舶操纵性的另一个重要因素是航向稳定性，关于这方面的研究为数不太多。

关于舵的研究，改变舵型或外形的单独舵或船后舵特性的研究较多，但多数是与现在所用的舵形状不同。

关于船模和实船操纵性试验的相关关系，在舵的表面产生空泡之前符合傅汝德相似律，可以进行试验。其理由在于船模和实船的船体伴流不同与螺旋桨负荷不同之尾流影响大致相抵消。对这种方法存在各种议论，但现在仍用于船模的自航试验。

当时的实船操纵性试验以回转试验为主，特别引为注意的是肯伯夫已经提出进行Z形试验。后来，这一提议由野本教授从控制论的观点来加以分析后应用非常广泛。

在那个时代日本的操纵性研究民用的也有一些，但还是以海军为中心，当时大量的试验研究由赤崎博士作了汇总整理。

二次大战以后至1960年左右是操纵性研究的奠基时代，此时的操纵性研究开始向两个方向发展。

船舶操纵运动方程式一般采用如下的形式：

$$\left. \begin{aligned} (m+m_x)\ddot{u} - (m+m_y)\dot{v}r &= X \\ (m+m_y)\ddot{v} + (m+m_x)\dot{u}r &= Y \\ (I_{xx}+J_{xx})\ddot{r} &= N \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

此方程式的一般推导, 是对无限流体中作非定常运动的物体, 并将物体及其流体的整个系统的动能用物体的速度和角速度来表示, 将其代入克希霍夫 (Kirchhoff) 方程而导得的。本论文集的第二章以简明的戴维逊—希夫方法对其作了详细的说明。

关于此式中的流体动力、左边的附加质量有元良教授的研究, 对右边的力有应用小展弦比机翼理论的井上教授的研究。

另一方面, 野本教授将操纵运动看作船舶对操舵输入的响应输出作了研究, 从(1)式的第2, 3式得到所谓操纵运动的响应方程式

$$T_1 T_2 \ddot{\gamma} + (T_1 + T_2) \dot{\gamma} + \gamma = k\delta + kT_3 \dot{\delta} \quad (2)$$

对此取拉氏变换求得操纵运动的传递函数。将(2)式进一步简化, 即得所谓一阶近似式

$$T\dot{\gamma} + \gamma = K\delta \quad (T = T_1 + T_2 - T_3) \quad (3)$$

简单明了地用回转能力指数K和时间指数T表示操纵运动。

此后, 这些前辈们的研究就向这两个方向发展了。

第一个方向是从流体力学的观点来研讨(1)式。将其右边的流体动力分别看作速度 v 、角速度 γ 和舵角 δ 关于时间的导函数,

$$\left. \begin{aligned} X &= x(v, \dot{v}, \gamma, \dot{\gamma}, \delta, \dot{\delta}) \\ Y &= Y(v, \dot{v}, \gamma, \dot{\gamma}, \delta, \dot{\delta}) \\ N &= N(v, \dot{v}, \gamma, \dot{\gamma}, \delta, \dot{\delta}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对这些函数的组成及确定方法作流体力学的研究, 将其结果代入运动方程式(1), 用以求得任意操舵情况下的操纵运动, 故称之为“流力模型”方法。

第二个方向是从控制工程的观点进行研讨的。研究记述对输入舵角所得输出船体运动的响应方程式(2)或(3)系数(操纵性指数 K, T_1, T_2, T_3)的确定和估算方法, 再求任意操舵情况下的操纵运动, 故称之为“响应模型”方法。

这两种方法皆出自于同一个方程式, 故将之截然分开也是不合适的, 而应注意到两者的特点是相辅相成的。因此, 在船舶设计中作操纵性能估算或舵设计时常常是同时并用的。

2. “流力模型”与响应模型的研究动向

流力模型的鼻祖恐怕要算航空工程领域了, 而真正将其应用于船舶操纵性分析的是阿勃考维茨 (Abkowitz)。将(4)式中各方向的流体动力对 v, γ, δ 作泰勒 (Taylor) 展开, 以多项式示之, 则出现了许多流体动力导数。这些导数可通过各种各样的约束模型试验——旋臂水池试验 (RA)、平面运动机构试验 (PMM) 及圆运动试验 (CMT), 分析、计算作用于船模上的力来确定。

十年前,正值上届操纵性会议之时开始,日本各水池开始做约束模型试验,实际上,所求大量的这些导数和约束试验的种类、方法以及分析方法的不同,其结果有甚大的差别。因此,乘着讨论此问题的机会,成立了“操纵运动数学模型研讨小组”(MMG),作为试验水池委员会第二分会工作小组。对(4)式进行了有力的研究,其成果将作为本次会议的中心内容,在后述各章节中予以阐述。

MMG所做的工作,概括地说,就是提出了一个新的流体动力模型。先研讨了(4)式中表示流体动力多项式的诸问题,然后将单独情况下船体[H],螺旋桨[P]及舵[R]分别所受的作用力作为主要项,并加上[H], [P], [R]三者相互干扰所引起的流体动力之附加项来代替(4)式中的这些流体动力项。这种想法是与阻力推进中将单船体阻力、螺旋桨散水特性以及意味着它们之相互干扰的自航要素组合起来的思想相类似。采用这种表示方法,易于对[H], [P], [R]的主要项及其相互干扰项作理论和试验研究,便于对限制航道、实船与船模尺度影响问题进行研讨,在应用于实际设计或操纵模拟器时也易于改变主尺度及舵,故其应用范围甚广。

实际上,在这十年间,这里所述的有关流力模型及其应用的操纵性研究论文发表得很多,在作为本论文集引言的这一章中,只能不免带几分主观性地仅仅就研究的发展方向及其意义作些阐述。

说得绝对一些,上届会议是以有关响应模型的内容为中心,而本届却代之以有关流力模型的内容。但是,响应模型的研究和应用在这十年间也有相当的进展,使之成为很实用的固定方法。

响应模型的优点在于:要求的操纵性指数数量少,实船与船模能用完全相同的试验方法以及可导入适当的非线性项或与X方向相类似的式子相联立就可扩展应用于加减速运动等。另一方面,由于其操纵性指数与船型的关系是以“黑箱”形式连结,附加便利的非线性项求得之操纵性指数中包含着与 γ 或 δ 有关的部分,以及外扰动是以换算成舵角或调整初始条件的形式导入的等等因素,也有不便之处。

另外,可以说这十年间的响应模型研究中大部分是与肥大型船的操纵性相关、相应于非线性响应方程式。

$$T_1 T_2 \ddot{\gamma} + (T_1 + T_2) \dot{\gamma} + \gamma + v\gamma^3 = k\delta + K T_2 \delta \quad (5)$$

上式线性响应的(2)式在左边附加 $v\gamma^3$,在定常回转时则为 $\gamma + v\gamma^3 = K\delta$,用作代性地近似处理定常回转时的非线性特性在实用上是非常有用的。

关于从此式确定操纵指数的方法,系先从定常回转特性确定 γ 和 k ,然后再确定其他指数。确定其他指数的方法有培赫—瓦格纳·施密特方法(Bech & Wagner Smith)等种种方法,其中提得较多的方法是用相平面轨迹求取平均指数的方法[27]、[28]、[29]、[30]

对非线性响应方程式稍加严格处理,可假定如下函数关系:

$$v = f(\gamma) \quad (6)$$

假定这一关系总是成立,其求解方法是回到(1)式从第(2)、(3)式中消去 v ,导出关于 r 的较为正规的非线性响应方程式来求解。这些研究将在本论文集的第三章后半部加以阐述。此外,有关响应模型的全貌还有藤野副教授和元良教授的说明。

3. 关于操纵性各项研究的动向

关于实船与船模的相关问题,以往一直认为:对单桨单舵船大舵角回转半径,两者比较一致,而对平缓运动、航向稳定性,实船较船模为差。但是,对这个问题,至今尚未能得出一般性的结论。记得近年来,在日本采用15m、30m的大型船模相继做了三次试验,得到了对今后研究工作十分有用的资料,尽管这些试验都是为特定的目的而做,想以此用作相似问题的一般性探讨还有困难。这三次试验所用的船型都是肥大船,都有操纵性异常现象存在,致使结果分析变得很困难。今后尺度效应的研究应当把流力模型的分析研究与响应模型运动分析的验证结合起来,长期积累资料,加以分析阐明。

所谓操纵性异常现象是指船尾肥大的船型所出现的异常航向稳定现象。此现象是日本大阪大学野本教授首先指出的,后来在日本第二届操纵性会议上讨论确认,并由元良教授、藤野副教授进一步推论了这种异常现象的型式。在本论文集的第五章中将予以论述。近年来关于这个现象的试验研究都是以船尾分离及其交替型式来归纳整理的,这样至少已从现象上说清楚,并能论述解决问题的措施和方法。不过,这是三维边界层分离问题,与推进性能领域中伴流的双值现象密切相关。因此,今后在研究异常现象与船尾形状的关系或异常现象尺度效应的时候,希望也研讨一下它与推进性能之关系。

包括紧急停船在内的船舶加减速运动研究是很早就开始的研究方面之一,将在第五章中阐述。从历史发展来看,停船距离及所需时间一直是采用如下的x方向方程式推算确定^[17]:

$$(m + m_x)u = T(1 - t) - R \quad (7)$$

从1970年左右开始,瑞典、丹麦、日本等国的研究者对上述方程式,详细地作了试验研究与考察,已经能够用准定常的方法来处理船舶加减速运动,能够分别用表观进速系数 J 和 $v_r = v - \frac{r}{2}$ 来整理船舶直航和转首时作用于船体、螺旋桨和舵上的流体动力以及它们三者间的相互干扰作用力。而现在,在上述研究结果的基础上,再兼用流力模型和响应模型,就可相当正确地推定加减速运动的情况。但是,很遗憾,对操船者最渴望解决的一个问题——一条以某个速度正航的船舶,当其以各种转速倒车情况下的转向如何问题,尚未能有确切的解答。

限制航道中的操纵性问题就是分析、研究浅水域、狭水道或者运河中船舶的运动,其主要问题是虚质量的增加、船体下沉、纵倾变化以及作用在船体上的横向力、转首力矩的大小。

限制航道中的运动问题,一般说来试验是比较困难的。与此相反,在流体力学理论的应用方面,却有着巨大的潜力,吸引着人们去研究,近年来已有了很多成果。附加质量的计算,除了过去所用的切片法、细长体理论等方法外,还发表了有限元法、赫斯·斯密思(Hess Smith)等三因次计算方法。关于船体下沉,有细长体理论的计算方法以及从水力学计算,角度分析的简单计算方法。关于横向力及转首力矩的研究有细长体理论方法、小展弦比机翼理论方法^{[56], [57], [58]}以及源一涡法等方法。此外,最近又发表了按“矩形平板十襟翼舵”的模型所得到的计算方法。

除此以外,想要对限制航道的整个研究结果作个概括归纳似乎不太可能,因此只能对包括过去已有的结论在内的,以及能够作出一般性阐述的,作一归纳如下:

(1) 水深越浅或船舶靠岸越近, 附加质量就越大。

(2) 航道宽度对船体下沉影响很大, 但对纵倾影响不大。船体下沉和纵倾与船型关系不大。

(3) 水深甚浅时船舶回转性下降, 航向稳定性变好。对“船海者”船型, 随水深变浅船舶的航向稳定性单调增加, 但对油船船型, 当水深变浅时, 在某个水深范围内, 航向稳定性会有比水深时还要差的情况。

(4) 从操纵性的观点来看, 一般来说加宽水道宽度要比加大水深来得有利。

关于限制航道中操纵性研究情况详见有关文献以及本论文集第六章。限制航道中的试验研究问题, 如前所述, 作模型试验是困难的, 能作实船试验的也极少。因此, 在这方面希望采用数学模型来进行模拟, 以研讨实用上的一些问题。

关于外力作用下的操纵性问题, 目前的状况是, 若能正确地把握船舶所受的外力, 则即可用已述的分析方法大致估算外力作用下的操纵性问题。因此, 已进行了关于定常风压下的操纵界限、风压下的回转轨迹等的研究。至于不均匀风中的操纵问题, 从航海驾驶方面已发表了很宝贵的研究成果。

潮流对操纵影响中最大的问题是流动的不定常性和不均匀性。这个问题的研究是直接为了查明海事的起因以及防止海事而进行的。

波浪外力作用下的操纵性研究中讨论了操纵运动方程式与耐波性方面方程式间的有关问题, 也研究了操纵运动方程式频率的依为关系。另外, 在应用已有的方法对波浪中的航向稳定性能、回转性能研究的同时, 对驾驶人员所担心的横甩现象的剖析也颇有进展。关于外力作用下的操纵性将在第七章加以阐述。

前面已经谈到的关于操纵性的种种数学模型皆能直接用于操纵性或操船研究用模拟器中。可以说近十年来模拟技术已有显著的提高(参见第八章)。另一方面, 如同第八章所述, 关于用模拟器来分析操船或评价操船的研究也取得了进展。但是“人—机—环境”系统操纵模拟器的设置及其应用, 目前还刚开始。据说在欧美各国认为, 即使模拟器所用操纵运动的模型有考虑欠周的地方, 但经过修正之后还是可以用作操船训练, 评价航道、港湾等。模拟器可作出实船因危险而无法实现的各种操船情况, 因而它不仅对单只船舶, 而且对海上交通各种问题的研讨, 在今后将会有更加重要的作用。

自动驾驶方面的研究, 对我们来说重要的问题是应该如何评价和调整装在船上的自动驾驶装置(参见第九章)。关于评价函数在十年前就有种种说法, 虽已作了相当多的研讨, 但至今尚未得出决定性的结论。关于自动驾驶仪的设计方法及其最佳调整, 由于应用了现代控制理论, 已取得了相当大的进展。此外, 还进行了摇摆—目前主要是影响最大的横摇以及有外力作用下自动操舵的研究。

此外, 在这十年间作为操纵性研究中比较独立的方面, 还可举出井上教授关于被拖船的操纵性研究, 贵岛副教授关于侧推器作用效果等方面的研究。

以上各项研究成果被积极引进到船舶设计中的操纵性方案设计之中(参见第四章)。已有可能用计算机进行操纵性模拟, 还能用操纵模拟器进行“对话方式”的设计工作。另外也

出现了在设计时应考虑的国际海协 (IMO) 和巴拿马运河有关规则等那样的新规定的条件。

在这种情况下, 此十年间在船舶设计中操纵性设计的一般性问题可举出: 风压侧面积大的船 (汽车渡轮、液化天然气船以及超大型船的压载状态) 增多。这些船的宽很大而水下侧面积较小, 低速时受风、流等外扰情况下操纵性的重要性增加了, 以及节能型大直径低转速螺旋桨船的紧急停船性能等等。关于这些问题将在专题讨论会上提交讨论。

结束语 (略)

(何宗才 译)

操纵运动数学模型的基础

小川阳弘 浜本刚实

一、前言

船舶操纵性分析是以表示运动的运动方程式为基础进行的。为要对方程式作流体力学的处理,就必须知道作用于船体上的流体动力,求取此力的方法多般采用平面运动机构、旋臂水池以及圆运动试验等约束模型试验,使之与理论方法相结合,应用范围甚广。

因此,问题首先就在于这些流体动力的表示方法,通常是将流体动力表示为表征船舶运动状态的诸量 u 、 v 、 r ,操舵量 δ , α 及其变动分量的函数,或者为分析运动方程式而将之线性化后的形式。但是,通常不能忽视非线性项,特别是在进行预报或模拟时非线性项是少不了的。在约束模型试验做得很少的初期阶段常用将流体动力表为各变量之多项式的方法。这种方法来用表示船舶在其试验状态范围内之特性,具有精确的近似程度,就这一点而言,可以说它是极为实用的。

但是,随着这些约束模型试验逐渐普及,各地有它自己的试验格式,这种多项式表示法的应用界限就显示出来了。其理由如下:

(1) 用多项式来表示时,由于各系数之数值随试验时变量的选取方法及分析时多项的取舍方法不同而有所不同,在定系数阶段不能与其他条件相比较或对照,因而很难利用从不同试验所得的数据资料。

(2) 对相应于加减速或有风及拖船等外力作用下的大范围的运动状态,必须考虑螺旋桨负荷的大幅度变化及大的漂角等,就必须做极大量的试验,而且也难以拟合。

(3) 不能适应舵面积变动等局部条件的变化。

(4) 不能合理地说明船模和实船的相关。

(5) 多项式各系数的物理意义不明确,因而几乎不能与理论相对比。

由于上述原因,确定一个统一、合理、不随试验方法或状态而变,又能与理论结果相对比的数学模型,用以表示船体所受作用力的必要性很快就高涨起来了。

关于运动方程式的基本展开,在第一届会议上已有论述,以超大型船为中心的运动方程式的应用也在第二届会议上作了论述。此后,随着理论研究的进展,试验设施、器材等的发展及普及,对这种研究更进一步精确化实用化的要求变得更强烈起来了。

根据这种状况,试验水池委员会第二分会从1976年3月开始,成立“操纵运动数学模型研讨小组(简称MMG)”,一面进行试验验证,同时继续改进数学模型。其过程已在日本造船学会志等杂志上发表,经过多次讨论,归纳出大体上能满足的形式,在实用方面应用此模型所得的成果也有几篇报告。

本章阐述操纵运动方程式的基础及理论展开,以及MMG所提出的数学模型的思路 and 想

法, 至于具体应用在下一章叙述。

二、操纵运动的坐标系及运动方程式

在静水中作操纵运动的船, 其运动一般是由前后运动、横移运动及转首运动的复合运动。这种复合运动本来就是非线性运动, 但1946年戴维逊和希夫采用欧拉——兰姆(Euler—Lamb)坐标系, 大体上用简单明瞭的线性联立方程组叙述操纵运动。此后, 这种形式的运动方程式逐渐固定化, 其结构至今仍用于分析。

因此, 本节以此运动方程组的推导及其基本思想为中心作一归纳。

运动方程式原则上必须在惯性系内建立, 故在图2.1所示的惯性系 $O-x_0, y_0$ 内, 设平面运动船舶的重心 G 的加速度为 $\ddot{x}_0, \ddot{y}_0$ 及角加速为 $\ddot{\psi}$, 则船舶的质量 m 及惯性矩 I_G 与作用于船上的力 X_0, Y_0 及力矩 N_G 之间, 有如下关系:

图 2.1 坐标系

$$\left. \begin{aligned} m \ddot{x}_0 &= X_0 \\ m \ddot{y}_0 &= Y_0 \\ I_G \ddot{\psi} &= N_G \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

将作用于船上的力, 以固定于船体惯性主轴之坐标系 $G-x, y$ 上的分量 X, Y 来表示, 它们与惯性系轴向分量 X_0, Y_0 间的关系为:

$$\left. \begin{aligned} X &= X_0 \cos \psi + Y_0 \sin \psi \\ Y &= Y_0 \cos \psi - X_0 \sin \psi \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

将(2.1)式代入(2.2)式, 则得:

$$\left. \begin{aligned} X &= m(\ddot{x}_0 \cos \psi + \ddot{y}_0 \sin \psi) \\ Y &= m(\ddot{y}_0 \cos \psi - \ddot{x}_0 \sin \psi) \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

此时, 在惯性系中测得的船体重心 G 之速度 $\dot{x}_0, \dot{y}_0$ 能用船体固定坐标 x, y 轴向速度 u, v 表示为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_0 &= u \cos \psi - v \sin \psi \\ \dot{y}_0 &= v \cos \psi + u \sin \psi \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

故加速度 $\ddot{x}_0, \ddot{y}_0$ 为:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_0 &= \dot{u} \cos \psi - u \dot{\psi} \sin \psi - \dot{v} \sin \psi - v \dot{\psi} \cos \psi \\ \ddot{y}_0 &= \dot{v} \cos \psi - v \dot{\psi} \sin \psi + \dot{u} \sin \psi + u \dot{\psi} \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

因而, 将(2.5)式代入(2.3)式, 则得关于船舶惯性主轴的欧拉运动方程式

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{u} - v\dot{\psi}) &= X \\ m(\dot{v} + u\dot{\psi}) &= Y \\ I_G\ddot{\psi} &= N_G \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

此外,把船体固定坐标的原点取在稍稍离重心G一些距离的船舯剖面处,则对与船体几何形状有关的流体动力的计算等在实用上是方便的。此时,设船体重心G之坐标为\$(x_G, 0)\$则船体重心G在惯性系所测得的速度\$\dot{x}_0, \dot{y}_0\$。可用船体固定坐标\$-x, y\$的轴向速度\$u, v\$及绕\$z\$轴的转首角速度\$\dot{\psi}\$表示:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_0 &= u\cos\psi - (v + x_G\dot{\psi})\sin\psi \\ \dot{y}_0 &= (v + x_G\dot{\psi})\cos\psi + u\sin\psi \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

故加速度\$\ddot{x}_0, \ddot{y}_0\$为:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_0 &= \dot{u}\cos\psi - u\dot{\psi}\sin\psi - \dot{v}\sin\psi - v\dot{\psi}\cos\psi - x_G\ddot{\psi}\sin\psi - x_G\dot{\psi}^2\cos\psi \\ \ddot{y}_0 &= \dot{v}\cos\psi - v\dot{\psi}\sin\psi + u\sin\psi + u\dot{\psi}\cos\psi + x_G\ddot{\psi}\cos\psi - x_G\dot{\psi}^2\sin\psi \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

绕\$Z\$轴的力矩\$N\$可用绕重心\$G\$的力矩\$N_G\$及横向力\$Y\$所引起的力矩\$X_G, Y\$之和给出:

$$N_G + X_G Y = N \quad (2.9)$$

故将(2.8)式代入(2.3)式并用(2.9)式的关系,坐标原点取在船体中央处的固定坐标下,运动方程式可表示如下:

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{u} + \dot{\psi}v - x_G\dot{\psi}^2) &= X \\ m(\dot{v} + \dot{\psi}u + x_G\dot{\psi}) &= Y \\ I_{zz}\ddot{\psi} + mx_G(v + u\dot{\psi}) &= N \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

式中\$I_{zz}\$为绕轴的惯性矩,由下式给定

$$I_{zz} = I_G + mx_G^2 \quad (2.11)$$

三、运动方程式及流体动力

船舶作前进、横移及转首的平面运动时,流体的反作用力\$X, Y\$及力矩\$N\$通常是由流体的惯性和粘性所引起的两种力所构成的,因此,本节先按兰姆(Lamb)的方法来研讨惯性类力。

假定流体的粘性可忽略、密度为\$\rho\$的理想流体,则船体运动时流场速度\$q\$和压力\$p\$可用速度势\$\phi\$给出:

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{d\phi}{dt} - \frac{1}{2}q^2 \quad (3.1)$$

式中第一项为\$\phi\$的时间变化率,用固定于船体的坐标系\$-x, y, z\$来表示的话,则有:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} - (u - y\dot{\psi}) \frac{\partial\phi}{\partial x} - (u + x\dot{\psi}) \frac{\partial\phi}{\partial y} \quad (3.2)$$

而第二项的流速 q^2 为:

$$q^2 = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2 \quad (3.3)$$

(故3.1)式的压力 p 可用船舶的前进速度 u , 横移速度 v 以及转首角速度 $\dot{\psi}$ 来表示如下,

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + (u - y\dot{\psi}) \frac{\partial\phi}{\partial x} + (v + x\dot{\psi}) \frac{\partial\phi}{\partial y} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2 \right\} \quad (3.4)$$

当然, 此速度势必须满足如下条件:

$$\text{无限远处条件} \quad \phi(\pm\infty) = 0 \quad (3.5)$$

$$\text{连续条件} \quad \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.6)$$

无旋运动条件

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

船体表面边界条件

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = (u - y\dot{\psi}) \cos(\hat{n}x) + (v + x\dot{\psi}) \cos(\hat{n}y) \quad (3.8)$$

在这种情况下, 自由表面条件近似地以镜像模型来处理, 设船体水下部分表面 s 面积微元 ds 上向外方向之法线为 n , 以及其 x 及 y 轴方向的分量为 $\cos(\hat{n}x), \cos(\hat{n}y)$, 则流体动力 X, Y 和绕 z 轴的力矩 N 就能表示成作用于 ds 上的力 pds 在各方面的分量沿水下部份表面之积分, 如下,

$$\left. \begin{aligned} X &= -\frac{1}{2} \iint_s p \cos(\hat{n}x) ds + X_s \\ Y &= -\frac{1}{2} \iint_s p \cos(\hat{n}y) ds + Y_s \\ N &= -\frac{1}{2} \iint_s p \{ x \cos(\hat{n}x) - y \cos(\hat{n}y) \} ds + N_s \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

式中 X_s, Y_s 和 Z_s 为流体的粘性所引起的力和力矩, 其内容在下一节叙述。

为对(3.9)式进行积分, 先将压力式子(3.4)代入第1式, 即有:

$$\begin{aligned} -\iint_s p \cos(\hat{n}x) ds &= \rho \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \phi \cos(\hat{n}x) ds - \rho \iint_s \left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right) (u - y\dot{\psi}) \cos(\hat{n}x) ds \\ &\quad - \rho \iint_s \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right) (v + x\dot{\psi}) \cos(\hat{n}x) ds \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \rho \iint_s \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \cos(\hat{n}x) ds \quad (3.10)$$

用 (3.8) 式之关系将第二项之 $(u - y\dot{\psi})$ 消去, 则得:

$$\begin{aligned} & - \iint_s p \cos(\hat{n}x) ds = \rho \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \phi \cos(\hat{n}x) ds \\ & - \rho \iint_s (v + x\dot{\psi}) \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \cos(\hat{n}x) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cos(\hat{n}y) \right\} ds \\ & + \frac{1}{2} \rho \iint_s \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \cos(\hat{n}x) \\ & - \rho \iint_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds \end{aligned} \quad (3.11)$$

可对此积分式作点分析, 设船体表面S所围的体积为V, 其体积积元为dV, 应用高斯定理, 则得如下关系式:

$$\left. \begin{aligned} & \iint_s \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) p \cos(\hat{n}x) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cos(\hat{n}y) \right\} ds \\ & = \iiint_v \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right\} dv = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

$$\left. \begin{aligned} & \iint_s x \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \cos(\hat{n}x) - \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \cos(\hat{n}y) \right\} ds \\ & = \iiint_v \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dv + \iiint_v x \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right\} dv \\ & = \iint_s \phi \cos(\hat{n}y) ds \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \iint_s \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \cos(\hat{n}x) ds \\ & = \iiint_v \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right\} dV \\ & = \iint_s \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \frac{\partial \phi}{\partial n} dS \end{aligned} \quad (3.14)$$

将之代入 (3.13) 式, 则可将前后方向的力X表示如下:

$$X = \frac{1}{2} \rho \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \phi \cos(\hat{n}y) ds - \frac{1}{2} \rho \dot{\psi} \iint_s \phi \cos(\hat{n}y) ds + X_s \quad (3.15)$$

其次, 对横向力, 也同样将 (3.4) 式代入 (3.9) 式的第二个式子, 利用 (3.8) 式的关系消去 $(v + x\dot{\psi})$, 也可由同样的运算步骤得到:

$$Y = \frac{1}{2} \rho \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \dot{\phi} \cos(\hat{n}\hat{y}) ds + \frac{1}{2} \rho \dot{\psi} \iint_S \dot{\phi} \cos(\hat{n}\hat{x}) ds + Y, \quad (3.16)$$

此外, 为求得绕z轴的转首力矩N, 将(3.4)式代入(3.9)式的第三个式子, 可得

$$\begin{aligned} & - \iint_S \rho \{ x \cos(\hat{n}\hat{y}) - y \cos(\hat{n}\hat{x}) \} ds \\ & = \rho \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \dot{\phi} \{ x \cos(\hat{n}\hat{y}) - y \cos(\hat{n}\hat{x}) \} ds \\ & - \rho \iint_S \left(\frac{d\phi}{dx} \right) (u - y\dot{\psi}) \{ x \cos(\hat{n}\hat{y}) - y \cos(\hat{n}\hat{x}) \} ds \\ & - \rho \iint_S \left(\frac{d\phi}{dy} \right) (v + x\dot{\psi}) \{ x \cos(\hat{n}\hat{y}) - y \cos(\hat{n}\hat{x}) \} ds \\ & + \frac{1}{2} \rho \iint_S \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \{ x \cos(\hat{n}\hat{y}) - y \cos(\hat{n}\hat{x}) \} ds \end{aligned} \quad (3.17)$$

用(3.8)式的关系, 将第二项之 $(u - y\dot{\psi})\cos(\hat{n}\hat{x})$ 及第三项 $(v + x\dot{\psi})\cos(\hat{n}\hat{y})$ 消去, 则可表示如下:

$$\begin{aligned} & - \iint_S \rho \{ x \cos(\hat{n}\hat{y}) - y \cos(\hat{n}\hat{x}) \} ds \\ & = \rho \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \dot{\phi} \{ x \cos(\hat{n}\hat{y}) - y \cos(\hat{n}\hat{x}) \} ds \\ & + \rho u \iint_S x \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cos(\hat{n}\hat{x}) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cos(\hat{n}\hat{y}) \right\} ds \\ & - \rho v \iint_S y \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cos(\hat{n}\hat{y}) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cos(\hat{n}\hat{x}) \right\} ds \\ & + \rho \iint_S \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right) \left\{ y \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - x \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right\} ds \\ & - \frac{1}{2} \rho \iint_S \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \{ y \cos(\hat{n}\hat{x}) - x \cos(\hat{n}\hat{y}) \} ds \end{aligned} \quad (3.18)$$

再用高斯积分定理, 得到如下关系:

$$\begin{aligned} & \iint_S x \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cos(\hat{n}\hat{x}) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cos(\hat{n}\hat{y}) \right\} ds = \iint_S \phi \cos(\hat{n}\hat{y}) ds \\ & \iint_S y \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cos(\hat{n}\hat{y}) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \cos(\hat{n}\hat{x}) \right\} ds = \iint_S \phi \cos(\hat{n}\hat{x}) ds \\ & \frac{1}{2} \iint_S \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} y \cos(\hat{n}\hat{x}) ds = \iint_S y \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds \\ & \frac{1}{2} \iint_S \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} x \cos(\hat{n}\hat{y}) ds = \iint_S x \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds \end{aligned} \quad (3.19)$$

将 (3.19) 式代入 (3.18) 式, 就可将绕 Z 轴的力矩 N 表示如下:

$$\left. \begin{aligned} N = & \frac{1}{2} \rho \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \phi \{ x \cos(\hat{n}y) - y \cos(\hat{n}x) \} ds \\ & + \frac{1}{2} \rho u \iint_s \cos(\hat{n}y) ds - \frac{1}{2} \rho v \iint_s \cos(\hat{n}x) ds + N_s \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

上述构成 x , y 和 N 的速度势 ϕ 可以用由船舶前进速度, 横移速度 u , v , 转首角速度 $\dot{\psi}$ 和船体水下部分形状决定之函数 ϕ_1 , ϕ_2 和 ϕ_3 表示:

$$\phi = -u\phi_1 - v\phi_2 - \dot{\psi}\phi_3 \quad (3.21)$$

垂直于船体表面的流速 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial n}\right)$ 为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -u \frac{\partial \phi_1}{\partial n} - v \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \dot{\psi} \frac{\partial \phi_3}{\partial n} \quad (3.22)$$

将之与船体表面的边界条件 (3.8) 式相比较, 则得如下关系式:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial n} &= -\cos(\hat{n}x) \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial n} &= -\cos(\hat{n}y) \\ \frac{\partial \phi_3}{\partial n} &= -\{x \cos(\hat{n}y) - y \cos(\hat{n}x)\} \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

将 (3.21)、(3.23) 式代入 (3.15)、(3.16)、(3.20) 式, 可得积分结果, 对左右对称、前后不对称的船体形状来说, 可表示如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \rho \iint_s \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} ds &= -m_x \\ \frac{1}{2} \rho \iint_s \phi_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} ds &= -m_y \\ \frac{1}{2} \rho \iint_s \phi_3 \frac{\partial \phi_3}{\partial n} ds &= J_{zz} \\ \frac{1}{2} \rho \iint_s \phi_2 \frac{\partial \phi_3}{\partial n} ds &= \frac{1}{2} \rho \iint_s \phi_3 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} = m_y a \\ \rho \iint_s \phi_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} ds &= \rho \iint_s \phi_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

式中 m_x 、 m_y 、 J_{zz} 为由流体之动能所定义的 x , y 轴方向的附加质量及绕 z 轴的附加惯性矩, a 为表示附加质量重心与船体固定坐标原点的偏离长度。