

强子结构模型的贝特-沙尔波特波函数 与超强作用的性质

中国科学院数学研究所理论物理研究室
北京大学理论物理研究室基本粒子理论组

一、

最近提出了一个强子结构模型^[1], 在这个模型中强子被认为是几个很重的元强子的束缚态。元强子通过与 SU(3) 旋和自旋无关的超强作用结合起来。强子内部元强子相对运动的速度远小于光速, 而其质心运动则可以是相对论性的。强子结构由一个共变束缚态波函数描述。在文献[1]中, 由上述物理图象出发导出了强子结构波函数的近似表示式。这样得到的波函数满足 SU(6) 对称性的要求, 并且对每个元强子的旋量指标分别满足狄拉克方程, 这组方程形式上与点粒子的巴格曼-维格纳方程一样, 这样导出的结构波函数计算强子所参加的各种过程的矩阵元, 其结果和实验符合得很好。

在本文中, 我们将从贝特-沙尔波特方程出发研究强子的结构波函数。我们在内部运动低速的近似下, 对于超强作用为标量耦合的情形, 得到了满足巴格曼-维格纳方程和 SU(6) 对称性的波函数。但发现对于超强作用其他形式的耦合一般不能得到满足上述要求的波函数。由中强作用引起的波函数的畸变, 一般为中强作用所造成的能级分裂和超强作用能级距离之比的数量级。此外, 我们在瞬时作用近似下得到汤川位势的介子近似波函数。此时介子的半径将为元强子的特征波长的数量级, 远小于实验所要求的。这表明元强子之间的作用在近处不能有象汤川位势那样奇异的吸引力。

二、

介子是一个自旋为 1/2 的元强子与一个自旋为 -1/2 的反元强子组成的束缚态。假设在质心系中它的结构波函数服从如下的贝特-沙尔波特方程:

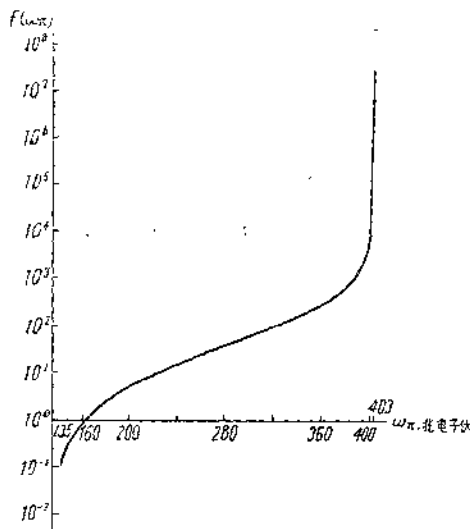
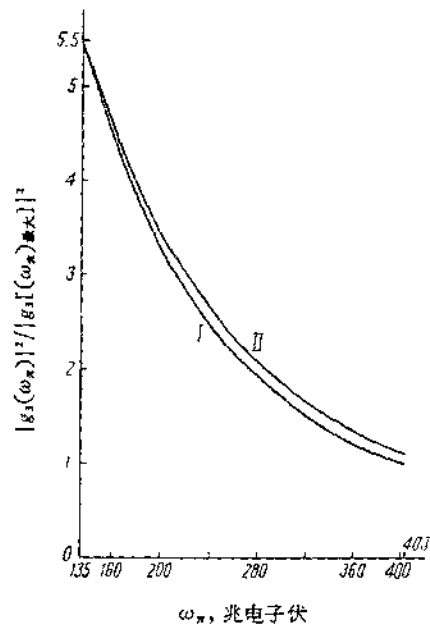
$$\left[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta M - \left(p_0 + \frac{E}{2} \right) \right] \chi(p) \left[-\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta M - \left(p_0 - \frac{E}{2} \right) \right] = -i\beta \sum_R \int d^4 q \Gamma_R^R U_R(p, q) \chi(q) \Gamma_R^R \beta, \quad (1)$$

其中: p 为相对动量; E 为束缚态能量; M 为元强子质量。先考虑 Γ_R^R 简单地由 16 个狄拉克矩阵 S, P, V, A, T 的情形。

$$\Gamma^S = 1, \Gamma^P = i\gamma_5, \Gamma_\mu^V = i\gamma_\mu, \Gamma_\mu^A = \gamma_\mu \gamma_5, \Gamma_{\mu\nu}^T = \frac{1}{2\sqrt{2}i} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu).$$

我们假设在质心系中 $\chi(p)$ 只集中在 $\frac{|\mathbf{p}|}{M} \ll 1$ 处。对(1)式作如下的福尔迪(Foldy)变换可以稍简化一些计算:

$$\psi(p) = S(p) \chi(p) S(p), \quad S(p) = \frac{E_p + M + i\boldsymbol{\gamma} \mathbf{p}}{\sqrt{2E_p(E_p + M)}}, \quad E_p = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}. \quad (2)$$

图2 $\omega^0 \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$ 在点模型下的能谱图3 $\omega^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma$ 顶点的形状因子

$$I(q^2) = \sqrt{\frac{2}{1 + \text{ch}^2 \theta}} \exp \left\{ -a^2 \frac{(m_\omega^2 + m_\pi^2 + q^2)^2 - 4m_\omega^2 m_\pi^2}{64(1 + \text{ch}^2 \theta)m_\omega^2} \right\}, \quad (6)$$

其中

$$\text{ch} \theta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} = \frac{\omega_\pi}{m_\pi}. \quad (7)$$

因为指数因子在积分区域内是缓变的(平方后其变化范围为 0.903 到 1), 所以可以近似地把它略去(这时, 形状因子的变化情况由图 3 曲线 II 标志, 在计算这条曲线时没有略去分母 $|g_1(\omega_\pi)_{\text{最大}}|^2$ 中的指数因子), 那么

$$W = \frac{e^4}{18m^2} \frac{1}{(2\pi)^3} m_\pi (m_\pi + m_\omega + 2m)^2 \int_{(\omega_\pi)_{\text{最小}}}^{(\omega_\pi)_{\text{最大}}} \frac{(\omega_\pi^2 - m_\pi^2)^{3/2}}{[(m_\omega^2 + m_\pi^2) - 2m_\omega \omega_\pi](\omega_\pi^2 + m_\pi^2)} d\omega_\pi, \quad (8)$$

经计算可得

$$W_{\omega^0 \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-} = 8.2 \times 10^{-3} \text{ 兆电子伏}.$$

由文献[1]的结果, 可以求得下面的跃迁几率相对比值为

$$\frac{W_{\omega^0 \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-}}{W_{\omega^0 \rightarrow \pi^0 + \gamma}} = 1\%.$$

如果考虑到计算中略去指数因子所带来的误差, 那么 $W_{\omega^0 \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-}$ 理论值将要变小, 约为 7.4×10^{-3} 兆电子伏(绝大部分积分贡献来自接近 $(\omega_\pi)_{\text{最大}}$ 的区域), 相应的跃迁几率相对比值就为 0.905%.

参 考 文 献

- [1] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, 第 3 期, 167 (1966).
- [2] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组, 原子能, 第 3 期, 137 (1966).

(编辑部收稿日期 1966 年 5 月 21 日)

其中 m 为介子质量。由 (8)–(10) 式即可得到动量为 $\mathbf{p}$ 的介子波函数 $\chi_p(p)$ 。对于 0^- 介子:

$$\chi_p(p) = i \left(1 - \frac{i\mathbf{p}}{m} \right) \gamma_5 f_1(p). \quad (10)$$

对于 1^- 介子:

$$\chi_{p1}(p) = i \left(1 - \frac{i\mathbf{p}}{m} \right) \mathbf{e}^1 g_1(p). \quad (11)$$

这就是文献[1]中得到的波函数。由 (4), (4)', (6), (6)' 还可以看到, 对于标量耦合的情形, f_1 和 g_1 近似满足同样的方程 (取 $E_p E \simeq ME$):

$$\left[p^2 + \left(M - \frac{E}{2} \right)^2 \right] f(p) = -i \int U_S(p, q) f(q) d^4 q, \quad (12)$$

因此有:

$$f_1 = c g_1, \quad (13)$$

即 0^- 介子与 1^- 介子具有相同的轨道波函数。特别是把方程 (12) 当作特征值方程时 0^- 介子和 1^- 介子应有相同的质量, 亦即它们是满足 $SU(6)$ 对称的。

上述结论对于 P, V, A, T 耦合都不成立, 这时 $f_1 = \pm f_2, g_1 = \pm g_2$ 分别与方程 (4), (4)' 及 (6), (6)' 式矛盾, 因此不能得到形式为 (9) 和 (10) 的波函数。

如所熟知的, 对于氘 (Positronium) 的情形相互作用是矢量型的, 可是其贝特-沙尔波特波函数确能近似地满足 (8) 式。在这种情形下, 相互作用主要由库仑场所贡献。如果在 (1) 式中只保留相应于库仑场的 $T_i = \beta_-$ 项我们就能得到 (8) 式。因此自然会产生一个问题: 对于强子来说是否会发生类似的情况? 我们以为这种可能是很少的, 要看清氘与介子两种情形的差别, 可以将 (4), (4)' 式改写为

$$\begin{aligned} \left[p^2 + \left(M + \frac{E}{2} \right)^2 \right] f_+(p) &= -i \int U_V(p, q) f_+(q) d^4 q \\ &\quad - 3i \int U_V(p, q) f_-(q) d^4 q, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \left[p^2 + \left(M - \frac{E}{2} \right)^2 \right] f_-(p) &= -i \int U_V(p, q) f_-(q) d^4 q - \\ &\quad - 3i \int U_V(p, q) f_+(q) d^4 q. \end{aligned} \quad (14)'$$

其中 $f_{\pm} = f_1 \pm f_2$ 。对于氘的情形, 由 (14), (14)' 式可知 f_- 的最小奇点在 $p_0^2 \approx 0$ 处, 而 f_+ 的最小奇点在 $p_0^2 \approx 4M^2$ 处。故假如邻近物理区的奇点重要, 则:

$$|f_+| \ll |f_-|, \quad \therefore f_1 \approx -f_2.$$

但是对于介子的情形, $E \ll M$, 故 $f_{\pm}$ 的奇点 $\left(M \pm \frac{E}{2} \right)^2$ 很相近, 没有理由说 f_+ 和 f_- 的数量级不同。氘和介子两种情形的物理差别在于介子不象氘那样是一个普通的非相对论束缚态, 它内部的元强子虽然以低速运动, 但却有很大的位能。

我们现在来讨论是否有 P, V, A, T 耦合的适当组合可以保证 $0^-, 1^-$ 介子的波函数近似满足巴格曼-维格纳方程和 $SU(6)$ 对称性的要求。由 (4), (4)' 式可知, 要保证 $f_1 = -f_2$, 相互作用必须满足:

$$-U_P + 3U_V + U_A + 3U_T = 0. \quad (15)$$

同样, 由 (6), (6)' 式可知, 要保证 $g_1 = -g_2$, 相互作用必须满足:

考虑 0^- 介子, 这时 $\psi(p)$ 可写为

$$\psi(p) = i\gamma_3 f_1(p) + i\gamma_3 \beta f_2(p) + \gamma_5 \frac{\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p}}{M} f_3(p) + \gamma_5 \beta \frac{\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p}}{M} f_4(p). \quad (3)$$

我们假设 f_3, f_4 的数量级不大于 f_1 和 f_2 , 并且忽略 $O\left(\frac{\mathbf{p}}{M}\right)$, $O\left(\frac{\mathbf{q}}{M}\right)$ 项, 就可得到 f_1 和 f_2 满足如下的方程:

$$\left(E_p^2 - p_0^2 + \frac{E^2}{4}\right) f_1(p) + E_p E f_2(p) = -i \int [U_s(p, q) - U_p(p, q) + 4U_v(p, q) + 4U_A(p, q) + 6U_T(p, q)] f_1(q) d^4 q, \quad (4)$$

$$\left(E_p^2 - p_0^2 + \frac{E^2}{4}\right) f_2(p) + E_p E f_1(p) = -i \int [U_s(p, q) + U_p(p, q) - 2U_v(p, q) + 2U_A(p, q)] f_2(q) d^4 q. \quad (4)'$$

如果 $U(p, q)$ 是 $p-q$ 的偶函数, 则上式中忽略项的数量级为 $O\left(\frac{\mathbf{p}^2}{M^2}\right)$, $O\left(\frac{\mathbf{q}^2}{M^2}\right)$. 另外两个包含 f_3 和 f_4 的方程这里没有写出, f_3, f_4 的数量级不大于 f_1, f_2 的假设和方程组不矛盾. 对于 1^- 介子我们有:

$$\psi_\lambda(p) = e_\mu^\lambda \left[i\gamma_\mu g_1(p) + i\gamma_\mu \beta g_2(p) + \text{含 } \frac{\mathbf{p}}{M} \text{ 项} \right], \mu = 1, 2, 3. \quad (5)$$

其中 e_μ^λ 为极化矢量. 用同样的方法可以证明上式中的 f_1, f_2 满足如下的方程:

$$\left(E_p^2 - p_0^2 + \frac{E^2}{4}\right) g_1(p) + E_p E g_2(p) = -i \int [U_s(p, q) + U_p(p, q) + 2U_v(p, q) - 2U_A(p, q)] g_1(q) d^4 q, \quad (6)$$

$$\left(E_p^2 - p_0^2 + \frac{E^2}{4}\right) g_2(p) + E_p E g_1(p) = -i \int [U_s(p, q) - U_p(p, q) - 2U_v(p, q)] g_2(q) d^4 q. \quad (6)'$$

其余的方程这里没有写出. 假设含 $\frac{\mathbf{p}}{M}$ 的项比 f_1, f_2 小一个数量级与方程组不矛盾.

先考虑纯粹标量耦合的情形, 这时由 (4), (4)' 和 (6), (6)' 式得到:

$$f_1 = \pm f_2, \quad g_1 = \pm g_2. \quad (7)$$

在上两式的右端取负号, 考虑 (2), (3), (5) 式并忽略 $O\left(\frac{\mathbf{p}}{M}\right)$ 项, 对于 0^- 和 1^- 介子都得到:

$$\beta \chi(p) = \chi(p), \quad \chi(p) \beta = -\chi(p). \quad (8)$$

(8) 式的相对论扩充就是巴格曼-维格纳方程式. 实际上, 贝特-沙尔波特方程在如下的洛伦兹变换下不变:

$$\begin{aligned} \chi_p(p) &\rightarrow \Lambda(v) \chi_p(p) \Lambda^{-1}(v), \\ \Lambda(v) &= e^{-\boldsymbol{\alpha} \cdot \frac{\mathbf{v}}{c}}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中:

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}, \quad \theta = \tanh^{-1} |\mathbf{v}|,$$

$\mathbf{v}$ 为两个参考系的相对速度. 对于由质心系到运动系 (在这个参考系中介子的动量为 $\mathbf{p}$) 的洛伦兹变换:

$$\Lambda(\mathbf{v}) = \frac{m - i\hat{\mathbf{p}}\beta}{\sqrt{2m(m+E)}}, \quad \Lambda^{-1}(\mathbf{v}) = \frac{m - i\hat{\mathbf{p}}\beta}{\sqrt{2m(m+E)}}, \quad (9)'$$

我们在上式右方取正号,由(22),(23)式得到

$$\beta\psi = \pm\psi. \quad (24)$$

上式右方的符号我们也取正号,当忽略 $O\left(\frac{\mathbf{p}^{(i)}}{M}\right)$ 项时我们就得到:

$$\beta^{(1)}\chi = \beta^{(2)}\chi = \beta^{(3)}\chi = \chi. \quad (25)$$

ψ 服从的方程是

$$\begin{aligned} & (E_{p^{(1)}} - p_0^{(1)})(E_{p^{(2)}} - p_0^{(2)})(E_{p^{(3)}} - p_0^{(3)})\psi(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}) = \\ & = - \int V(q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)})\delta^4(q^{(1)} + q^{(2)} + q^{(3)}) \frac{M^3}{E_{p^{(1)}} E_{p^{(2)}} E_{p^{(3)}}} \cdot \\ & \quad \cdot \psi(p^{(1)} + q^{(1)}, p^{(2)} + q^{(2)}, p^{(3)} + q^{(3)}) d^4q^{(1)} d^4q^{(2)} d^4q^{(3)} - \\ & \quad - i \left[\int U(q) \frac{M^2}{E_{p^{(1)}} E_{p^{(2)}}} (E_{p^{(3)}} - p_0^{(3)})\psi(p^{(1)} - q, p^{(2)} + q, p^{(3)}) d^4q + \right. \\ & \quad \left. + (1, 2, 3) \text{ 轮换项} \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

(25)式的相对论扩充就是巴格曼-维格纳方程,如果对质心系中的波函数进行洛伦兹变换:

$$\chi_v(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}) \rightarrow \Lambda^{(1)}(v)\Lambda^{(2)}(v)\Lambda^{(3)}(v)\chi_v(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}), \quad (27)$$

就可得到文献[1]中所用的动量为 P 的 $\frac{1}{2}^+$ 重子波函数:

$$\chi_F(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)})_{a,\beta,\gamma} = \left[\left(1 - \frac{i\hat{\mathbf{P}}}{m} \right) \gamma_5 c \right]_{a,\beta} u_F(P) f_F(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}). \quad (28)$$

其中 $u(P)$ 是狄拉克旋量.

对于 $\frac{1}{2}^+$ 重子,在质心系内 Ψ 可写为

$$\Psi_{a,\beta,\gamma} = (\gamma_\mu c)_{a,\beta} \phi_\gamma^\mu + (\beta\gamma_\mu c)_{a,\beta} \phi_\gamma^\mu + \text{含 } \frac{\mathbf{p}^{(i)}}{M} \text{ 的项}, \mu = 1, 2, 3. \quad (29)$$

我们同样得到(25)式,(29)式中的 ϕ^μ 满足和(26)式同样的方程.因此满足 $SU(6)$ 对称性.进行洛伦兹变换(27)后,我们就得到文献[1]中所用的动量为 $\mathbf{p}$ 极化为 λ 的 $\frac{1}{2}^+$ 重子波函数:

$$\chi_{F,\lambda}(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)})_{a,\beta,\gamma} = \left[\left(1 - \frac{i\hat{\mathbf{p}}}{m} \right) \gamma_\mu \right]_{a,\beta} u_{\mu,\lambda}^F(P) f_F(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}), \quad (30)$$

$u_\mu^F(P)$ 满足瑞利塔-许温格方程,(30)式中的轨道波函数 f_F 和(28)中的相同.

同介子的情形一样,对 P, V, A, T 耦合上述结论不成立.

前面的证明中我们假设了贝特-沙尔波特方程(1)和(19)式中的 Γ_i^R 简单地是16个狄拉克矩阵的某一个,在一般的情形下 Γ_i^R 还可能包含 $i\gamma p$ 项,它来自内线的费曼传播子,在忽略 $O\left(\frac{\mathbf{p}}{M}\right)$ 项时只留下 βp_0 项,容易看出我们的主要结论不受这些项的影响.

三、

我们现在来讨论次强作用破坏对波函数的影响,把超强作用能级记作 E_i ,相应的波函数记作 $\chi_i(p)$,其贝特-沙尔波特方程的核记作 U ,把有中强作用参加时的能级记作 W_i ,其波函数记作 $\phi_i(p)$,此时的贝特-沙尔波特核记作 U' .假设 $\phi_0(p)$ 可以展开为 $\chi_i(p)$ 的迭加:

$$\phi_0(p) = a_0\chi_0(p) + \sum_{i>1} a_i\chi_i(p).$$

利用文献[2]的方法可以得到一级微扰公式:

$$-U_P - U_V + U_A - U_T = 0. \quad (16)$$

此外,由(4)'和(6)式可知要保证 $f_1 = cg_1$ 相互作用必须满足:

$$U_V - U_A = 0. \quad (17)$$

由以上三个条件知道 0^- , 1^- 介子波函数近似满足(10), (11)式和 $SU(6)$ 对称性要求的条件是:

(1) 波函数 $\chi(p)$ 集中在 $\left| \frac{\mathbf{p}}{M} \right| \ll 1$ 的区域内, (2) 相互作用为标量耦合或近似满足:

$$U_P = U_V = U_A = -U_T \quad (18)$$

的组合(在四费米子作用的情形满足(18)式的相互作用都可以通过费尔兹(Fierz)变换改写为标量耦合的形式).

下面我们用类似的方法讨论重子的情形. 在结构模型中重子被认为是三个元强子构成的束缚态, 它所服从的贝特-沙尔波特方程为

$$\begin{aligned} & (i\gamma^{(1)}p^{(1)} + M)(i\gamma^{(2)}p^{(2)} + M)(i\gamma^{(3)}p^{(3)} + M)\chi(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}) \\ &= -i \sum_R \int U_R(q) \Gamma_i^{R(1)} \Gamma_i^{R(2)} (i\gamma^{(3)}p^{(3)} + M) \chi(p^{(1)} - q, p^{(2)} + q, p^{(3)}) d^4q \\ & - i \sum_R \int U_R(q) (i\gamma^{(1)}p^{(1)} + M) \Gamma_i^{R(2)} \Gamma_i^{R(3)} \chi(p^{(1)}, p^{(2)} - q, p^{(3)} + q) d^4q \\ & - i \sum_R \int U_R(q) \Gamma_i^{R(1)} (i\gamma^{(2)}p^{(2)} + M) \Gamma_i^{R(3)} \chi(p^{(1)} + q, p^{(2)}, p^{(3)} - q) d^4q \\ & - \sum_R \int V_R(q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \delta^4(q^{(1)} + q^{(2)} + q^{(3)}) \Gamma^{R(1,2,3)} \chi(p^{(1)} + q^{(1)}, \\ & p^{(2)} + q^{(2)}, p^{(3)} + q^{(3)}) d^4q^{(1)} d^4q^{(2)} d^4q^{(3)}. \end{aligned} \quad (19)$$

和对介子一样作福尔迪变换:

$$\Psi(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}) = S^{(1)}(p^{(1)}) S^{(2)}(p^{(2)}) S^{(3)}(p^{(3)}) \chi(p^{(1)}, p^{(2)}, p^{(3)}). \quad (20)$$

对于 $\frac{1}{2}^+$ 重子, 在质心系中 Ψ 可写为

$$\Psi_{a,b,r} = (\gamma_5 c)_{a,b} \phi_r + (\beta \gamma_5 c)_{a,b} \phi_r + \text{含 } \frac{\mathbf{p}^{(i)}}{M} \text{ 项}. \quad (21)$$

在标量耦合下, 如果忽略 $O\left(\frac{\mathbf{p}^{(i)}}{M}\right)$ 、 $O\left(\frac{\mathbf{q}^{(i)}}{M}\right)$ 项, ϕ , ϕ 就满足如下的方程:

$$\begin{aligned} & (E_{p^{(1)}} E_{p^{(2)}} + p_0^{(1)} p_0^{(2)})(E_{p^{(3)}} - \beta p_0^{(3)}) \phi - (E_{p^{(1)}} p_0^{(2)} + E_{p^{(2)}} p_0^{(1)}) \cdot \\ & (E_{p^{(3)}} - \beta p_0^{(3)}) \phi = - \int V(q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \delta^4(q^{(1)} + q^{(2)} + q^{(3)}) \cdot \\ & \cdot \frac{M^3}{E_{p^{(1)}} E_{p^{(2)}} E_{p^{(3)}}} \phi(p^{(1)} + q^{(1)}, p^{(2)} + q^{(2)}, p^{(3)} + q^{(3)}) d^4q^{(1)} d^4q^{(2)} d^4q^{(3)} - \\ & - i \int U(q) \frac{M^2}{E_{p^{(1)}} E_{p^{(2)}}} (E_{p^{(3)}} - \beta p_0^{(3)}) \phi(p^{(1)} - q, p^{(2)} + q, p^{(3)}) d^4q - \\ & - i \int U(q) \frac{M^2}{E_{p^{(1)}} E_{p^{(3)}}} [E_{p^{(2)}} \phi(p^{(1)}, p^{(2)} - q, p^{(3)} + q) - p_0^{(2)} \phi(p^{(1)}, p^{(2)} - q, \\ & p^{(3)} + q)] d^4q - i \int U(q) \frac{M^2}{E_{p^{(2)}} E_{p^{(1)}}} [E_{p^{(3)}} \phi(p^{(1)} + q, p^{(2)}, p^{(3)} - q) \\ & - p_0^{(3)} \phi(p^{(1)} + q, p^{(2)}, p^{(3)} - q)] d^4q. \end{aligned} \quad (22)$$

另一方程可以由交换(22)式中的 ϕ 和 ϕ 而得到. 因此我们有:

$$\phi = \pm \phi. \quad (23)$$

所以当束缚能很大时,波函数都缩聚在中心处,事实上(36)式就是氢原子的波函数。因为这时波函数的分布半径很小,所以汤川位势与库仑势的差别可以忽略,这是其波函数接近于氢原子波函数的物理原因。以上计算说明元强子之间的位势在近处不能有象 r^{-1} 那样奇异的吸引力。

参 考 文 献

- [1] 中国科学院原子能研究所基本粒子理论组,原子能,第3期,137(1966);北京大学理论物理研究室基本粒子理论组,中国科学院数学研究所理论物理研究室,北京大学学报,第2期,103(1966)。
- [2] A. Klein, C. Zemach, *Phys. Rev.*, **109** 126 (1957)。

(编辑部收稿日期 1966 年 6 月 13 日)

$$a_i = a_0 \left[\frac{\int \chi_i^+(p) V(p, p') \chi_0(p') d^4 p d^4 p'}{W_0 - E_i} + \frac{1}{4} (W - E_0) \times \right. \\ \left. \times \int \chi_i^+(p) \chi_0(p) d^4 p \right] + \frac{1}{4} \sum_{k \neq i} a_k (W - E_k) \int \chi_i^+(p) \chi_k(p) d^4 p, \quad (31)$$

$$W_0 - E_0 = \int \chi_0^+(p) V(p, p') \chi_0(p') d^4 p d^4 p', \quad (32)$$

其中

$$V(p, p') = \beta [U'(p, p') - U(p, p')] \beta. \quad (33)$$

由此可知, $\left| \frac{a_i}{a_0} \right|$ 为中强能级分裂和两个量子数完全相同的超强能级间距离之比的数量级。因为实验上还没有发现质量不同而量子数完全相同的粒子, 忽略中强作用对波函数的影响看来是一个好的近似。

四、

考虑到元强子在强子内部运动很慢, 它们之间的超强作用可看作是瞬时作用, 这时的核函数可以改写成 $U(\mathbf{p} - \mathbf{q})$ 定义为

$$\varphi(\mathbf{p}) = \int f(p) d p_0.$$

利用留数定理可将(12)式改写为

$$2\sqrt{\mathbf{p}^2 + \left(M - \frac{E}{2}\right)^2} \varphi(\mathbf{p}) = \int U_i(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \varphi(\mathbf{q}) d^3 q. \quad (34)$$

上式与薛定谔方程:

$$\left(\frac{\mathbf{p}^2}{M} + 2M - E\right) \varphi(\mathbf{p}) = \int U_i(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \varphi(\mathbf{q}) d^3 q \quad (35)$$

只差一个二级小量。

对于汤川位势

$$U(\mathbf{p} - \mathbf{q}) = \lambda \frac{1}{(\mathbf{p} - \mathbf{q})^2 + \mu^2},$$

我们取尝试波函数:

$$\varphi(\mathbf{p}) = \frac{1}{\left[\mathbf{p}^2 + 2M \left(M - \frac{E}{2}\right)\right]^2}, \quad (36)$$

代入(35)式右方, 并假设 $\frac{\mu^2}{M^2} \ll 1$ 就得到:

$$\varphi(\mathbf{p}) = \lambda \pi^2 \frac{2M^2 + \mu^2 + \mathbf{p}^2 - 2\sqrt{2}Mu}{\sqrt{2} [4\mathbf{p}^2\mu^2 + (2M^2 - \mu^2 + \mathbf{p}^2)^2]} (\mathbf{p}^2 + M(2M - E))^{-1} \\ \simeq \lambda \pi^2 \frac{1}{\sqrt{2} (2M^2 + \mathbf{p}^2)^2}. \quad (37)$$

将上式与(36)式比较, 如果取:

$$\lambda \pi^2 = \sqrt{2},$$

则(36)式是一个相当精确的近似解, 但是这个波函数所描述的是一个很“瘦”的介子, 其半径约为 M^{-1} 。这与初步的实验结果相差很远(事实上在波函数(36)式中 $\mathbf{p}^2 \approx M^2$ 的区域也重要, 这和我们推导(35)式所用的假设冲突)。这个现象的物理解释是: 汤川位势在原点是奇异的,