

高等学校试用教材

物 理 学

习 题 解 答 (I)

(教师参攷用资料)

南京工学院物理教研组

1982年6月



录

第一章	质点运动学	1.1 ~ 1.26
第二章	牛顿运动定律	2.1 ~ 2.21
第三章	功与能	3.1 ~ 3.17
第四章	动量	4.1 ~ 4.19
第五章	刚体的转动	5.1 ~ 5.18
第六章	万有引力	6.1 ~ 6.8
第七章	气体分子运动论	7.1 ~ 7.13
第八章	热力学基础	8.1 ~ 8.14
第九章	静电场	9.1 ~ 9.16
第十章	静电场中的导体和介质	10.1 ~ 10.13
第十一章	直流电	11.1 ~ 11.7
第十二章	磁场	12.1 ~ 12.17

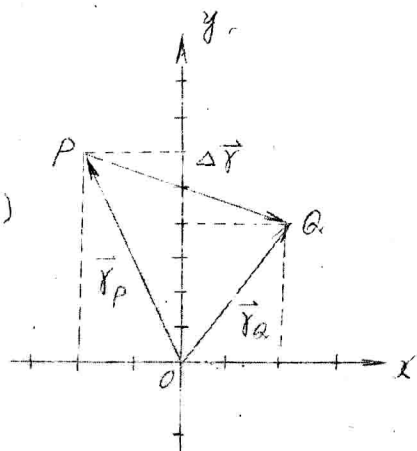
第一章 质点运动学习题解答

1-1 从原点到P点的位置矢量 $\vec{r}_p = -2\vec{i} + b\vec{j}$ 。而P点到Q点的位移 $\Delta\vec{r} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ 。求从原点到Q点的位置矢量，并作图表示。

解：设原点到Q点的位置矢量为 $\vec{r}_q$ ，据题意有 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_q - \vec{r}_p$ ，则

$$\begin{aligned}\vec{r}_q &= \vec{r}_p + \Delta\vec{r} \\ &= (-2\vec{i} + b\vec{j}) + (4\vec{i} - 2\vec{j}) \\ &= 2\vec{i} + 4\vec{j}\end{aligned}$$

位置矢量与位移之间的关系如图示。



1-2 一质点沿x轴作直线运动，其速度与时间之间的关系如图示。设 $t=0$ 时， $x=0$ ，试根据已知的 $v-t$ 图，画出 $a-t$ 图和 $x-t$ 图。

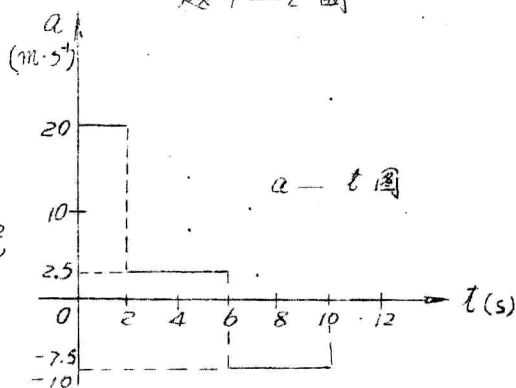
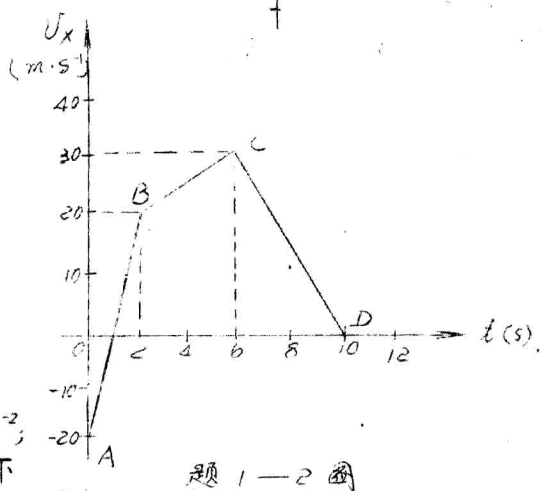
解：由加速度 $a = \frac{dv}{dt}$ 式知， $v-t$ 线的斜率即为加速度 a 。则从已知 $v-t$ 图可得

$$a_{0-2} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; \quad a_{2-6} = 2.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2};$$

$$a_{6-10} = -7.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

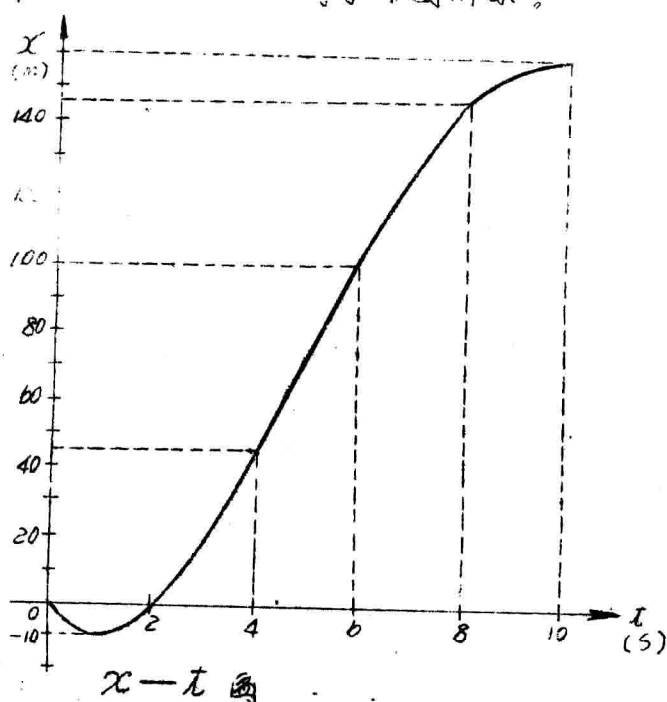
结果示于右下各图。

由 $v = \frac{dx}{dt}$ ，位移 $x = \int v dt$ 和 $v-t$ 线与x轴所围的面积即为位移，则从已知 $v-t$ 图可得 $x_{0-2} = -20\Delta t + 10\Delta t^2$ ，其 $x_1 = -10 \text{ m}$ ， $x_2 = 0$ ； $x_{2-6} = 20\Delta t + \frac{2.5}{2} \Delta t^2$



其 $x_4 = 45 \text{ m}$, $x_6 = 100 \text{ m}$; $x_{6 \sim 10} = 100 + 30 \Delta t - \frac{7.5}{2} \Delta t^2$, 其 $x_8 = 145 \text{ m}$, $x_{10} = 160 \text{ m}$.

据上 作 $x-t$ 图于下图所示。



1—3 一质点作直线运动, 它的运动方程为 $x = bt - ct^2$, 方程中 b, c 是常数。(1) 此质点的速度和加速度与时间的函数怎样, (2) 作出 $x-t$ 图、 $v-t$ 图和 $a-t$ 图。

解: (1) 速度与时间的函数关系为

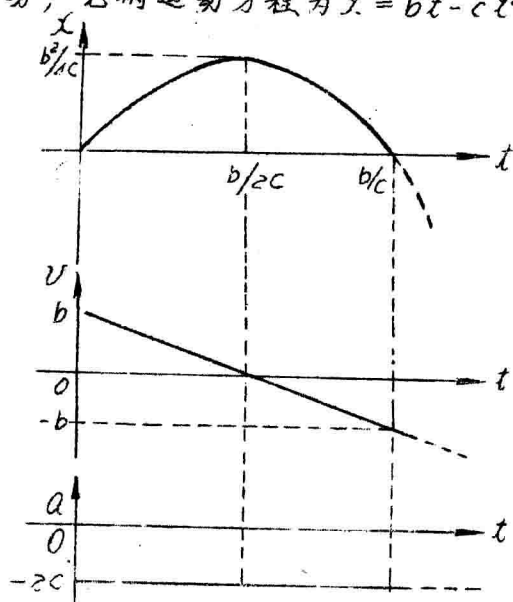
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = b - 2ct$$

加速度与时间的函数关系为

$$a = \frac{dv}{dt} = -2c$$

(2)

据 $x = bt - ct^2$ 和 $v = b - 2ct$ 而式求得



$v_0 = b$, $x_{\max} = \frac{b^2}{4c}$, 则作 $x-t$ 图 $v-t$ 图和 $a-t$ 如上图所示。

1-4 物体按照 $x = 4.9 t^2 \text{ m}$ 的规律运动。(1) 计算下列各时间内的平均速度: 1秒到1.1秒, 1秒到1.01秒, 1秒到1.001秒; (2) 求1秒末的瞬时速度; (3) 说明上述结果。

解 平均速度
$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{4.9 t_2^2 - 4.9 t_1^2}{t_2 - t_1} = 4.9(t_2 + t_1) \text{ m/s}$$

可分别得到不同时间内平均速度量值为

$$\bar{v}_{1-1.1} = 4.9(1.1 + 1) = 10.29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{v}_{1-1.01} = 4.9(1.01 + 1) = 9.849 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{v}_{1-1.001} = 4.9(1.001 + 1) = 9.8049 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(2) 1秒末瞬时速度的量值为

$$v_1 = \frac{dx}{dt} = 2 \times 4.9 t_1 = 2 \times 4.9 \times 1 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(3) 上述结果说明当时间间隔 Δt 趋近于零时平均速度的量值就是 t 时刻瞬时速度的量值。

1-5 一质点以 $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的恒定速率向东运动。当它到达距出发点为 d 的一点时, 立即以 $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的恒定速率往回运动, 并返回原处。问质点在全程中的平均速度大小和平均速率各为多少?

解 由题意知质点的位移大小 $|\Delta \vec{r}| = 0$, 所以质点的平均速度大小为 $|\bar{v}| = \left| \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = 0$

质点的平均速率 $\bar{v} = \frac{s}{\Delta t}$

由题意知路程 $s = 2d$

往返时间
$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2} = d \left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2} \right)$$

则质点的平均速率为
$$\bar{v} = \frac{2d}{d \left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2} \right)} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \times 10 \times 20}{10 + 20} = 13.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

1—6 矿井里的升降机，在井底从静止开始匀加速上升，经过 3 s，速度达到 $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，然后以这个速度匀速上升 6 s，最后减速上升经过 3 s 到达井口时，刚好停止。(1) 求矿井深度；(2) 给出 $x-t$ 图， $v-t$ 图和 $a-t$ 图。

解：(1) 取竖直向上为 x 轴的正向，井底为坐标原点。则矿井的深度为

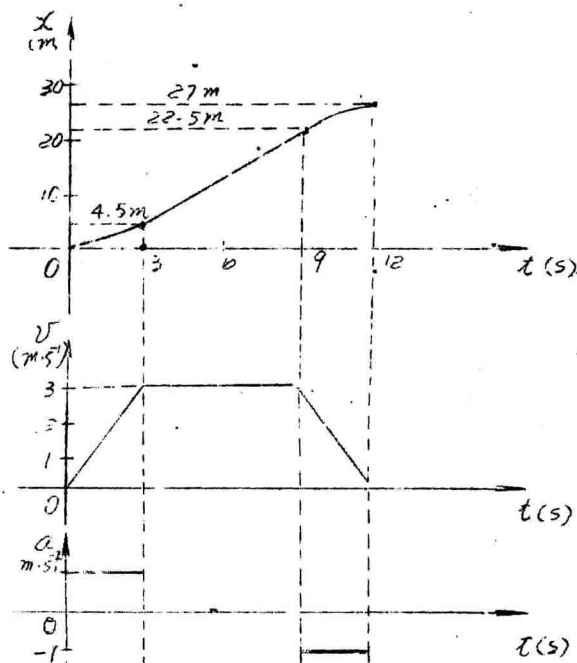
$$\begin{aligned} x &= \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \\ &= \frac{1}{2} a_1 \Delta t_1^2 + v \Delta t_2 \\ &\quad + (v \Delta t_3 - \frac{1}{2} a_2 \Delta t_3^2) \end{aligned}$$

$$= v \left(\frac{1}{2} \Delta t_1 + \Delta t_2 + \frac{1}{2} \Delta t_3 \right)$$

$$= 3 \times \left(\frac{3}{2} + 6 + \frac{3}{2} \right)$$

$$= 27 \text{ m}.$$

(2) $x-t$ 图 $v-t$ 图 $a-t$ 图如右图所示。



1—7 一人的左右手掌相距 0.5 m ，它们以 $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 和 $-4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度相向运动。设有一昆虫原先在左手掌上，以 $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度飞向右手掌，当它碰到右手掌后，立即又以相同的速度飞回左手掌，于是昆虫连续地飞行在两手掌之间。试求在两手碰到一起之前，昆虫飞行的总路程。

解：设手掌的速度为 U ，昆虫的速度为 V ，两手掌的距离为 d ，昆虫飞行总路程为 S 。那么昆虫飞行的总路程为

$$S = S_1 + S_2 + \cdots + S_i + \cdots + S_n + S_{n+1}$$

$$= V(l_1 + l_2 + \cdots + l_i + \cdots + l_n + l_{n+1})$$

$$= V \left(\frac{d_0}{V+U} + \frac{d_1}{V+U} + \cdots + \frac{d_{i-1}}{V+U} + \cdots + \frac{d_n}{V+U} \right)$$

$$= \frac{V}{V+U} (d_0 + d_1 + d_2 + \cdots + d_{i-1} + \cdots + d_n)$$

1 ~ 5

式中的 $d_0 = 0.5 \text{ m}$

$$d_1 = d_0 - 2vt_1 = d_0 - 2v \frac{d_0}{v+U} = d_0 \frac{v-U}{v+U}$$

$$d_2 = d_1 - 2vt_2 = d_1 \frac{v-U}{v+U} = d_0 \left(\frac{v-U}{v+U} \right)^2$$

$$d_n = d_0 \left(\frac{v-U}{v+U} \right)^n$$

则

$$S = d_0 \frac{v}{v+U} \left\{ 1 + \frac{v-U}{v+U} + \left(\frac{v-U}{v+U} \right)^2 + \dots + \left(\frac{v-U}{v+U} \right)^n \right\}$$

$$= d_0 \frac{v}{v+U} \left\{ 1 + \frac{\frac{v-U}{v+U} \left[\left(\frac{v-U}{v+U} \right)^n - 1 \right]}{\frac{v-U}{v+U} - 1} \right\}$$

由题意知当其 $n \rightarrow \infty$ 时, 由于 $0 < \left(\frac{v-U}{v+U} \right) < 1$, 式 $\left(\frac{v-U}{v+U} \right)^n = 0$

结果

$$S = d_0 \frac{v}{v+U} \left\{ 1 + \frac{v-U}{2U} \right\} = d_0 \frac{v}{2U}$$

$$= 0.5 \times \frac{0}{2 \times 4} = 0.625 \text{ m}$$

1-8 湖中有一小船。岸上有人用绳跨过定滑轮拉船靠岸。当人以匀速 U 拉绳, 船运动的速度 U' 为多少? 设滑轮距水面高度为 h , 滑轮到原船位置的绳长为 l_0 。

解: 由题 1-8 图可知, 任一时刻滑轮到船的绳长为

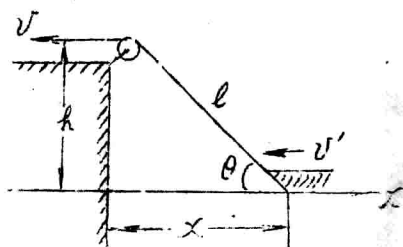
$$l = l_0 - Ut$$

船到岸的距离为

$$x = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(l_0 - Ut)^2 - h^2}$$

那么船的运动速度大小为

$$U' = \frac{dx}{dt} = \frac{-2(l_0 - Ut)(-U)}{2\sqrt{(l_0 - Ut)^2 - h^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{h}{l_0 - Ut} \right)^2}}$$



题 1-8 图

1-9 路灯距地面高为 H , 行人身高为 h 。若人以匀速 U 背路灯行走, 人头顶影子的移动速 U' 为多少?

解: 据题 1-9 图, 人的位置

$$x = OE = vt$$

人头顶的影子位置

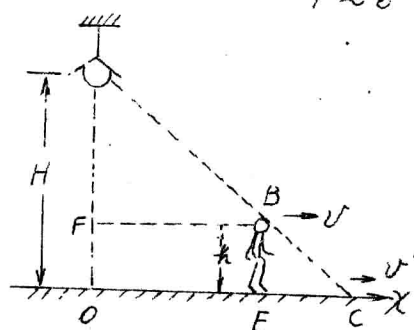
$$x' = OC$$

$$\frac{OC}{OE} = \frac{H}{H-h} = \frac{x'}{vt}$$

得 $x' = \frac{H}{H-h} vt$

则人头顶影子的速 v' 为

$$v' = \frac{dx'}{dt} = \frac{H}{H-h} v$$

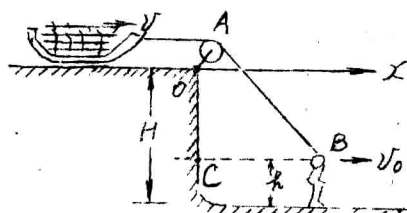


题 1-9 图

1-10 一身高为 h 的人，用绳子拉一雪橇奔跑，雪橇放在高出地面 H 的光滑的平台上。若人奔跑的速率是 v_0 ，求雪橇的速度和加速度

解：设开始时绳长为 l_0 ，人由平台边开始奔跑，任一时刻的绳子长度为 l ，由图可知

$$l = AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{(H-h)^2 + (v_0 t)^2}$$



题 1-10 图

那么雪橇从开始到任一时刻水平移动的距离为

$$x = l - l_0 = \sqrt{(H-h)^2 + (v_0 t)^2} - l_0$$

则雪橇的速度大小为

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{v_0^2 t}{\sqrt{(H-h)^2 + v_0^2 t^2}}$$

雪橇的加速度大小为

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{v_0^2}{\sqrt{(H-h)^2 + v_0^2 t^2}} - \frac{v_0^4 t^2}{[(H-h)^2 + v_0^2 t^2]^{3/2}} = \frac{(H-h)^2 v_0^3}{[(H-h)^2 + v_0^2 t^2]^{3/2}}$$

1-11 一火箭在高地面 50m 高的炮台发射，以 20 ms^{-1} 的恒定速度沿正上方发射。7s 后火箭开始下落，求火箭发射到返回

1 ~ 7

地面所经历的时间。

解：选取直向上为 y 轴正方向，原点位于地面。设火箭从发射到燃料用毕的时间为 $t_0 = 7\text{ s}$ ，燃料用毕到返回地面的时间为 t 。知 $H = 50\text{ m}$ ， $v_0 = 20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。

据题意_取取坐标，列出箭的运动方程为

$$y = H + v_0 t_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

火箭返回地面时 $y = 0$ ，即

$$H + v_0 t_0 - v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 50 + 20 \times 7 + 20t - \frac{1}{2} \cdot 9.8 t^2 = 0$$

将 $t = 8.6\text{ s}$

则火箭从发射到返回地面所经历的时间为

$$T = t_0 + t = 7 + 8.6 = 15.6\text{ s}$$

1-12 甲乙两物体同时由同一地点向同一方向运动。甲作匀速运动，速率为 $10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ；乙作匀加速运动，初速为零，加速度为 $1\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ，问(1)物体乙追上物体甲时，离出发点多远？

(2) 相遇前，两者相距最远的距离为多少？

解 (1) 以甲乙两物体的运动方向为坐标为 x 轴的正方向，其出发点为 x 轴的原点。已知 $v_1 = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ， $a_2 = 1\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ 。据题意甲、乙两物体的运动方程分别为

$$x_1 = v_1 t$$

$$x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

当物体乙追上物体甲时 $x_1 = x_2$ ，即

$$v_1 t = \frac{1}{2} a_2 t^2$$

得 $t = \frac{2v_1}{a_2}$

则物体乙追上物体甲时离出发点的距离为

$$x = v_1 t = \frac{2v_1^2}{a_2} = \frac{2 \times 10^2}{1} = 200\text{ m}$$

(2) 任一时刻甲乙两物体相距的距离为

$$\Delta x = x_1 - x_2 = v_1 t - \frac{1}{2} a_2 t^2$$

$$\frac{d(\Delta x)}{dt} = v_1 - a_2 t = 0$$

得两物体相距最远时的时刻为

$$t = \frac{v_1}{a_2}$$

则求，甲乙两物体相距最远的距离为

$$\Delta x_{\max} = v_1 \frac{v_1}{a_2} - \frac{1}{2} a_2 \frac{v_1^2}{a_2^2} = \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{a_2} = \frac{1}{2} \frac{10^2}{1} = 50 \text{ m}$$

1-13 有两个球A和B。球A从地面铅直上抛，B球从100m高的建筑物顶端由静止下落。A球上抛刚能达到建筑物的顶端。若A球上抛的同时，B球由静止下落。试求两球在距地面什么位置处相过？

解：已知 $H = 100 \text{ m}$ 。建立坐标轴 y 垂直向上，原点在地面。据题意A和B两球的运动方程分别为

$$y_1 = v_{10} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_2 = H - \frac{1}{2} g t^2$$

当A、B两球相过时 $y_1 = y_2$ ，即

$$v_{10} t - \frac{1}{2} g t^2 = H - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \frac{H}{v_{10}}$$

两球相过时距地面高度为

$$y = H - \frac{1}{2} g t^2 = H - \frac{1}{2} g \frac{H^2}{v_{10}^2}$$

$$v_1^2 = v_{10}^2 - 2gH = 0$$

$$v_{10} = \sqrt{2gH}$$

$$y = H - \frac{1}{2} g \frac{H^2}{2gH} = \frac{3}{4} H = \frac{3}{4} \times 100 = 75 \text{ m}$$

1-14 一皮球从10m高处自由下落，触地后竖直向上跳起。设它上跳的速率为着地时速率的5/7，则球能跳起多高？从开始下落到第二次着地要经历多少时间？

解：知 $H = 10 \text{ m}$ 。由题意，皮球第一次着地时的速率为

1 ~ 9

$$v_1 = \sqrt{2gH}$$

皮球第一次跳起的速度为

$$v_2 = \frac{5}{7} v_1 = \frac{5}{7} \sqrt{2gH}$$

则皮球第一次跳起的高度为

$$h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{(\frac{5}{7}\sqrt{2gH})^2}{2g} = \frac{25}{49} H = \frac{25}{49} \times 10 = 5.10 \text{ m}$$

皮球从开始下落到第二次着地经历的时间为

$$\begin{aligned} t &= t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} + 2\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} (1 + 2 \times \frac{5}{7}) \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 10}{9.8}} \times \frac{17}{7} = 3.47 \text{ s} \end{aligned}$$

1—15 铅直上抛一球，上升时先经过P点再经Q点，下落时先经过Q点再经P点。已知球两次经过P、Q之间所需的时间为1秒，且知Q点比P点高5m。问球从P点上升的高度。

解：P、Q之间的距离为 $h=5\text{m}$ ，球经PQ之间一次所需时间 $t=\frac{1}{2}\text{s}$ 。取原点在P点铅直向上为y轴正方向。设球上抛经P点的速度为 v_1 ，经Q点的速度为 v_2 。则由题意球上抛时遵循

$$v_2 = v_1 - gt$$

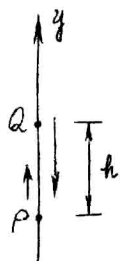
$$v_2^2 = v_1^2 - 2gh$$

$$\text{由上两式求得 } v_1 = \frac{1}{2}gt + \frac{h}{t}$$

则球从P点上升的高度为y由

$$v^2 = v_1^2 - 2gy = 0$$

$$\begin{aligned} \text{求得 } y &= \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(\frac{1}{2}gt + \frac{h}{t})^2}{2g} = \frac{h}{2} + \frac{1}{8}gt^2 + \frac{h^2}{2gt^2} \\ &= \frac{5}{2} + \frac{1}{8} \times 9.8 \times \frac{1}{4} + \frac{5^2}{2 \times 9.8 \times \frac{1}{4}} = 7.91 \text{ m} \end{aligned}$$



1—16 以初速 $20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 铅直上抛一物体以后，又以 $10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的初速铅直上抛另一物体，在高度为4m的地方相遇，试求上

抛出物体所需的时间差多少?

解: 知 $v_{10} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ $v_{20} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $H = 4 \text{ m}$
取竖直向上为坐标 y 轴的正方向, 原点在物体的
抛出点。由题意两物体的运动方程分别为

$$y_1 = v_{10} t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$y_2 = v_{20} t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

两物体相遇时 $y_1 = y_2 = H = 4 \text{ m}$ 代入上式

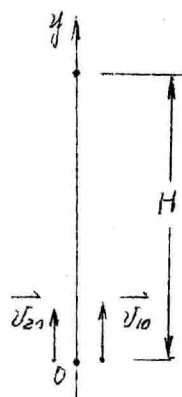
$$4 = v_{10} t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 20 t_1 - 4.9 t_1^2$$

得 $t_1 = 3.871 \text{ s}$

$$4 = v_{20} t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = 10 t_2 - 4.9 t_2^2$$

得 $t_2 = 0.546 \text{ s}$

则上抛两物体先后抛出的时间为 $\Delta t = t_1 - t_2 = 3.871 - 0.5460 = 3.33 \text{ s}$



1-17 一升降机以加速度 $1.22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 上升, 当上升速度为 $2.44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 有一螺丝自升降机的天花板上脱落, 天花板与升降机的地面相距 2.74 m 。计算: (1) 螺丝从天花板落到地面所需时间; (2) 螺丝相对于升降机外固定柱子的下降距离。

解: (1) 以升降机外固定柱子为参照系, 设铅直向上为坐标
轴的正方向, 原点设在螺丝脱离时刻升降机的底面所在的位置。
据题意设升降机天花板脱离螺丝时刻为起始时刻 $t_0 = 0$, 升降
机底面和螺丝同具有向上的初速度 $v_0 = 2.44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 升降机底面
具有向上的加速度 $a = 1.22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 螺丝具有向下的加速度 $g =$
 $9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。据所取坐标系, 升降机底面初始位置为零, 螺丝初
始位置为 $H = 2.74 \text{ m}$ 。这样升降机的底面和螺丝的运动方程分别
为

$$h_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$h_2 = H + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

当螺丝落到升降机地面时有 $h_1 = h_2$, 即

$$v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = H + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

1 ~ 11

得细丝掉到升降机地面所需时间

$$t = \sqrt{\frac{2H}{a+g}} = \sqrt{\frac{2 \times 2.74}{1.22 + 9.8}} = 0.7055$$

(2) 细丝相对于升降机外固定柱子的下降距离为

$$\begin{aligned} d = H - h_2 &= -v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g \frac{2H}{a+g} - v_0 \sqrt{\frac{2H}{a+g}} \\ &= \frac{9.8 \times 2.74}{1.22 + 9.8} - 2.44 \sqrt{\frac{2 \times 2.74}{1.22 + 9.8}} = 0.717 \text{ m} \end{aligned}$$

1-18. - 质点以初速 v_0 与水平面成 α 角抛出。设空气阻力略去不计。试证明此质点到达最高点的时间和最大高度为：

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}, \quad h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

以及质点在水平面上的最大射程为：

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

解：取 xOy 直角坐标系，质点的抛出点为原点，质点运动的水平方向为 x 轴正方向，铅直向上为 y 轴正方向。按题意，质点的运动方程为

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

当质点到达最高点时， y 方向的速度为零，即

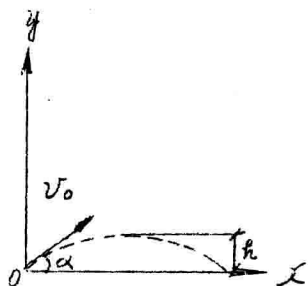
$$\frac{dy}{dt} = v_0 \sin \alpha - g t = 0$$

由此可解得

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

质点到达的最大高度为

$$\begin{aligned} h = y_{\max} &= v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \sin \alpha \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} \\ &= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \end{aligned}$$



当质点在水平面上达到最大射程 $R = X_{\max}$ 时, $y = 0$

则由

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

消去 t 可得最大射程为

$$\begin{aligned} R = X_{\max} &= v_0 \cos \alpha \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \\ &= \frac{2 v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \text{证毕。} \end{aligned}$$

2-19 一球在高为 0.8 m 的水平桌面上滚动, 离开桌面后, 在离桌边水平距离为 1 m 处着地。求该球离开桌面时的速度。

解: 建立 xOy 直角坐标系, 球离开桌面处为原点, 球水平滚动方向为 x 轴的正方向, 铅直向下为 y 轴的正方向。设球离开桌面时的速度为 v_0 , 离开桌面后作平抛运动, 则据所建立的坐标系, 球的运动方程为

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

已知球着地时 $x = 1 \text{ m}$, $y = 0.8 \text{ m}$, 代入上述两式 解得球离开桌面时的速度为

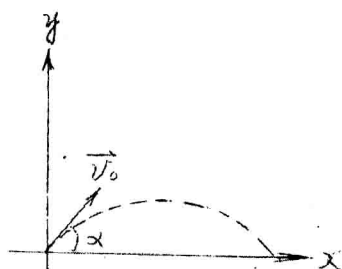
$$v_0 = \frac{x}{\sqrt{\frac{2y}{g}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2 \times 0.8}{9.8}}} = 2.48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2-20 一物体与水平面成 α 角抛出。已知物体在最高点时速率为 $12.25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 落地点距原点为 38.2 m 。求抛出时物体的初速度及它所达到的最大高度。(空气阻力忽略不计)

解: 取如图所示坐标, 物体的运动方程为

$$x = v_0 \cos \alpha t = v_{0x} t \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y &= v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \\ &= v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2) \end{aligned}$$



1 ~ 13

据题意已知 $v_{0x} = 12.25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $R = x_{\max} = 38.2 \text{ m}$, 代入式 (1) 求得物体在空中的时间为

$$t = \frac{x_{\max}}{v_{0x}} = \frac{38.2}{12.25} = 3.12 \text{ s}$$

则物体达最大高度所需时间 $t' = \frac{t}{2} = \frac{1}{2} \times 3.12 = 1.56 \text{ s}$, 这时刻

$v_y = v_{0y} - gt' = 0$ 得

$$v_{0y} = gt' = 9.8 \times 1.56 = 15.28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

则物体的初速度为

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{12.25^2 + 15.28^2} = 19.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \tan^{-1} \frac{15.28}{12.25} = 51^\circ 17'$$

物体所达到的最大高度为

$$h = y_{\max} = v_{0y} t' - \frac{1}{2} g t'^2 = 15.28 \times 1.56 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.56^2 = 11.9 \text{ m}$$

1-21 一球以 $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的初速, 从高 50 m 的悬崖边缘为水平方向抛出, 问: (1) 球在空中飞行的时间是多少? (2) 球碰地时的位置在何处? (3) 速度作为时间的函数怎样?

解: (1) 据题意作示意图, 坐标系如图所示. 由示意图和所选坐标系, 球作平抛运动的运动方程为:

$$x = v_0 t \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

已知: $y_{\max} = 50.0 \text{ m}$, 代入式 (2)

得球在空中飞行的时间是

$$t = \sqrt{\frac{2y_{\max}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 50}{9.8}} = 3.19 \text{ s}$$

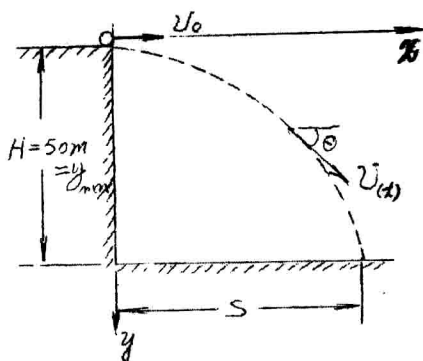
(2) 以 $t = 3.19 \text{ s}$ 和 $v_0 = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 代入式 (1) 得球落地位置

为:

$$S = x_{\max} = 10 \times 3.19 = 31.9 \text{ m}$$

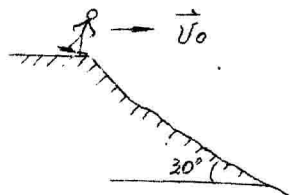
(3) 速度作为时间的函数为

$$v_{t1} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} = \sqrt{10^2 + 9.8^2 t^2} = \sqrt{100 + 96 t^2}$$



$$Q = t_g^{-1} \frac{v_y}{v_x} = t_g^{-1} \frac{gt}{v_0} = t_g^{-1} 0.98t$$

1-22 如图所示，滑习运动员以 $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度离开水平跑道，试求滑习运动员落在 30° 斜坡上的位置。设此斜坡是很长的。



题 1-22 题

解：以水平滑行的方向为坐标 x 轴正方向，铅直向下为 y 轴正方向，原点设在这运动员离开水平跑道处，据所选坐标，滑习运动员作平抛运动的运动方程为：

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

而
$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2} g t^2}{v_0 t} = \frac{g t}{2 v_0}$$

已知 v_0 和 α ，由此可求得运动员在空中的时间

$$t = \frac{2 v_0 \tan \alpha}{g}$$

那么运动员飞行的水平距离和下降的距离分别为

$$x = v_0 t = \frac{2 v_0^2 \tan \alpha}{g}$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{2 v_0^2 \tan^2 \alpha}{g}$$

则滑习运动员落在斜坡上的位置为

$$\begin{aligned} l &= \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{2 v_0^2 \tan \alpha}{g} \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2 v_0^2 \sin \alpha}{g \cos \alpha} \\ &= \frac{2 \times 40^2 \times 0.5}{9.8 \times \frac{3}{4}} = 218 \text{ m} \end{aligned}$$

1-23 用炮瞄准挂在高处的靶，当炮弹离开炮口时，靶由自动机械释放而自由下落。证明不论炮弹的初速率多大，总会击中下落的靶。

证：按题意作示意图和坐标系如下图所示。由示意图可见，靶高 H ，炮与靶水平距离 l ，炮弹初速度 v_0 ，初速度与水平面夹角 θ 。据所选择坐标系，靶的运动方程为

$$y = H - \frac{1}{2}gt^2$$

炮弹运动方程为

$$x = v_0 \cos \theta t$$

$$y_2 = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

炮弹到达靶位下面时时间 t' 可由 $x = l$, 即 $v_0 \cos \theta t' = H \cot \theta$,

$$\text{则 } t' = \frac{H}{v_0 \sin \theta}$$

这时炮弹的高度为

$$y_2 = v_0 \sin \theta \cdot \frac{H}{v_0 \sin \theta} - \frac{1}{2}g \left(\frac{H}{v_0 \sin \theta} \right)^2 = H - \frac{gH^2}{2v_0^2 \sin^2 \theta}$$

这时靶的高度为

$$y_1 = H - \frac{gH^2}{2v_0^2 \sin^2 \theta}$$

得 $y_2 = y_1$, 说明炮弹达靶位下面时的高度总是等于靶下落的高度, 表示炮弹总是击中靶子。

1-24 一质点以 $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度沿与 x 轴正方向成 30° 角的方向抛出。试求抛出 5 s 后, 质点的速度 $\vec{v}$ 和距原点的位置 $\vec{r}$ 。

解: 据题意作示意图于右图所示, 把示意图质点的速度表成分量式

$$v_x = v_0 \cos \theta$$

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt$$

质点抛出 5 s 时其分速度分别为

$$v_x = v_0 \cos 30^\circ = 25 \times 0.866 = 21.65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_y = v_0 \sin 30^\circ - gt = 25 \times 0.500 - 9.8 \times 5 = -36.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

得 5 s 后的速度为 $\vec{v} = (21.65 \vec{i} - 36.5 \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

其大小为 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{21.65^2 + (-36.5)^2} = 42.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

