

中国造船工程学会
船舶力学学术委员会

論文集

船舶结构应力分析学组

疲劳断裂学组



安徽

1984

中国造船 编辑部

目 录

1. 结构两种承压能力的综合解和模型实验原理	罗培林	(1)
2. 加肋圆柱壳极限承载能力的实验研究	史习赓	(9)
3. 舰船甲板板架稳定性分析与结构优化设计	曾广武 谭林森	张小铭 (17)
4. 船舶结构优化的离散变量方法	夏德麟	(25)
5. 用样条能量法进行均布外压下加肋圆柱壳的稳定性分析	曾广武	郝 刚 (32)
6. 板架弹塑性有限元的断面力法	朱贤达	郑际嘉 (43)
7. 旋转壳体稳定性的有限元分析	周承芳 温玄玲	关长文 (50)
8. 大型油轮强度若干问题	金在律 刘长禄 王云龙 古长江	孙继光 (59)
9. 36000 吨散货船货舱双层底结构应力分析	杜忠仁	(68)
10. 钻井平台万能防喷器的有限元分析	李龙渊	李长春 (85)
11. 内部球面隔壁的解析解法	汪庠宝	(91)
12. 应用几何规划的船体高腹板构件优化设计	徐昌文	(101)
13. 双壳驳钢质模型的设计及约束扭转试验研究 · 王发祥 陈寒良 尹俊眷 王文标	黄贻平	(109)
14. 球形潜水器观察窗结构的应力分析	裴俊厚	(120)
15. 开孔圆柱薄壳结构有限元分析	朱邦俊	王玉华 (134)
16. 人体形耐压壳体强度分析	朱根兴	(143)
17. 复杂板梁组合结构的局部极限压缩强度	束长庚	(151)
18. 船舶常用工字型梁的开孔应力集中计算	郭成喜	(160)
19. 具有甲板大开口船体扭转强度计算方法的研讨	蔡明南	(172)
20. 大型自卸煤船结构分析	徐铭麒	(184)
21. 刚架结构屈曲的有限元振动法	张圣堃	(191)
22. 均匀外压下有几何缺陷球壳的破坏压力	张定武	(199)
23. 关于搁浅船舶的总弯曲问题	史元峰	(210)
24. 运用有限元方法确定 "T" 型管节点的极限载荷	朱邦俊	王玉华 (219)
25. 410 升焊接高压气瓶安全性和寿命测试分析	夏有为 包子凌	毛增淇 张学诚等 (230)
26. 关于按韧性分级选择平台结构钢级问题的探讨	刘家驹 蒋和岁	毕传堂 严明君 (241)
27. 从裂纹强度观点看船体构件开口部位的加	郑学祥	洪烈君 (251)
28. 结构钢的不同断裂韧性参数的相关性研究	全润万	(256)
29. 关于落锤试验方法中两个重要问题的探讨	蒋和岁 刘家驹	毕传堂 (261)
30. 12NiCrMoV 钢的焊接热应变脆化	张 炯 姚俊波	(268)
31. 落锤试样断口分析	吉嘉龙	谢文良 (274)
32. 激光束辐射疲劳裂纹端部对 ΔK_{eff} 和 da/dN 的影响	黄培彦 李长春	李光霞 李 澄 (279)
33. 裂纹稳态扩张下裂尖附近奇异场的光弹性分析	顾绍德	郭孔屏 周培英 (284)
34. 含裂纹的船体间断构件的光弹性分析	张丽英 徐汉涛	洪烈君 (288)
35. 12CrNiMoV 钢疲劳寿命分布特征与强度分布规律简化确定方法的研究	严明君等	(292)
36. 调质钢焊接接头断裂韧性试验研究	王祚基	(302)
37. 902 钢材在常幅交变载荷作用下的裂纹闭合	陆逸驰	李康先 (311)
38. 材料硬化对裂纹张开位移的影响	俞仁基	(316)
39. 粘圆规律断裂准则的实验研究	赵治枢	(323)
40. 边界元法在海洋工程结构强度与断裂分析中的应用	罗钢明	张永元 (330)
41. 海洋平台 T 型管节点疲劳试验分析	石理国	唐润福 (337)
42. 用断裂力学方法估算海洋结构用钢对接焊缝试样的腐蚀疲劳寿命	钱东石	(343)
43. 冶金质量和淬火温度对 40CrNiMoA 钢腐蚀疲劳性能的影响	徐培元	杨正瑞 (349)
44. 工业纯铁的腐蚀疲劳断裂过程	蒋普华 李成华 林 実 姚玉琴 肖纪美	(356)

结构两种承压能力的综合解 和模型实验原理

罗培林

(哈尔滨船舶工程学院)

提要 互相独立的强度理论和稳定理论各给出结构的一个承压能力，二者中的较小值是结构的实际承压能力。材料的应力应变曲线是强度理论和稳定理论都必须满足的一个方程式，因此，可以从材料的应力应变曲线图导出一个强度利用率函数，用它同时表达结构的两种承压能力。这就说明了在结构的强度问题和稳定问题之间有共性，沟通强度理论和稳定理论之间的联系，并可用来改进结构承压能力的计算方法和模型实验方法。

在参考文献〔1〕中，用应力应变六参数方程导出了强度利用率函数，并用该函数说明，球壳和柱的稳定性有共同的规律。本文是文献〔1〕的延伸和补充，说明强度利用率函数是材料应力应变图的参变量方程，它能统一表达用强度理论和稳定理论计算出来的结构承压能力，因而能直接给出这两种承压能力中的较小值，即结构的实际承压能力。强度利用率函数的这种特性说明，它是结构两种承压能力的综合解。由于强度利用率是一个相似判据，因而强度利用率函数也说明了结构承压能力的模型实验原理。本文以杆的实验资料为例，证实了这个原理的正确性。

(一) 材料的应力参变量函数

在材料的应力应变图上，用应力 σ_0 代表材料的强度指标，即 σ_0 是材料的屈服极限 σ_y ，或强度极限 σ_b ，或其它某个可以作为强度指标的应力，例如 $\sigma_{0.2}$ 等，就可以确定相对应力 $\bar{\sigma}$ 和相对应变

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (1)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{E\epsilon}{\sigma_0} \quad (2)$$

E 是弹性模量。相对应力应变图的形状如图1所示。

$\bar{\sigma}(\bar{\epsilon})$ 曲线有下述特点：

应力应变的线性关系可表示为：

$$\bar{\sigma} = \bar{\epsilon} \quad (3)$$

非线性关系可用许多解析式表示，例如：

$$\bar{\sigma} = A^{\frac{1}{m}} \left[1 + \frac{1}{m} e^{1 + \frac{1}{m} \left(1 - \frac{A}{\bar{\sigma}} \bar{\epsilon} \right)} \right]^{-\frac{1}{m}} \quad (4)$$

或

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{A} \left\{ 1 + \ln \bar{\sigma} + \frac{1}{m} \left[1 - \ln m - \ln \left(A - \bar{\sigma}^{\frac{1}{m}} \right) \right] \right\} \quad (5)$$

式中 e 是自然对数的基数， A, B, m 是在后面将说明的材料常数

相对应力应变曲线能提供一个函数：

$$\Phi_t = \frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \frac{d \ln \bar{\sigma}}{d \bar{\epsilon}} \quad (6)$$

它是相对应力 $\bar{\sigma}$ 的自然对数曲线 $\ln \bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ 的一阶导数。从(6)式可求得应力应变曲线的相对斜率为：

$$\frac{1}{B} \frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{d(\frac{\sigma}{\sigma_0})}{d(\frac{B\epsilon}{\sigma_0})} = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \Phi_t \bar{\sigma} \quad (7)$$

故以后称 Φ_t 为相对斜率系数。系数 Φ_t 是应力 $\bar{\sigma}$ 的函数，二者的函数关系可利用材料的应力应变曲线求得如图2所示。

图2说明，可以将 Φ_t 作为参变量而将应力 $\bar{\sigma}$ 表示为：

$$\bar{\sigma} = (A - B \Phi_t^c)^m \quad (8)$$

利用此式与(6)式，可求得以 Φ_t 为参变量的应变函数

$$\bar{\epsilon} = -mBC \int \frac{d\Phi_t}{\Phi_t^{2-c}(A-B\Phi_t^c)} \quad (9)$$

在(8)和(9)式中取 $C = 1.0$ 消去参变量 Φ_t ，即可导出(4)和(5)式，这说明(8)和(9)式具有比(4)和(5)式更广泛的代表性。

常数 A, B, C, m 的值可按照下述两种情况分别确定。

1. 应力应变量线性关系的材料

应力应变的线性关系用(3)式表示，该式说明，在(8)和(9)式中应取

$$A = 0, B = m = -1, C = 1.0 \quad (10)$$

2. 应力应变有非线性关系的材料

在图2上，P点与材料的比例极限相对应，它将 $\bar{\sigma} - \Phi_t$ 曲线分为实线和虚线两部份，虚线对应于应力应变的线性关系，材料常数取(10)式说明的诸值，因而虚线的解析式为：

$$\bar{\sigma} = (A - B \Phi_t^c)^m = \frac{1}{\Phi_t} \quad (11)$$

在P点处，从(11)和(8)式分别求得斜率

$$\left. \frac{d\bar{\sigma}}{d\Phi_t} \right|_{\bar{\sigma}=\bar{\sigma}_p} = \left. \frac{d}{d\Phi_t} \left(\frac{1}{\Phi_t} \right) \right|_{\bar{\sigma}=\bar{\sigma}_p} = -(\bar{\sigma}_p)^2 \quad (12)$$

$$\left. \frac{d\bar{\sigma}}{d\Phi_t} \right|_{\bar{\sigma}=\bar{\sigma}_p} = \left. \frac{1}{d\Phi_t} (A - B \Phi_t^c)^m \right|_{\bar{\sigma}=\bar{\sigma}_p} = \frac{-mBC}{A(\bar{\sigma}_p)^c - B} \quad (13)$$

此两式应相等，因而

$$B = \frac{A (\bar{\sigma}_p)^c}{1 + mC} \quad (14)$$

函数(8)通过图2上P, Q, R三点，所以有等式：

$$(A - B(\bar{\sigma}_p)^c)^m = \bar{\sigma}_p \quad (15)$$

$$(A - B)^m = \bar{\sigma}_1 \quad (16)$$

$$(A - B\phi_1^c)^m = 1.0 \quad (17)$$

解上述四个方程式，即可用已知坐标值 $\bar{\sigma}_p, \bar{\sigma}_1, \phi_1$ 确定四个常量 A, B, C, m 。

当材料有屈服极限 σ_y 时，取 $\sigma_0 = \sigma_y$ 则 $\phi_1 = 0$ ， $A = 1.0$ 确定常数的工作可以简化。许多材料的比例极限 σ_p 是不明显的，可在某个数值范围内机动地取用，利用这个特点，可以取常数 c 或 m 为某个特定值，从而可将确定材料常数的工作进一步简化。为便于应用，在图 3 ($C=1.0$) 和图 4 ($m=-1$) 上给出，其余各量的对应值。

材料的折合弹性模量（相当模量）为：

$$E_r = \frac{4E \frac{d\sigma}{d\varepsilon}}{(\sqrt{E} + \frac{d\sigma}{d\varepsilon})^2} \quad (18)$$

不言而喻，用同样的方法，可以确定相对折合弹性模量系数

$$\phi_r = \frac{\sigma_0 E_r}{\sigma E} \quad (19)$$

并以它为参变量而将应力函数写成：

$$\bar{\sigma} = (A - B\phi_r^c)^m \quad (20)$$

式中常数 A, B, C, m 用 $\bar{\sigma}-\phi_r$ 图上的 4 个已知条件确定。

同样，利用双模量

$$E_{st} = \sqrt{E_s E_t} = \sqrt{\frac{\sigma}{\varepsilon} \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon}} \quad (21)$$

及相对双模量系数

$$\phi_{st} = \frac{\sigma_0}{\sigma} \sqrt{\frac{E_s}{E} \frac{E_t}{E}} \quad (22)$$

也可以将应力 $\bar{\sigma}$ 表示为 ϕ_{st} 的函数：

$$\bar{\sigma} = (A - B\phi_{st}^c)^m \quad (23)$$

式中常数 A, B, C, m 用 $\bar{\sigma}-\phi_{st}$ 图上的四个已知条件确定。

上述分析说明，材料的应力应变曲线可以用参变量 $\phi_r, \phi_{st}, \phi_{st}$ 表示为同一类型的四参数方程 (18), (20), (23)。这几个方程的区别仅在于在应力应变的非线性部分常数 A, B, C, m 的数值略有不同。

(二) 结构两种承压能力的综合解

结构的稳定理论和强度理论都说明结构所能承受的压力是一个有限值，用统一的符号 T_j 代表这两个有限值，称为极限载荷（即将失稳时的临界载荷也理解为一种极限载荷）则与极限载荷相对应，可确定极限应力 σ_j 相对极限应力 $\bar{\sigma}_j$ ，说明了材料强度指标 σ_0 被利用的程度，称其为强度利用率 ψ_j 。

$$\psi = \frac{\sigma_j}{\sigma_0} = \bar{\epsilon}_j \quad (24)$$

在材料的 $\bar{\epsilon}-\phi_t$ 图上，取 $\bar{\epsilon}=\psi$ 可以找到一个对应的 ϕ_t 值，记为 ϕ_n 即

$$\phi_t \mid \bar{\epsilon}=\psi = \phi_n \quad (25)$$

称此值为广义柔度，则从(2)式可以得到强度利用率 ψ 和广义柔度 ϕ_n 的函数关系

$$\psi = (A-B\phi_n^C)^m \quad (26)$$

此式说明，若已知结构的广义柔度 ϕ_n 则通过强度利用率 ψ 可确定极限载荷 T_j 。因此(26)式是结构两种承压能力的综合解。下面说明确定广义柔度的方法。

1. 稳定问题的广义柔度

解结构的稳定问题的切线模量理论指出，结构失稳时的实际临界应力 σ_{cr} 和 Euler 应力 σ_B 有下述关系：

$$\sigma_{cr} = \frac{\sigma_B}{B} \frac{d\sigma}{d\epsilon} \Big|_{\sigma=\sigma_{cr}} \quad (27)$$

利用强度指标 σ_0 可将此式写成

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_B} = \frac{\sigma_0}{\sigma_{cr}^3} \frac{d\sigma}{d\epsilon} \Big|_{\sigma=\sigma_{cr}} = \frac{d \ln \bar{\epsilon}}{d\epsilon} \Big|_{\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_{cr}} = \phi_t \Big|_{\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_{cr}} \quad (28)$$

因为已将临界应力 σ_{cr} 理解为极限应力 σ_j ，故(28)式提供了计算广义柔度 ϕ_n 的算式

$$\phi_n = \phi_t \Big|_{\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_j} = \phi_t \Big|_{\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_{cr}} = \frac{\sigma_0}{\sigma_B} \quad (29)$$

$$\text{记 } \phi = \frac{\sigma_0}{\sigma_B} \quad (30)$$

则因 σ_0 和 σ_B 都是结构的固有特征值，所以 ϕ 也是结构的一个特征值而称为刚柔度。

某些结构的稳定问题可用折合弹性模量 E_r 或双模量 E_{st} 求解，不难证明，用这两个模量取代切线模量 B_t 时，同样可以求得结构的广义柔度为

$$\phi_n = \phi_r \Big|_{\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_j} = \phi_r \Big|_{\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_{cr}} = \frac{\sigma_0}{\sigma_B} = \phi \quad (31)$$

$$\phi_n = \phi_{st} \Big|_{\sigma=\sigma_j} = \phi_{st} \Big|_{\sigma=\sigma_{cr}} = \frac{\sigma_0}{\sigma_B} = \phi \quad (32)$$

因而强度利用率 ψ 都可以用(26)式计算，当然，此时该式中的材料常数 A, B, C, m 要采用 $\bar{\epsilon}-\phi_r$ 或 $\bar{\epsilon}-\phi_{st}$ 曲线给出的值。

2. 强度问题的广义柔度

在文献(2)中已用强度概念说明了杆的广义柔度 ϕ_n （注：在该文中称 ϕ_n 为相当刚柔度）可以表示为乘积

$$\phi_n = n \phi \quad (33)$$

ϕ 是杆的刚柔度， n 是强度当量（在文献(2)中记 n 为 N ，称为协调参数）。此式虽然是以杆为例导出的，但其所体现的物理概念却是各种结构都能通用的。这就说明稳定问题是强度当量 $n=1.0$ 时的强度问题。

(三) 强度利用率相等原理

强度利用率函数(26)是用强度利用率 ψ 和广义柔度 ϕ_n 置换应力参变量方程 $\bar{\sigma}(\phi_t)$ 中的应力 $\bar{\sigma}$ 和相对斜率系数 ϕ_t (或 ϕ_r 、 ϕ_{st})而得来。这种置换就使强度利用率函数(26)成了结构强度稳定两类问题的综合解，它在物理概念上体现了结构的承压能力和材料的应力二者的结合。

基于上述数学与物理的意义，强度利用率 ψ 就是一个相似判据，可以用它来指导结构承压能力的模型试验。

称 A, B, C, m 4个常数对应相等的材料为相似材料，称广义柔度 ϕ_n 值相等的结构为相当结构，则从强度利用率函数(26)可得出下述强度利用率相等原理：“若模型与原型的材料相似，并且结构相当，则二者的强度利用率相等。”

下面用事实来证明强度利用率相等原理的正确性。

材料的应力应变图能证明相似材料的存在。例如，图5用虚线说明所有的理想弹性材料都可以用解析式表示为：

$$\phi_t \leq 1.0 \quad \bar{\sigma} = 1.0 \quad (34)$$

$$\text{即 } A = 1.0, B = 0, C = 1.0, m = -1. \quad (\text{见图4})$$

$$\phi_t > 1.0 \text{ 时}, \bar{\sigma} = \frac{1}{\phi_t} \quad (35)$$

$$\text{即 } A = 0, B = m = -1, C = 1.0.$$

图5还说明，许多材料的 $\bar{\sigma}-\phi_t$ 曲线在 $\phi_t \geq 2.0$ 时共用曲线(35)，在 $\phi_t < 2.0$ 时， $\bar{\sigma}$ 值分布在直线(34)和材料常数为 $A = 1.0, B = 0.25, C = m = 1.0$ 的直线

即

$$\bar{\sigma} = 1 - 0.25 \phi_t \quad (36)$$

之间。因此，可以取(36)式或 $A=1.0, B=-0.25, C=2, m=-1$ 的曲线

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{1 + 0.25 \phi_t^2} \quad (37)$$

作为其近似值。十分显然，采用(35)、(36)或(37)诸式作为各种材料的近似值，就意味着将材料都看作是彼此近似的。应由这种近似相似性，就可从(35)、(36)、(37)诸式得到强度利用率函数

$$\phi_n \geq 2.0 \text{ 时}, \quad \psi = \frac{1}{\phi_n} \quad (38)$$

$$\phi_n < 2.0 \text{ 时}, \quad \psi = 1 - 0.25 \phi_n \quad (39)$$

$$\text{或 } \psi = \frac{1}{1 + 0.25 \phi_n^2} \quad (40)$$

下面再说明，这种近似相似性已在实际上使用。

杆的 Euler 应力可以用柔度 λ 表示为：

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (41)$$

故刚柔度为：

$$\phi = \frac{\phi_0}{\phi_B} = \frac{\phi_0 \lambda^2}{\pi^2 E} \quad (42)$$

令强度当量 $n = 1.0$ ，就可以从(39)式导出杆失稳时的临界应力为：

$$\sigma_{cr} = \psi \sigma_0 = \sigma_0 (1 - 0.25 \phi) = a - b \lambda^2 \quad (43)$$

式中

$$a = \sigma_0 \quad (44)$$

$$b = \frac{\sigma_0^2}{4 \pi^2 E} \quad (45)$$

(43)式和压杆失稳时的著名经验算式(抛物线算式)不仅在数学形式上完全相同,而且还给出了系数a,b的算式。例如,对于建筑钢,取 $\sigma_0 = \sigma_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$, $E = 2.13 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$,就得到 $a = 2800$, $b = 0.0931$ 此值与(4)中说明的数据相同。

不难证明,算式(40)与船舶结构力学手册[5]中计算临界应力的对应曲线具有大约相等的准确性(最大相对误差约为3%)。

(42)式还说明,刚柔度 ϕ 与柔度 λ 的平方成正比,在材料相同的条件下,对于稳定问题,柔度 λ 值相等的结构就是相当结构,因此,与(43)式相同的抛物线经验算式就是应用相当结构概念的实例。

(四) 强度利用率函数的意义

1. 强度利用率函数可用来改进柱结构的设计计算方法

在许多工程设计中,规定柱的计算压应力 σ 应满足条件:

$$\sigma_{\text{it}} \leq [\sigma] \psi \quad (46)$$

$[\sigma]$ 是许用应力, ψ 是应力折减系数,其值以柔度 λ 的函数形式,在计算手册中给出。

将许用应力 $[\sigma]$ 用安全系数 k 和材料的强度指标 σ_0 表示为:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{k} \quad (47)$$

即可将(46)式表示为:

$$\psi \geq \frac{\sigma_{\text{it}}}{[\sigma]} = \frac{k \sigma_{\text{it}}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_1}{\sigma_0} = \psi \quad (48)$$

式中取 σ_1 为计算应力 σ_{it} 的 k 倍,即

$$\sigma_1 = k \sigma_{\text{it}} \quad (49)$$

(48)式说明可用某个强度利用率函数 ψ 取代应力折减系数 ψ 。杆的柔度 λ 和广义柔度 Φ_n 有下述函数关系:

$$\Phi_n = n \phi = \frac{n \sigma_0}{E} = \frac{n \sigma_0 \lambda^2}{\pi^2 E} \quad (50)$$

取用下述强度当量:

$$\phi \leq 1.0 \text{ 时}, \quad n = 1.5 \quad (51)$$

$$\phi > 1.0 \text{ 时}, \quad n = 1 + \frac{1}{2\phi} \quad (52)$$

就可以用(50)式将柔度 λ 用广义柔度 Φ_n 取代而将应力折减系数 $\psi(\lambda)$ 表为 Φ_n 的函数 $\psi(\Phi_n)$ 。图6说明,将船舶结构力学手册[5]中的几种材料的 $\psi(\lambda)$ 曲线按照(50)式变换为 $\psi(\Phi_n)$ 曲线以后,可以得到这些材料共用的二个近似算式:

$$\Phi_n \leq 2.0 \text{ 时}, \quad \psi = 1 - 0.25 \Phi_n \quad (53)$$

$$\Phi_n > 2.0 \text{ 时}, \quad \psi = \frac{1}{\Phi_n} \quad (54)$$

很显然,(53)和(54)式就是强度利用率函数(39)和(38)式。因此柱的结构设计程序可改变为

- (1) 选择材料，确定 σ_0 和 ν ；
- (2) 选择剖面形状，结构尺寸，确定 λ 值；
- (3) 计算刚柔度 ϕ ；
- (4) 取用强度当量 n ，确定广义柔度值 ψ_n ；
- (5) 根据 ψ_n 值计算强度利用率 ψ ；
- (6) 计算极限载荷 $T_j = \psi \sigma_0 F$ ；
- (7) 要求载荷 T_j 大于计算载荷 T_{cr} 的 k 倍， k 是安全系数。

使用这个设计程序的优点是：(1)可以免去查阅 σ_{cr} 曲线的麻烦，(2)可以使用在计算手册中查不出 $\psi(\lambda)$ 值的材料；(3)这个设计程序的可靠性有强度利用率相等原理作保证，因为所设计的柱结构的强度利用率 ψ 是取自其相当结构的实验统计值。

2 强度利用率函数能表达临界应力校正系数

在船舶结构力学中，将实际临界应力 σ_{cr} 和 Euler 应力 σ_E 的比值称为临界应力校正系数。应用强度利用率函数(26)，可将此系数表达为：

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_E} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_0} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_E} = \psi \phi = (A - B \phi^C)^m \\ &= (A - B n^C \phi^C)^m\end{aligned}\quad (55)$$

此式中的材料常数 A, B, C, m 反映了材料的非线性，强度当量 n 反映了几何非线性对结构稳定性的影响。由于 A, B, C, m, ϕ 都是已知值，故可利用实验数据 η 求得强度当量 n 的实验统计值。此值应该是与几何误差量相对应的一个数据。

3 强度利用率函数可用来改进模型实验方法

强度利用率函数表达了结构承压能力的模型实验原理，可用来改进模型实验方法，其好处是：

- (1) 可用相似的低强度材料代替高强度材料，从而使实验模型的极限载荷低于原型的极限载荷。这就使低压力的设备能做原来需要用高压力设备才能做的实验；
- (2) 相当结构不一定是几何相似的，这就给制造模型带来很大的方便；
- (3) 可将许多零星的实验资料汇集整理成系统的有重大参考价值的图表，使重复性的实验可以少做或免做，节约大量的人力、物力、财力和时间。

4 指出了深入探讨结构强度、稳定问题相互关系的必要性和可能性

强度利用率函数是用材料应力应变曲线的参变量方程表达结构的承压能力。这种承压能力概括了强度和稳定两方面的内容，是各种结构都具有的共性。这就说明了在结构的强度问题和稳定问题之间的确有内在的联系，值得进行更深入的研究。

参考文献

- [1] 罗培林：应力应变六参数方程及其在结构稳定性计算和实验中的应用。《中国造船》1981年第三期，总第74期。
- [2] 罗培林：用极限载荷方法解算柱和球壳的稳定问题。《中国造船》1983年第一期。
- [3] 周承调编：薄壳弹性稳定性理论。国防工业出版社，1979年。
- [4] S.铁摩辛柯著：张福范译，弹性稳定理论。科学出版社。1958年3月
- [5] Ю. А. Шиманский：СПРАВОЧНИК ПО СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ КОРАБЛЯ.
СУДПРОМГИЗ. 1958.

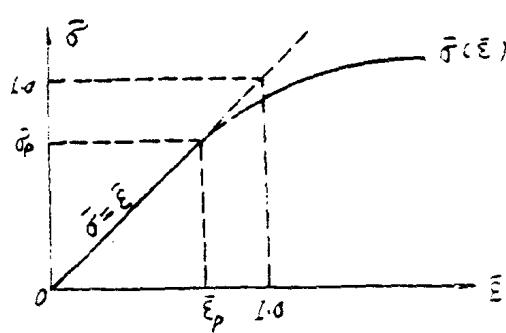


图1 相对应力应变曲线示意图

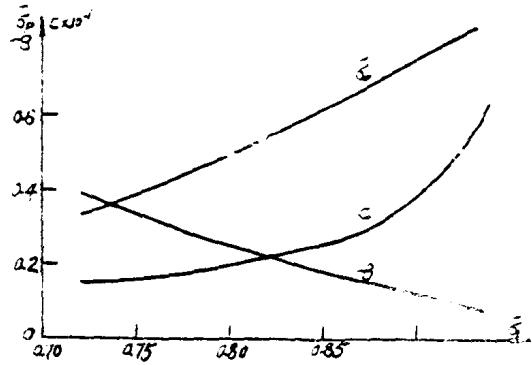


图4 $A = 1.0 \quad m = -1 \quad \delta, \delta_p, C, B$ 诸值的关系曲线

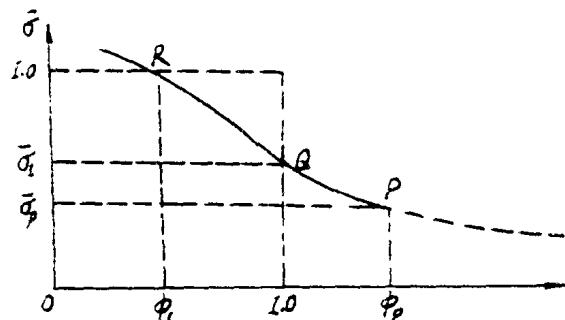


图2 材料的 $\bar{\delta}$ — ϕ_t 曲线示意图

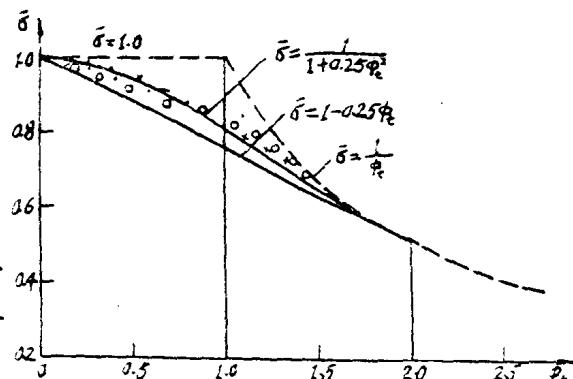


图5 钢 CT₃(0), 镍铬钢 (+), 钢 HY-130(0) 的 $\bar{\delta}$ — ϕ_t 函数. 原始数据根据文献 (3) 表 5—4

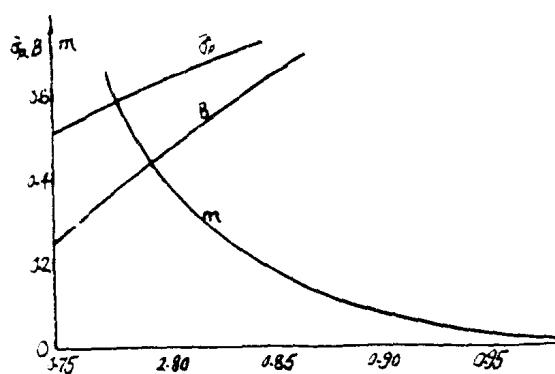


图3 $A = 1.0, C = 1.0, \bar{\delta}, \bar{\delta}_p, B, m$ 诸值的关系曲线

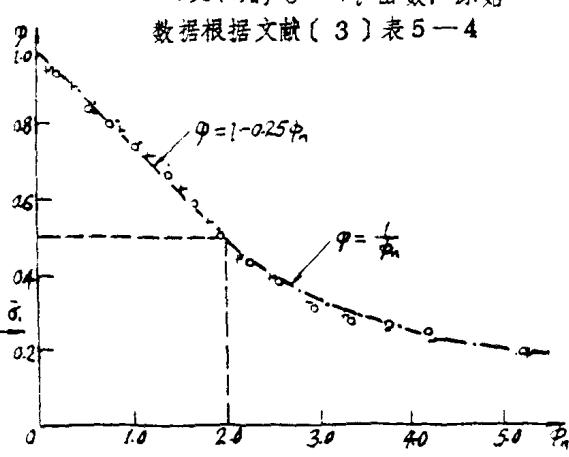


图6 钢 CT₃(0), E1(0), H2(+) 的应力折减系数 $\varphi(\varphi_n)$ 函数图
(注) φ 值取自手册 (5) 一卷 P 218 表 21

加肋圆柱壳极限承载能力的 实验研究

史习慶 盛长和

(哈尔滨船舶工程学院)

提要 文献(1)提出了结构承载能力计算的极限分析原理,为检验这一原理,我们进行了八个精加工环肋圆柱壳模型的外压实验。

实验结果表明,根据文献(1)原理提出的两种计算方法(见文献(2),(3))可以比较精确地预报环肋圆柱壳板的临界压力,且比其他方法更符合于实验。

(一) 前 言

理论的建立必需通过实验的检验来证实,实验是最有效的实践,新的实验技术能够揭示新的事实提出新的问题,导致新的理论的形成。理论和实践的这种相互关系也适用于结构力学这一领域。文献(1)由梁的复杂弯曲导出极限载荷方程并将其推广至球壳临界载荷计算,其正确性已为大量国外实验资料所证实。为进一步验证这一原理在受外压圆柱壳承载能力计算上的适用性,我们除对国内外已作的135个环肋圆柱壳模型实验资料进行了验证性分析计算外,又专门进行了八个精车模型实验。从已获得的结果来看,根据文献(1)原理提出的两种计算方法能比较精确地计算环肋圆柱壳板的破坏压力,并且基本上可以预测破坏形式和破坏部位。在与实验结果的符合程度方面,较之新规范,可有满意的改善。

在圆柱壳的实验研究方面:从工程角度而言,大比例尺的或实尺的滚焊模型实验更符合潜艇耐压壳的实际情况,但同时也应看到,无论是从理论研究的角度还是工程计算方法的探讨方面,精加工模型实验仍具有重要的实际意义。这是由于精加工模型易于保证几何形状,可排除复杂的工艺因素的影响有利于控制附属条件;由于加工成本低,所以可能作数量较多的模型实验;因此,在验证理论或对工程计算方法进行初步验证时,我们总是乐于采用精加工模型。基于上述原因,我们决定用精加工模型来验证文献(2)(3)两种计算方法的可靠性,并在模型几何参数的测试技术上作一些探索。

(二) 实验准备

/模型设计

为进行极限载荷法的实验验证,初步选取的模型参数仅限于壳板失稳范围而不涉及总失稳。大部分模型被设计在弹性或塑性破坏区域,刚度参数在1~6之间,或刚柔度 ϕ 在0.2~1.25之间,所有模型两端设有过渡跨以减小边界对工作跨壳板的影响,本系列模型共11个(其中八个已进行了实验)。名义厚度都相同,不同的只是肋距 λ 、肋骨面积有两种尺寸。

模型材料采用20号无缝钢管,外径216mm 壁厚16mm 其制造工艺按一般机加工模型程序进行焊法兰后不进行退火处理。

表1. 模型参数设计表

模型序号	内径d	肋骨截面 b × h	实验跨				总跨	总长
			2	t	N-2	l ₁		
1	192	2 × 6	18	1.0	5	18	1.2	7 220
2	192	2 × 6	22	1.0	5	23	1.2	7 250
3	192	2 × 6	40	1.0	5	23	1.2	7 340
4	192	2 × 6	56	1.0	5	20	1.2	5 342
5	192	2 × 6	72	1.0	3	46	1.2	5 402
6	192	2 × 6	88	1.0	3	23	1.2	5 404
7	192	2.5 × 8	21	1.0	5	20	1.2	7 239
8	192	2.5 × 8	28	1.0	5	27	1.2	7 288
9	192	2.5 × 8	32	1.0	5	31	1.2	7 316
10	192	2.5 × 8	36	1.0	5	35	1.2	7 344
11	192	2.5 × 8	44	1.0	5	43	1.2	7 400

2. 模型初始几何参数测量

初始几何参数测量包括直径D，壁厚t，肋距l，总长L，肋骨尺寸及初挠度l₀，其中除t和l₀外，其它诸参数均用千分尺和游标卡尺测量。

(1) 厚度的测量

由于本系列模型壁厚t与半径R之比 $t/R \approx 1/96$ ，刚度较小，在切削力、机床精度及其它因素的影响下，使得模型壁厚t在周向的分布不均匀。为了比较精确地测量模型的实际壁厚，我们专门设计了一套测厚装置，它可以测量圆柱壳沿母线和圆周任一点的厚度。装置的示意图见图2。

实际使用情况表明，用这种方法测量模型厚度，在厚度为1mm时，测量厚度误差基本可控制在±0.01mm以内，但测量时操作须格外仔细，花时间较多，仍有改进必要。

除上述方法外，还用内外径千分尺测得内外径之差，以作相应点厚度校核之用。

八个模型参数的实测结果列于表2，以7#模型第三跨为例，画出厚度沿周向的分布如图3。

表2 实测模型参数

模型编号	半径 R(mm)	壁厚 t(mm)		肋 距 l(mm)	工作跨 数 目	肋 宽 b(mm)	肋 高 d(mm)	备注
		最 小	平 均					
1 #	96.05	1.03	1.058	17.92	5	2.05	6.05	
2 #	96.36		0.97	21.81	5	2.11	6.08	
3 #	95.74	0.97	1.00	40.00	5	2.04	6.07	
4 #	96.00	1.06	1.09	55.99	3	2.02	6.01	*注
6 #	96.10	1.00	1.07	87.90	3	2.05	6.01	
7 #	96.01	1.045	1.065	20.98	5	2.44	8.08	
8 #	96.38	1.029	1.036	27.96	5	2.60	8.00	
9 #	96.03	1.014	1.026	31.98	5	2.52	7.93	

*注：试验后将模型剖开实测得出（#4）。

(2) 初挠度测量

初挠度的测量在实筋或在滚焊大模型试验中受到了应有的重视，但对于机加工模型一般都不予考虑。为了弄清机加工模型初挠度的性质和量级，我们用 DQR-1 型圆度仪对模型进行了内外圆的测量。此圆度仪放大倍数可达 10000，精度达 0.1μ 。用圆度仪测得壳板实际轮廓线（以极坐标形式自动绘

出, 见图 4) 以后, 按初挠度计算方法, 排程序在电子计算机上处理, 得到修正圆心后的圆周上各点的初挠度值。仍以 7 # 模型第三跨为例画出初挠度沿周向分布如图 5。

3. 材料性能测试

对所用 20 号钢管取标准圆试件在三种材料拉伸试验机上进行试验, 取得材料的性能参数为:

$$\text{屈服极限 } \sigma_s = 2674 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{弹性模量 } E = 2.17 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

4. 设备仪器的配置

(1) 加压装置为 $\varnothing 320 \times 1000 \text{ mm}$ 小压力筒, 工作压力 200 kg/cm^2 。装置由同样的两个压力筒通过下端连通管连接起来, 其中一个作为模型失稳时的补偿之用。压力测量用标准压力表 (0.35 级, 最小刻度 0.5 kg/cm^2) 此外还用压力传感器数字显示压力值互校。

模型装于压力筒的环形盖上, 在模型下端法兰封板上装密封接头, 以便连接外贴片的导线通过。

(2) 应变测量用 YJD-1 型电阻应变仪三台, 最多可测 60 个点, 对于计应变发展较快的测点, 用 LZ - 200 型记录仪记录其压力—应变曲线, 以便在加载过程中更准确地预报临界压力, 同时, 还用 SC16 型光线记录示波器记录和监测危险点的应变发展情况。

5. 应变片布置

应变片布置的关键在于要使尽可能多的应变片贴在实际发生破坏的部位, 就是说在破坏部位, 应变片应保持一定的密度 (如按 2.5mm 片的原则, 内外都贴, 则仅周向一跨就要 70 片, 其中波数按 $n=14$ 算), 以便了解在各个压力下, 应变沿周向的分布情况, 而且对应变发展较快的点立有应变片监测。以便及早察觉破坏发生前的某些征兆, 但是, 一方面由于贴片总数受到限制 (三台应变仪最多测 60 点) 外贴片也受到密封接头所能通过导线数量的限制; 另一方面, 由于模型各工作跨的平均厚度差别很小, 经常是相邻三跨之间厚度只差 0.02mm , 所以要准确判断哪一跨先破坏, 从而将应变片集中在这一跨, 实际上是相当困难的, 这就要求初始几何参数, 尤其是厚度的测量要相当准确才行。

本实验中首先根据每个模型的几何参数实测值, 按文献 [2], [3] 的方法计算破坏压力, 并初步判断破坏形式。再根据实测厚度和初挠度的分布, 选择平均厚度最小的一、二跨和局部厚度最小的区域, 并兼顾初挠度较大的部位, 作为贴应变片的重点区, 对肋距较小的模型, 还布置了一定数量的轴向片。7 # 模型的应变片布置如图 7 所示。

(三) 实验过程, 现象和结果

1. 加载过程

为保证应变片的工作性能, 减小机械滞后效应, 以及整个测量系统的可靠性, 在开始加载时, 以估计压力的二分之一为限, 重复加载 2~3 次, 检查应变的线性与重复性。在确定记录系统正常后, 逐级递增加载, 记录各级压力下的应变数据, 当压力达到破坏载荷预报值的 85~90% 时, 压力递增量控制在压力表读数的最小数值 (0.5 kg/cm^2), 直到发生破坏。

2. 现象描述

将八个模型的临界压力实验结果按大小顺序排列, 并将相应模型的破坏特征列于表 3。表中还给出了按文献 [2], [3] 计算的刚柔度 ϕ 和参数 α 的数值, 可以看出, 1 #, 7 # 模型为典型的轴对称屈服破坏, 实验现象也基本上相同, 破坏跨的两侧肋骨完全压并在一起。2 # 模型在两跨范围内出现非轴对称塑性破坏 (凹陷), 8 # 模型第二跨出现轴对称破坏, 第三跨第 15 号母线处 90° 范围内出现塑性破坏, 以上四个模型的刚柔度 ϕ 在 0.219 ~ 0.345 之间, 9 # 模型破坏压力时, 第三、四跨 9 号母线处发生塑性流动, 开始应变速度为 $5 \mu\varepsilon/\text{秒}$, 大约过了十分钟, 增长到 $20 \mu\varepsilon/\text{秒}$ 应变值到 $5000 \mu\varepsilon$ 时, 这两跨几乎同时发响而塑性失稳。压力降到 20 kg/cm^2 , 再加压时, 第一、二跨也出现了部分波形, 压力到 23 kg/cm^2 便不再上升。3 # 模型第四跨跳出 9 个波 (理论波数为 11) 有两个波没跳出来, 但有它们的位置。从实测厚度看, 此处壳板偏厚, 对 4 #, 6 # 模型, 都在第一跨 2 号母线处 (共 8 等分) 出现单凹陷波而失稳, 同时在一号母线处出现总失稳, 由于各跨在

1号母线方向壳厚均偏小，可以推测，总失稳是由于壳板失稳引起的，倘若先发生总失稳则由于压力突降，2号母线处的单凹陷是不可能出现的。

1#和7#模型是典型的轴对称屈服。下面仅与7#为例说明其应变发展过程。当压力加到 42.5 kg/cm^2 时，在三个部位发现应变流动，即：第三跨6号点轴向及周向外贴片，第五跨8号点及第一跨4号点周向内片，此时这三处的应变值均在 $2000 \mu\epsilon$ 左右，最大流动速度为每分钟增加 $200 \mu\epsilon$ 保持压力不变，流动速度逐渐减小直到停止，再加压到 43 kg/cm^2 及 43.5 kg/cm^2 ，在每个压力下都发生类似的现象，但此时除上述三处外，其它部位大多数应变值都不超过 $1200 \mu\epsilon$ ，当压力升到 44 kg/cm^2 时，第三跨6号点，轴向外片应变达 $7000 \mu\epsilon$ ，此时流动速度不再减小而是很快增长，开始每秒 $10 \mu\epsilon$ ，三分钟后达到每秒 $300 \mu\epsilon$ ，最后每秒 $1000 \mu\epsilon$ ，从发现应变流动，直到发响破坏，整个过程大约经历了50分钟，记录下的最高应变值达 $15000 \mu\epsilon$ ，正如所预料的，在模型第三跨出现典型的轴对称屈服破坏，图8给出了第三跨6号点轴向应变随压力变化的曲线。图9为在不同压力下第三跨跨中内表面周向应变分布。

表3 破坏形式和几何参数一览表

模型号	刚柔度 ϕ	结构参数 u	破坏压力 kg/cm^2	破 坏 特 征
1	0.2187	1.14	44.5	轴对称屈服
7	0.2674	1.333	44	轴对称屈服
2	0.3081	1.5	38.5	塑性屈服(不对称)
8	0.3454	1.8	35	第二跨轴对称屈服，相邻跨塑性失稳
9	0.385	2.07	34.5	塑性失稳，各跨有不规则凹陷
3	0.492	2.627	31	失稳，出现9个波
4	0.664	3.566	29.5	第一跨失稳，单凹陷波，伴随总失稳
6	1.226	5.76	24.5	第一跨失稳，单凹陷波，伴随总失稳

(四) 不同方法计算破坏压力与实验结果的比较

文献(1)原理在环肋圆柱壳极限承载能力计算上的应用有两种具体方法(见文献(2)(3))对于本文八个模型实验的计算结果列于表4，其中也列出了按新规范计算的结果，以资比较。

表4 三种方法计算破坏压力与实验结果比较

压力单位 kg/cm^2

模型号	试验破坏 压 力 p_{esp}	按 新 规 范		按文(2)		按文(3)		备注
		计算压力 p_o	$\frac{p_{esp}-p_o}{p_o}$	p_o	$\frac{p_{esp}-p_o}{p_o}$	p_o	$\frac{p_{esp}-p_o}{p_o}$	
1	44.5	33.87	31.4%	44.52	0.04%	44.68	-0.40%	
2	38.5	30.80	25 %	36.67	4.7 %	37.01	4.02%	
3	31	32.12	-3.5%	30.45	2.1 %	30.48	1.7%	
4*	29.5	33.28	-11.3%	31.74	-7.6 %	31.71	-7.0%	
6*	24.5	25.24	-2.9 %	24.33	0.7 %	24.95	-1.78%	
7	44	34.11	29 %	44.50	-1.1 %	44.71	-1.6%	
8	35	33.05	5.6%	36.04	-2.9 %	36.22	-3.37%	
9	34.5	32.85	4.8%	33.3	3.6%	33.41	3.25%	
平均值		9.76		0.06%		-0.55%		
标准差		15.48		3.6%		3.46%		
分散度		42.7		12.3%		11.02%		

* 因局部单凹陷失稳，所以用局部最小厚度，其平均用平均厚度。

按新规范计算时对精车模型，取 $C_g=1, C_s$ 值由曲线查取。

按文献(2)计算时，对20号钢，材料常数A取0.3；对机加工模型，工艺常数(初挠度) $e_0 = 0.01$ 。

按文献(3)计算时，对机加工模型取 $s_p = 0.7$ 极限应力函数为

$$\Psi = \frac{1}{1+0.1305 \frac{N}{N}}$$

其中

$$\Psi_N = N \Phi$$

$$N = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{16 S \delta}{\Phi^2}} \right)$$

极限弯矩系数S和值 $\bar{\delta}$ 。与文献(2)取值相同。

对于后两种方法中涉及的 \bar{x}_2^0 的数值，均按文(5)中的公式编程序用计算机算出，考虑到对 $u < 1.5$ 的模型破坏时的塑性变形比较大，故取泊松比 $\mu=0.5$ 。

由表4可以看出按文献(2)(3)两种方法计算的误差均小于 8% 都在工程计算允许误差范围内。对1#、7#和2#三个肋距最小的模型($u < 1.5$)按新规范计算的误差都在 2.5% 以上

(五) 若干问题的讨论

现就本批模型的试验结果，结合文献(1)～(3)的有关内容讨论以下问题。

1. 文献(1)的极限分析法在结构计算中的应用

文献(1)中由梁柱在复杂状态下弯曲力矩的极限分析导出极限弯矩方程和极限应力函数，并证明可直接导出压杆稳定的三个早期经验公式。这一方法亦可推广至其他结构，文中利用球壳临界压力实验的大量资料证实了这一方法适用球壳，对于加肋圆柱壳的极限承载能力的计算，在文献(1)的基础上，派生了文献(2)(3)两种方法。

文献(2)在极限载荷方程的基础上，结合大量实验资料的分析，求得极限弯矩系数s的计算公式，提出了材料常数的概念，并得出了它们的统计值，从而可直接求得临界压力的修正系数 η ，它统一考虑了物理和几何两种非线性修正，较好地解决两种非线性的相互影响，用这一方法计算时，毋须将稳定问题分为第一、第二两类，也毋须区分强度与稳定，而是全都使用一个统一公式。

文献(3)根据文献(1)提出的基本算式，并运用文献(2)关于极限弯矩系数s的统一计算式可以直接求出第二稳定问题的临界压力，当初挠度 $\bar{\delta}$ 为零时便得出第一类稳定问题的介，亦即第一类问题是第二类稳定问题的特例。在文献(3)中引入了有效比例极限的概念，除了原来在选用的极限应力函数必须与原材料的比例极限相同外，还考虑到制造工艺对结构的影响，对于有残余应力的滚焊模型，可将比例极限降低 $0.2 \sim 0.3$ 或 0.2 ，对于充分退火处理的模型比例极限可增加 $0.2 \sim 0.3$ 或 0.2 ，一般机加工模型采用 $s_p=0.7$ 或 0.2 都可获得满意的计算结果。

文献(2)(3)中除大量实验资料外，列入本机模型试验中的三个数据，其余五个当时还未进行试验。本文表4已说明，无论用文献(2)或文献(3)的方法，误差的平均值，标准差，分散度都十分接近，由于文献(2)(3)都是由同一基础导出，因此也是合理逻辑的，对于轴对称塑性破坏的情况，用新规范计算时有较大的误差。如果同样引入 \bar{x}_2^0 的修正，则可获得良好的结果。

2. 关于模型实验原理问题

文献(1)以独特的观点提出材料相似和结构相当的模型实验原理，突破了一般在结构试验中遵循的完全相似律。这一观点可以归结为：如模型和原型的材料相似，即材料的相对拉伸曲线 $\bar{\delta}=\bar{\delta}(E)$ 相同，且结构参数 α_y 相等，则模型和原型的极限承载能力，即极限应力函数 Ψ 相等(或材料利用率相等)。

通常在结构分析中应用相似理论时常用量纲分析法导出相似准则，然后建立定性准则与非定性准则之间的函数关系式，由相似第二定理给出模型实验必须遵守的条件，而由实验数据整理出准则方程虽然相似理论是一种重要而有效的科学方法，但单纯地应用相似理论也不能直接有结果，例如在结构

静力相似问题中采用的物理方程和准则方程为：

$$\begin{aligned} & \varphi(\delta, s, P, M, q, A, V, J, \epsilon, \mu, L, E) = 0 \\ & \frac{\delta}{s} = F\left(\frac{P}{EL^2}, \frac{M}{EL^3}; \frac{q}{EL}, \frac{A}{L^2}, \frac{V}{L^3}, \frac{J}{L^4}, \mu\right) \end{aligned}$$

由于参变量较多，需要就问题的性质分别简化。

文献〔1〕由分析中引入了材料相似的概念，并建立了相对应力应变的参数方程，较仅用 E ， μ 两个材料性能参数更为合理，又由于引用了刚柔度 Φ 这一结构参数并运用切线模量理论导出了极限应力函数 ψ ，所有 $\delta, \bar{\epsilon}, \Phi, \psi$ 均系无量纲值，因而可以看成是相似准则，而函数 $\psi = \psi(\Phi_N)$ 可看作是准则方程。由于在此处的结构参数 Φ （当结构无初挠度时 N 值为 1, $\Phi_N = \Phi = -\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_0}$ 其中 σ_0 为欧拉应力）并不限于结构的几何相似，因此实质上就建立了一个广义的模型相似原理，可用于处理结构的弹塑性强度和稳定问题。

本文提供的八个机加工模型的实验数据表明（见表 4 和图 1-1），在 Φ 值为 0.2-1.25 的区域内，亦即在塑性和弹塑性区内，文献〔1〕的模型相似原理得到验证，对于初挠度 $< 0.25t$ 的滚焊模型，文献〔2〕〔3〕及其以后的工作表明，此一原理也适用于各种钢材和铝合金、铜等金属。由于表征结构承载能力 ψ 的准则函数只包含准则 Φ_N ，因而模型试验的资料可以充分利用，试验设计可以简化，从而可以节约大量试验费用。

（六）结 束 语

本批模型是用极限载荷原理研究结构承载能力课题的一部分，从所获实验结果及对大量实验资料的分析结果来看，用文献〔1〕及〔2〕〔3〕的方法可以相当准确地计算球壳加肋圆柱壳在均匀外压下的破坏载荷。同时也证实了文献〔1〕提出的广义相似法则和模型试验原理，在工程应用上的实际意义。本课题的实验和研究工作尚在继续进行中。

本课题实验工作参加人尚有朱培金、汪永才、孙峻岭、董国庆等。

参 考 文 献

- 〔1〕罗培林：用极限载荷方法解算柱和球壳的稳定问题，《中国造船》1983年第1期。
- 〔2〕盛长和：极限载荷方程在受外压圆柱壳承载能力计算中的应用《船工学报》1981·2。
- 〔3〕史习庆：用相对应力应变曲线计算圆柱壳在外压作用下的承载能力。
- 〔4〕潜艇结构强度设计计算规则 CB/Z 148-80
- 〔5〕许辑平编：《潜艇强度》，国防工业出版社。
- 〔6〕曲家棣等：均匀外压圆柱薄壳弹性稳定的实验研究，《固体力学学报》1980年创刊号。
- 〔7〕周承调：《薄壳弹塑性稳定性理论》《国防工业出版社》1980年。

〔注〕：〔1〕〔2〕〔3〕均为中国造船学会船舶力学委员会，结构应力分析学组 1981 年学术交流会论文。

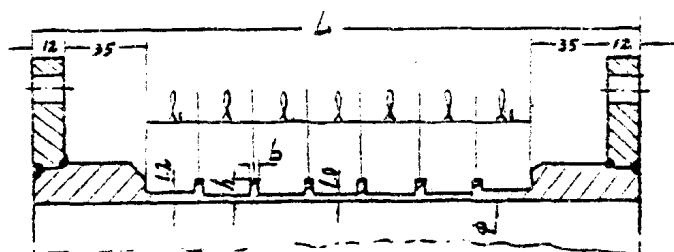


图1. 模型设计图

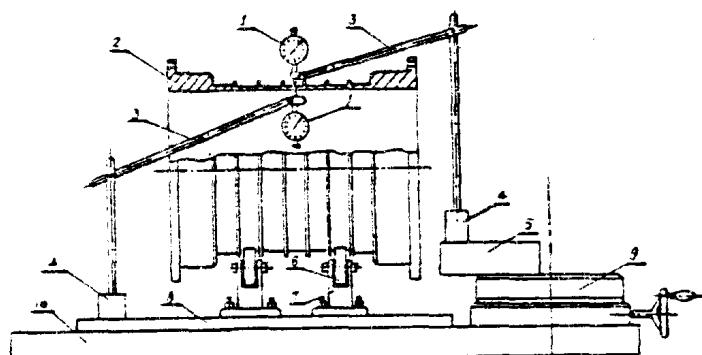


图2. 圆壳模型壁厚测量装置图

1—千分表 2—圆壳模型 3—连接杆
4—千分表座 5—V型块铁 6—滚动轴承
7—轴承支架 8—平板底座 9—迴转工作台 10—砧

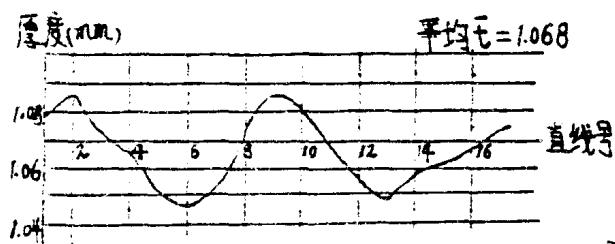


图3. 实测厚度沿周向分布图(7°第三弯)

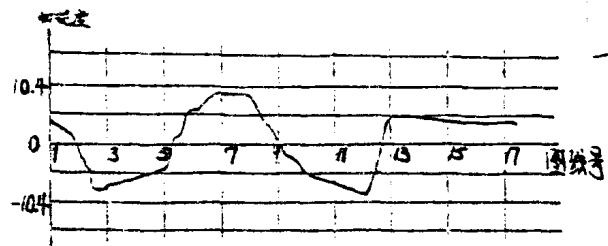


图5 7° 第三弯壳板初找良后周向展开图

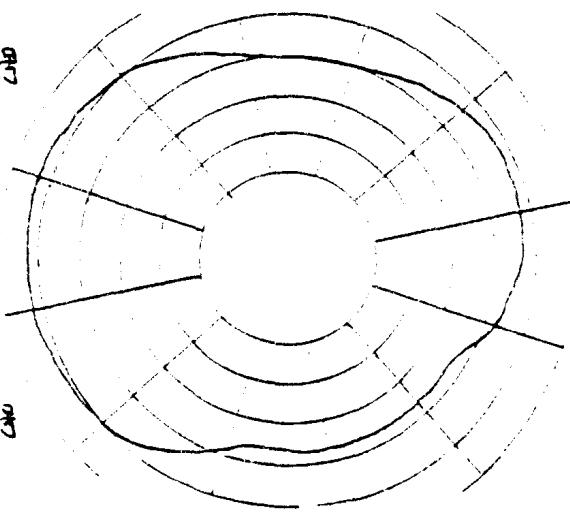


图4. 用圆度仪实测壳板形状.