欽定古今圖書集成曆象彙編曆法典
第一百二十七卷目錄
算法部彙考十九
幾何要法

曆法典第一百二十七卷
算法部彙考十九
幾何要法 明鄭洪猷著

序目

世之執牛耳盟者幽言理至度數之學則以爲迂而無當於道而芻狗置之夫度數而斤斤術藝也者明芻狗置也可度數之中大而授時定曆正律審音算量分秒不爽水泉灌溉有資輿夫力小任重營建機巧畢具而兵家制勝列營陣揣形勢策攻守所須乎此者尤亟用之如斯其廣且切也此而可芻狗視之將羲書廣轃亦枯而不靈之器而禹奏平成可舍句股勿用而姬公測驗必周髀是問何爲也始信理脫數而藏易借以覆短數傳理而見則有物有事假作不得假說亦不得也善哉幾何原本之帙譯自西國裁自徐太史先生之手其中比分櫛解義數詳明可以佐隸首商高之不逮可以補十經九執之遺亡而梓甘瞿襄不擅長焉者神而明之引類而伸之先王制器前用之法備見矣特初學望洋而嘆不無驚其繁余因與西先生得受幾何要法其意約而達簡而易從如攻堅木先其易者後其節目久也相說以解先河而後海昔有言之矣不操縵而能安絃有是學乎爰是訂而副諸梓人僭數語弁其端有笑而詫歛以俗吏而迂譚度數之理也歛烏知

論線 計界說十六 章數十七 要法二十

總論

幾何家者脫物體而空窮度數數其截者度其完者度有三曰線曰面曰體線以度長短面以度廣狹體以度厚薄線自點始點引爲線線展爲面面運爲體點者無長線者無廣面者無厚點爲線之界線爲面之界面爲體之界體不可爲界點線面體幾何之論起焉

界說章第一 凡十六則

界者一物之始終解篇中所用名目作界說

第一界

幾何者度與數之府也

第二界

點者無分無長短廣狹厚薄故無分如左圖甲點

甲 眞圓眞平相遇處止一點畢世積點不能結線也

凡圖十干爲識干盡用十二支等字

第三界

線止有長無廣厚如一平面光照之有光無光之間不容一物是線也如上甲乙圖畢世積線不能結面

第四界

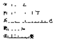
面者有長有廣無厚一體所見爲面凡體之影極似於面無厚之極也如上甲乙丙丁圖畢世積面不能結體

第五界

體有長有廣有厚如上甲乙丙丁戊己庚圖

第六界

分者幾何之幾何也小能度大而盡之無贏不足者以小爲大之分若小不能盡度大者稱幾分幾何之幾如



上甲乙四與丙丁八戊己十二等數皆能盡分者則甲乙四爲丙丁八戊己十二之分若庚辛四與壬癸六一即贏二即不足不能盡度者不得正名爲分則稱之爲三分六之二 他數倣此

第七界

點者非幾何故不能爲線及諸幾何之分

第八界

線非廣狹之幾何故不能爲面之分

第九界

面非厚薄之幾何故不能爲體之分

第十界

線有曲直線之一點能遮兩界是直線如上圖甲乙不遮則不直如下圖丙丁

第十一界

面之中間線能遮兩界不礙不空是平面如上圖甲乙丙丁不遮則不平如下圖戊己庚

欽定古今圖書集成曆象彙編曆法典

第一百二十七卷目錄

算法部彙考十九

幾何要法

曆法典第一百二十七卷

算法部彙考十九

幾何要法 明鄭洪猷著

序目

世之執牛耳盟者幽言理至度數之學則以爲迂而無當於道而芻狗置之夫度數而斤斤術藝也者則芻狗置也可度數之中大而授時定曆正律審音算量分秒不爽水泉潴溉有資與夫力小任重營建機巧畢具而兵家制勝列營陣揣形勢策攻守所須乎此者尤亟用之如斯其廣且切也此而可芻狗視之將義書廣蕃亦枯而不靈之器而禹奏平成可舍句股勿用而嫓公測驗必周髀是問何爲也始信理脫數而藏易借以覆短數傳理而見則有物有事假作不得假說亦不得也善哉幾何原本之帙譯自西國裁自徐太史先生之手其中比分櫛解義數詳明可以佐隸首商高之不逮可以補十經九執之遺亡而梓甘翟襄不擅長焉者神而明之引類而伸之先王制器前用之法備見矣特初學望洋而嘆不無驚其繁余因晤西先生得受幾何要法其意約而達簡而易從如攻堅木先其易者後其節目久也相說以解先河而後海昔有言之矣不操縵而能安絃有是學乎爰是訂而副諸梓人儕數語弁其端有笑而詑歙以俗吏而迂譚度數之理也歙烏知

論線計界說十六　章數十七
　要法二十

總論

幾何家者脫物體而空窮度數數其截者度其完者度有三曰線曰面曰體線以度長短面以度廣狹體以度厚薄線自點始點引爲線線展爲面面運爲體點者無長線者無廣面者無厚點爲線之界線爲面之界面爲體之界體不可爲界點線面體幾何之論起焉

界說章第一 凡十六則

界者一物之始終解篇中所用名目作界說

第一界

幾何者度與數之府也

第二界

點者無分無長短廣狹厚薄故無分如左圖甲點

甲

眞圓眞平相遇處止一點畢世積點不能結線也

凡圖十干爲識干盡用十二支等字

第三界

線止有長無廣厚如一平面光照之有光無光之間不容一物是線也如上甲乙圖畢世積線不能結面

第四界

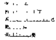
面者有長有廣無厚一體所見爲面凡體之影極似於面無厚之極也如上甲乙丙丁圖畢世積面不能結體

第五界

體有長有廣有厚如上甲乙丙丁戊己庚圖

第六界

分者幾何之幾何也小能度大而盡之無贏不足者以小爲大之分若小不能盡度大當稱幾分幾何之幾如



上甲乙四與丙丁八戊己十二等數皆能盡分者則甲乙四爲丙丁八戊己十二之分若庚辛四與壬癸六一即贏二即不足不能盡度者不得正名爲分則稱之爲三分六之二他數倣此

第七界

點者非幾何故不能爲線及諸幾何之分

第八界

線非廣狹之幾何故不能爲面之分

第九界

面非厚薄之幾何故不能爲體之分

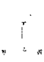
第十界

線有曲直線之一點能遮兩界是直線如上圖甲乙不遮則不直如下圖丙丁

第十一界

面之中間線能遮兩界不礙不空是平面如上圖甲乙丙丁不遮則不平如下圖戊己庚

第十二界



直線垂於橫線之上爲橫線之垂線

如上圖丁乙爲甲丙之垂線

第十三界

兩直線於同面行至無窮不相離亦

不相遠終不得相遇者爲平行線如

上甲乙丙丁兩線

第十四界

兩幾何以幾何相比之理爲比例兩幾何者或兩數

或兩線或兩面或兩體各以同類大小相比謂之比

例若線與面或數與線此異類不爲比例若同類相

比而不以幾何亦不爲比例也如白線與黑線或有

窮之線與無窮之線雖則同類實無比例有窮之線

畢世倍之不能及無窮之線故也

凡比例有三種有數之比例有量法之比例有樂律

之比例本卷論量法之比例

第十五界

比例相續不斷爲連比例其中率與前後兩率遞相

爲比例而中率既爲前率之後又爲

後率之前如上圖甲二與乙四比乙

四又與丙八比是也

第十六界

中率一取不再用爲斷比例如上圖

甲四自與乙八比丙六自與丁十二

比是也

備器章第二

幾何在曆家則多用圖畫圖必先備器器有三曰尺

曰規曰矩尺以畫線而貴直規以畫圜而貴調矩以

畫方而貴準器準矣不識用法則茫無措手今以用

法著於篇

審尺章第三

畫圖首畫線線貴直線界於尺故先求尺直

如甲乙爲尺面丙丁爲尺側一稜先以丙丁畫一戊

己線丙合戊丁合己次轉丙下稜畫

一己戊線丙合己丁合戊不出不入

則尺直矣不直再當琢削

畫線章第四

尺既直矣線可無曲然畫時又有法須以鐵或銅鑄

筆上長其柄令可把手下截闊而復漸窄而下其正

面削極平背令稍圜去末

寸許作一小竅竅下漸細

至末用時以墨汁入小竅

以平面緊倚尺作線則墨汁自就下或恐暈汙其地

將尺削去丙丁側一稜則墨線瑩細如絲即作於規

末亦得

審平面章第五

平面者諸方皆作直線

法曰如甲乙丙丁爲面欲審其平即

用直尺施於甲角繞面運轉不礙不

空全合直尺是平面也

引線章第六

有一短直線求平引長之

法曰如有甲乙線欲平引長之先以

甲爲心以乙爲界畫小半圜以乙爲

心任取一度於小半圜上下各作規界線爲丙爲丁

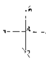
次以丙丁爲心任取一度向前作短界線相交爲戊

末引甲乙線至戊則得所求若欲更引長仍依此法

平分直線章第七法有二

有有界之線求兩平分之

第一法



如有甲乙線求兩平分先以甲爲心

任用一度但須長於甲乙線之半愈

長愈準向上向下各作一短界線次

用元度以乙爲心亦如之兩界線交處即丙丁末用

尺作丙丁直線即甲乙有界之線兩平分于戊矣

第二法

若所分之線下面無地可作短界線即於甲乙線上

先畫兩短界線於丙次或開或收規

度仍前從甲從乙向上又作兩短界

線於丁規度愈相遠畫線愈準末以

丙丁二交用尺如前畫線則得所求

作垂線章第八法有四

有一直線任於一點上求作垂線

第一法

甲乙直線任指一點於丙求丙上作垂線先於丙點

左右任用一度愈遠愈準各截一界爲丁爲戊次以

丁爲心任用一度但須長於丙丁線

向丙上方作短界線次用元度以戊

爲心亦如之兩界線交處爲己從己

至丙以尺畫線則得所求

第二法

於丙左右如上法截取丁與戊即任用一度以丁爲心于丙上下方各作短界線次用元度以戊爲心亦如之則上交爲己下交爲庚末作己庚直線視直線交於丙點即得所求若丙點在甲乙端上則當暗引長甲乙線後如前作亦得

第三法

若直線甲端上求立垂線又甲點外無地可暗引線則先以甲乙原線上方任取一點爲丙以丙爲心甲爲界作大半圜圜界與甲乙線相遇爲丁次自丁至丙依前法作直線引長之至戊爲戊丁線戊丁與圜界相遇爲己末自己至甲作直線即所求

第四法

若甲乙線所欲立垂線之點乃在線末甲界上甲外無餘線可截則於甲乙線上任取一點爲丙如前一二法於丙上立丁丙垂線次以甲丙丁角兩平分之分法在後三卷第四章爲己丙線次以甲丙爲度於丁丙垂線上截戊丙線又用元度以戊爲心向己作短界線爲庚末自庚至甲作直線得所求

立垂線章第九法有四

有無界直線線外有一點求自彼點作垂線至直線上

第一法

如有甲乙無界直線直線外有丙點求自丙點作垂線至甲乙線先以丙爲心向直線兩處各作小半圜或兩短界線爲甲爲乙次仍用一度以甲爲心向丙點相望處作短界線又以乙爲心亦如之兩線相交處爲丁末自丙至丁作直線截甲乙線於戊則丙戊爲垂線

第二法

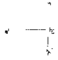
於甲乙線上近甲或乙任取一點爲心以丙爲界作一圜界於丙點及相望處各稍引長之次於甲乙線上視前心或相望如前圖或進或退如後圖任移一點爲心以丙爲界作一闌界與前圜交處得丁末自丙至丁作直線得丙戊垂線

第三法

若丙點垂於甲乙線之界不能於丙點左右畫闌如前二圖又或不能暗引長甲乙線則當以甲爲心於丙點及相望處各作短界線於丙於丁又進以乙爲心以丙爲界仍相望作兩短界線末從丙丁二交處作直線則得所求

第四法

若甲乙線在面之邊且下無地可措規如前四圖則當用前章第三法或以丙爲心任指甲乙線上兩點爲丁爲戊次任取一度以丁爲心向丙上作短界線次用元度以戊爲心仍向丙上作短界線交於己末自己至丙作直線引長之至庚得所求又有便法在後平行線中



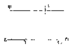
作平行線章第十法有三

一點求作直線與原設直線平行

第一法

於甲點求作直線與乙丙線平行先任作甲丁線與乙丙斜交次以丁爲心任作戊己圜界次用元度以甲爲心作庚辛圜界稍長於戊己次取戊己圜線爲度於庚辛圜界截取庚辛末自甲至辛作直線即所求

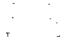
第二法



先以甲點爲心於乙丙線近乙處任指一點作短界線爲丁次任用一度以丁爲心向丙截取一分作短界線爲戊又用丁戊元度以甲爲心對甲平行作短界線爲己次用甲丁元度以戊爲心對甲平行作短界線於己末自甲至己作直線即所求

註曰凡有不等度須一度用一規始元度不爽如一規而數易其度則元度永不復矣此丁先生㲄法　以上二法以甲點定遠近若無甲點任指所欲遠近爲界可當甲點

第三法



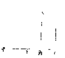
此法比前法更簡易即西本幾何亦未載乃敝師伯先生所授如有甲乙線任遠近求作平行線近甲取心向上以所求遠近爲度作小半圜次用元度近乙取心向上復作小半圜末

以尺依半圜爲界作直線即所求

註曰以上平行數法可推用作

沿邊直線之垂線如有甲乙線

求乙線界上作一垂線先以乙



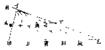
爲心向甲任取一點爲丙又用元度以丙爲心向甲指一點爲丁又以乙爲心任取一度向上方作一短界線愈遠愈準又以丁爲心用元度仍向上方作一短界線與前界線相交於戊末自戊至丙作垂線末以前作平行線法隨用一法以丙乙爲度作平行線正垂在乙點上即得所求

求分一直線任爲若干平分章第十一 法有圖

凡造曆象數欲分直線爲不等分不諳其法大費手力抑且不準宜熟後法以便用

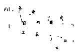
第一法

如甲乙線求五平分先從甲任作甲丙線爲丙甲乙角次從甲向丙任作五平度爲甲丁丁戊戊己己庚庚辛次作辛乙直線末用平行線法作丁壬戊癸己子庚丑四線皆與辛乙平行即壬癸子丑與甲乙爲五平分



第二法

如甲乙線求五平分即從乙任作乙丙線爲丙乙甲角次於乙丙任取一點爲丁作丁戊線與甲乙平行次從丁向戊任作五平分爲丁己己庚庚辛辛壬壬癸而丁癸線令小於甲乙次從甲過癸作甲子線週乙丙於子末從子作子壬子辛子庚子己四線各引長之而分甲乙於丑於寅於卯於辰爲五平分



第三法

如甲乙線求五平分即從甲從乙作甲丁乙丙兩平行線次從乙任作戊己庚辛四平分次用元度從甲作壬癸子丑四平分末作戊丑己子庚癸辛壬四線相聯即分甲乙於己於辰於卯於寅爲五平分

第四法

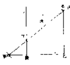
右圖之法極簡極神可分百千不等之線與百千不等之分先作一器如丙丁戊己爲平行線任平分爲若干格器愈大格愈密其用愈廣格每分作平行線相聯今欲分甲乙爲五平分即規取甲乙之度以一規髀任抵戊丙線上一規髀抵第五庚辛線上如不在庚辛者即漸移之至線界而止既至壬即戊壬之分爲甲乙之分

又如右圖有甲乙線求十七平分先以規取甲乙之度以一規髀抵戊丙線一處以一規髀抵此器庚辛第十七格爲壬次從戊至壬畫一直線次取所過兩格相距之度以此爲準分甲乙直線則得十七分矣或圖小而所分者大欲廣其用則遞倍之如圖一尺欲分一丈爲十九分須取一丈十分之一爲一尺用前法爲十九分後以尺遞十倍之則一丈已分爲一百九十分矣每十分作識如所求餘以此推之

一直線求截所取之分章第十二 法有二

第一法

如有甲乙直線求截取三分之一先從甲任作一甲丙線爲丙甲乙角次從甲向丙任作所命三分之平度如甲丁丁戊戊己爲三分也次作乙己直線末作丁庚線與己乙爲平行線即甲庚爲甲乙三分之一也



第二法

如甲乙直線求截取七分之三先以

前章之法分甲乙線爲七分後取其三於庚則得所求也如欲截取十分之七十四分之九等不均之數亦如之

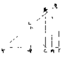

此圖與十二章同圖

有一直線求截各分如所設之分章第十三一法

法曰甲乙線求截各分如所設甲丙任分之丁戊者謂甲乙所分各分之比例若甲丁丁戊戊丙也先以甲乙甲丙兩線相聯於甲任作丙甲乙角次作丙乙線相聯末從丁從戊作丁己戊庚兩線皆與丙乙平行即分甲乙線於己於庚若甲丙分於丁戊爲

有直線求兩分之而兩分之比例若所設兩線之比例章第十四一法

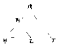
法曰如甲乙線求兩分之而兩分之比例若所設丙與丁先從甲任作甲戊線爲戊甲乙角次截取甲己與丙等己庚與丁等次作庚乙線聯之末作己辛線與庚乙平行即分甲乙於辛而甲辛與辛乙之比例若丙與丁



有兩直線求別作一線相與爲連比例章第十五法有二

第一法

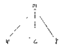
有甲乙甲丙兩線求別作一線相與爲連比例者任合兩甲乙甲丙爲甲角而甲乙與甲丙之比例若甲丙與所求他線也先於甲乙引長之爲乙



丁與甲丙等次作乙丙線相聯次從丁作丁戊線與丙乙平行末於甲丙引長之遇於戊即丙戊爲所求線若以甲丙爲前率數也

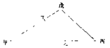
第二法

以甲乙乙丙兩線聯作甲乙丙直角次以甲丙線聯之而甲乙引長之末從丙作丙丁爲甲丙之垂線遇引長線於丁即乙丁爲所求線



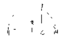
三直線求別作一線相與爲斷比例章第十六

法曰甲乙乙丙甲丁三直線求別作一線相與爲斷比例者謂甲丁與他線之比例若甲乙與乙丙也先以甲乙乙丙作直線爲甲丙次以甲丁線合甲丙任作甲角次作丁乙線相聯次從丙作丙戊線與丁乙平行末自甲丁引長之遇丙戊於戊即丁戊爲所求線



兩直線求別作一線爲連比例之中率章第十七

法曰甲乙乙丙兩直線求別作一線爲中率者謂甲乙與他線之比例若他線與乙丙也先以兩線作一直線爲甲丙次以甲丙兩平分於戊次以戊爲心甲丙爲界作甲丁丙半圜末從乙至圜界作乙丁垂線即乙丁爲甲乙乙丙之中率以上原本卷之一



論圜計界說十二章數十九要法二十二

總說

圜成於線線有二種爲曲爲直直線或單或衆前卷已詳之衆線或三而成三角形或四而成方形或多而成諸不等形曲線或半或全半線有不等之用全線或成圜形或成卵形等角形及方形卵形詳見後卷今先論圜形

界說章第一凡十二則

第一界

圜形於平地居一界之間爲圜

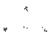
第二界

外圜線爲圜之界

第三界

圜之中處爲圜心

第四界



自圜之界作一直線過中心至他界爲圜徑如上圖甲丁乙戊爲圜界丙爲心甲乙爲徑

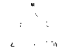
第五界

凡直線切圜界過之而不與界交者爲切線如上圖甲乙丙線是也若先切圜界而引之入圜內則謂之交線如丁戊是也

第六界

凡兩圜相切而不相交者爲切圜相切而相入者爲交圜如上圖

第七界



凡直線形居他直線形內而此形之各角切他形之各邊爲形內切形如上圖丁戊己爲甲乙丙形內切形

第八界

凡直線形居他直線形外而此形之各邊切他形之各角為形外切形如前圖甲乙丙為丁戊己形外切形其餘各形倣此二例

第九界

直線形之各角切圜之界為圜內之切形如上圖甲乙丙形之三角各切圜界於甲於乙於丙三者是也圜之界切直線形之各角為形外切圜同上圖

第十界

直線形之各邊切圜之界為圜外切形如上甲乙丙形之三邊切圜於丁於己於戊是也

第十一界

一圜之界切直線形之各邊為形內切圜如前圖

第十二界

一直線之兩界各抵圜界為合圜線如上圖之甲乙線

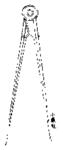
造規章第二共有四

圜形以至圓為準至圓必出於規規必欲極準極順其用甚活乃堪造曆凡造規之法有四詳列於後

第一法

先以銅或鐵範成二股上闊下窄至末而銳近頭小半截作凹凸狀令可相合次以釘釘其圓頭貴寬緊得宜任意可闊收規下半截為規䏶一規䏶作墨池如首卷第三章法以適用凡欲造曆象必須備規其造式見後

規圖

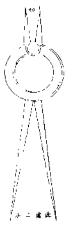


第二法

凡規有三用一畫虛線則須鉛條當先以銅葉為管虛其中橫開小路上套小銅圜可上下鬆緊以出入鉛條末略多出以留小闊如下甲圖一畫墨線則當作墨路如前第法如下乙圖一畫銅板線須以純鋼為末如下丙圖右三䏶俱另作不相連本規其本規如前法造但截去一䏶臨截處長半寸許作一小箱狀虛其中亦令方可受規䏶柄如下圖丁處箱而作旋螺用時任入一規䏶以銅消息如旋螺者貫定之如下戊圖則任意可畫線而一規可具三用矣此為第二法如下圖

第三法

造曆極用規依比例法分線分圜或以大形移變小形或以小度移變大度其分法稍難今作一四䏶規或銅或鐵略如剪形上下作四規䏶上短下長令上準下度或半或三之一或十之一及種種不等則作線圜時或欲以大變小先以下䏶取度次以上䏶移度或欲以小變大先以上䏶取度次以下䏶移度則得所求其或半或三之一或十之一俱從䏶之長短而分下愈長則度愈大上愈短則度愈促



第四法

前三種規長不踰尺止堪小用如欲造璣衡大器則當更變其式如下圖其規以銅範爲㮓方條上下如一任作幾尺於條左末作錐垂下二三寸以純鋼爲之更造一錐與前錐等上方寸許仍鑿方孔令透可受方條任遠近可推移方孔旁更鑿圓孔仍前法作旋螺貫定方條使兩錐堅定不爽分毫可畫大圓如下圖

有圖求兩平分之章第三 一法

如有甲乙丙圓求兩平分用尺任以圓一處爲界正過心畫一直線則圓體兩平分矣

有圖之分求兩平分之章第四 一法

如有甲乙丙圓分求兩平分之先於圓分兩界作甲乙線次兩平分之於丁從丁作丙丁爲甲乙之垂線

一卷第八章

卽丙丁分甲乙圓分爲兩平分若有圖不露其心又求兩平分之亦如此法

有圖求四平分之章第五 一法

凡立天象多用四分圖爲周天四象限故造法不可不準如有甲乙丙圖求四平分先以前法作甲乙線過戊心兩平分之次依作垂線法於戊心上自丙至丁作垂線得所求

有圖求六平分之章第六 一法

凡曆家分周天度多用六數或十二或二十四今詳其法如有一圖求作六分不用他法惟以畫圖之元規周圖界六步則自然分爲甲乙丙丁戊己六平分矣

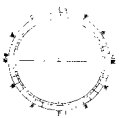
有圖求十二平分之章第七 一法

先以本卷五章法四平分於甲乙丙丁次以畫圖元規從甲從乙上下各指一點又從丙從丁左右各指一點則得所求若欲二十四分每分爲兩則得所求矣

有圖求三百六十平分之章第八 一法

凡曆家所用細分周天度以三百六十爲率今詳其法

如有甲乙丙圖先依前法四平分之爲四象限次以規元度依前法十二平分爲十二宮就以所分十二宮各三分之各包十度次每十兩平分之各包五次每宮又五平分之各包六今用六度之規幷終不改從子宮初一度步起完一周又次從初五度初十度十五度二十度二十五度各步完一周則平分三百六十分矣



有圖之分任截幾度章第九 一法

如有甲乙圓之一分欲取三十五度如用常法必須先求圖分之心依後十一章之法成圖後均分爲三百六十乃取三百六十之三十五分其法頗繁今有簡妙之法先備一銅板分一子丑寅象限爲九十分合極準設有甲乙圖之界自甲起欲取三十五度之分先從甲至丙心作甲丙半徑線如與子丑寅象限半徑相合則移彼度于卯至甲乙線上至庚卽得所求矣如大小不合則以規取子丑寅半徑以丙爲心或甲乙內或甲乙外作一圖分若丁戊圖在外則當

引長甲丙線至丁取子丑寅限三十五度以丁爲始移於丁戊圜上至己從丙心過己作一直線截甲乙於庚則甲庚爲甲乙圜上三百六十分之三十五也若所範銅板欲其用廣當從寅心重重作圜與子丑平行又自子丑外圜逐度引直線至寅心後所欲取圜分之度若其半徑與子寅不等或同於他子丑內圜之半徑則可徑移其度於所分圜上不爾仍用前法

有圜求尋其心章第十一一法

如有甲乙丙丁圜欲求其心先於圜之兩界任作一戊己直線次以平分線法作丙丁垂線兩平分之於庚則庚爲圜心

有圜之分求成圜章第十二一法

如有甲乙丙圜分求成圜先於圜分任取三點於甲於乙於丙從甲至丙丙至乙各作一直線各兩平分於丁於戊次於丁戊上各作垂線相交處爲己末以己爲心以圜爲界旋轉即得所求

任設三點不在一直線求作一過三點之圜章第十二法有二

第一法

如有甲乙丙三點求作一圜貫之先以甲爲心任取一度向乙上下各作小圜分又以乙爲心向甲仍用元度上下各作小圜分相交處爲丁爲戊次又以甲爲心向丙上下作小圜分如前次以丙爲心亦如之相交處爲己爲庚次從丁至戊從己至庚各作直線相交處爲辛末以辛爲心任取一點爲界旋規成圜即得所求

第二法

先以三點作三直線相聯成甲乙丙三角形次平分兩線於丁於戊次於丁戊上各作垂線令相遇於己末以己爲心甲爲界作圜即得所求

有圜求作合圜線與所設線等此設線不大於圜之徑線章第十三一法

如有甲乙丙圜求作合線與所設丁線等其丁線不大於圜之徑線徑爲圜內之最大線更大不可合先作甲乙圜徑爲乙丙若乙丙與丁等者即是合線若丁小於徑者即於乙丙上截取乙戊與丁等次以乙爲心戊爲界作甲戊圜交甲乙丙圜於甲末作甲乙合線即與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等

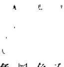
三角形求作形外切圜章第十四一法

甲乙丙角形求作形外切圜先平分兩邊於丁於戊次於丁戊上各作垂線爲己丁己戊而相遇於己末以己爲心甲爲界作圜必切甲乙丙而爲三角形之形外切圜

三角形求作形內切圜章第十五一法

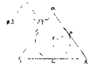
甲乙丙角形求作形內切圜先以甲乙丙角甲丙乙角各兩平分之作乙丁丙丁兩直線相遇於丁次自丁至角形之三邊各作垂線爲丁己丁庚丁戊末以丁爲心戊爲界作圜即過庚己爲戊庚己圜而切角形之甲乙丙而甲三邊于戊于己于庚此爲形內切圜

有圜求作圜內三角切形與所設三角形等角章第十六



甲乙丙圜求作圜內三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等先作庚辛線切圜于甲次作庚甲乙角與設形之己角等次作辛甲丙角與設形之戊角等末作乙丙線即圜內三角切形與所設丁戊己形等角

有圜求作圜外三角切形與所設三角形等角章第十七



甲乙丙圜求作圜外三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等先于戊己邊各引長之爲庚辛次于圜界抵心作甲壬線次作甲壬乙角與丁戊庚等次作乙壬丙角與丁己辛等末於甲乙丙上作癸子子丑丑癸三垂線此三線各切圜於甲於乙於丙而相遇於子於丑於癸若作甲丙線即癸甲丙癸丙甲兩角小於兩直角而子癸丑癸兩線必相遇餘倣此此癸子丑三角與所設丁戊己三角各等

有圜求作內切圜直角方形章第十八

有甲乙丙丁圜求作內切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交於戊次作甲乙乙丙丙丁丁甲等四線即甲乙丙丁爲內切圜直角方形也

有圜求作外切圜直角方形章第十九法有二

第一法

甲乙丙丁圜其心戊求外切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交於戊次於甲乙丙丁作庚己己辛辛壬壬庚四線爲兩徑末界之垂線而相遇於己於辛於壬於庚即己庚壬辛爲外形

第二法

以戊甲爲度依平行線法作己庚辛壬上下兩線與乙丁平行次用元度作己辛庚壬左右兩線與甲丙平行即得所求同前圖

有直角方形求作形內切圜章第二十

甲乙丙丁直角方形求作形內切圜先以四邊各兩平分於戊於己於庚於辛而作辛己戊庚兩線相交於壬末以壬爲心戊爲界作圜必過戊己庚辛而切甲丁丁丙丙乙乙甲四邊是爲形內切圜

有直角方形求作形外切圜章第二十一

甲乙丙丁直角方形求作外切圜先作對角兩線爲甲丙乙丁而交於戊末以戊爲心甲爲界作圜必過乙丙丁甲而爲形外切圜

有圜求作圜內五邊切形其形等邊等角章第二十二

如有甲乙丙丁戊圜求作五邊內切圜形等邊等角先作己庚辛兩邊等角形而庚辛兩角各倍大於己角次於圜內作甲丙丁角形與己庚辛角形各等角次以甲丙丁甲丁丙兩角各兩平分作丙戊丁乙兩線末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線相聯即甲乙丙丁戊爲五邊內切圜形而五邊五角俱自相等

有一圜求作內切圜五邊及十邊形章第二十三

如有甲乙丙圜心爲丁先作甲丙過心線次作乙丁垂線次平分丁丙線於戊作乙戊線次取戊乙度移於徑線爲戊己次作乙己直線蓋乙己爲甲乙丙圜五分之一以此爲度可作內切圜五邊形丁己度可作內切圜十邊形

有圜求作圜外五邊切形其形等邊等角章第二十四

甲乙丙丁戊圜求作五邊外切圜形等邊等角先依前章法作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形次乃從己心作己甲己乙己丙己丁己戊五線次從此五線作庚辛辛壬壬癸癸子子庚五垂線相遇於庚於辛於壬於癸於子五垂線既切圜即成外切圜五邊形而等邊等角

五邊等邊等角形求作形內切圜章第二十五

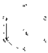
甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作內切圜先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分其線爲己甲己乙而相遇於己自己作己丙己丁己戊三線次從己向各邊作己庚己辛己壬己癸己子五垂線末作圜以己爲心庚爲界必過辛壬癸子庚而爲甲乙丙丁戊五邊形之內切圜

五邊等邊等角形求作形外切圜章第二十六

甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作外切圜先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分其線爲己甲己乙而相遇於己次從己作己丙己丁己戊三線與己甲己乙俱等末以己爲心甲爲界作圜必過乙丙丁戊甲即得所求

求作圜內六邊切形其形等邊等角章第二十七

如有甲乙丙丁戊己圜其心庚求作六邊內切圜形等邊等角先作甲丁徑線次以丁爲心庚爲界作圜兩圜相交於丙於戊次從庚心作丙庚戊庚兩線各引長之爲丙己戊乙末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線相聯即得所求



求作圜內十五邊切形其形等邊等角章第二十八

如有甲乙丙圜求作十五邊內切圜形等邊等角先

作甲乙丙內切圜平邊三角形卽各邊當圜十五分之五次從中作甲戊己庚辛內切圜五邊形等角各邊當圜十五分之三而戊乙得十五分之二次以戊乙圜分取乙己度兩平行於壬則壬乙得十五分之一次作壬乙線依壬乙共作十五合圜線卽得所求

以此爲例推用遞分可作無量數形

圜內有同心圜求作一多邊形切大圜不至小圜其多邊爲偶數而等章第二十九

如有甲乙丙丁戊兩圜同以己爲心求於甲乙丙大圜內作多邊切形不至丁戊小圜其多邊爲偶數而等先從己心作甲丙徑線截丁戊圜於戊也次從戊作庚辛爲甲戊之垂線卽庚辛線切丁戊圜於戊也次以甲丙兩平分於乙乙丙兩平分於壬以壬丙兩平分於癸則丙癸圜分必小於丙庚而作丙癸合圜線卽丙癸爲所求切圜形之一邊也次以癸丙爲度遞分一圖各作合圜線得所求形 凡上原本卷之二

論線 計界說十 要法十四 章數十四 凡十則

界說章第一

第一界

角者兩線縱橫相遇所作線有曲直兩直相遇爲直線角兩曲相遇爲曲線角一直一曲相遇爲雜線角曲雜兩線角更有別論今先明直線角

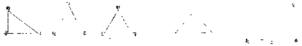
第二界

凡直線上垂於橫直線之上必成兩直角相等如上圖甲乙爲垂線丙丁爲橫線而乙之左右兩角相等爲兩直角若反以甲乙爲橫線則丙丁爲甲乙垂線也

如今用矩尺一縱一橫互相爲直線互相爲垂線

第三界

垂線斜交於橫直線之上必成兩不等角兩不等角一大於直角一小於直角大爲鈍角小爲銳角如上圖戊己庚爲鈍角戊己辛爲銳角故直角惟一而銳鈍兩角其大小不等乃至無數



第四界

凡二直線不能爲有界之形故直線之形有界者至少有三角有三直線爲邊名曰三邊形亦曰三角形如上圖三邊形止有三種

第五界

三邊線相等爲等邊三角形亦爲平邊三角形如上甲乙丙圖

第六界

兩邊線相等爲一不等三角形如上丁戊己圖

第七界

三邊線俱不等爲不等邊三角形如上庚辛壬圖

第八界

三邊形有一直角爲三邊直角形有一鈍角爲三邊鈍角形有三銳角爲三邊各銳角形如上三圖

第九界

凡三邊形恆以在下者爲底在上邊爲腰如上圖甲乙甲丙爲腰乙丙爲底

第十界

凡言角者俱用三字爲識其第二字卽所指角也如甲乙丙角其乙字指角

三髀規章第二

規以二髀爲常法或倍之於兩端爲四髀前卷已詳之矣茲有三髀規新式造法兩髀如常如前二卷中所設是也旁一髀卽附於二髀之樞稍引長之出頭其頭端上有眼銜旁一髀令其圓活可上下左右如下圖用法見後

於有界直線上求立等邊三角形章第三
如甲乙直線上求立等邊三角形先以甲爲心乙爲
界或上或下作短界線次以乙爲心
甲爲界作短界線兩線交處爲丙末
自甲至丙丙至乙各作直線卽所求

於有界直線上求立三不等三角形章第四
如甲乙直線以甲爲心任取一度或
長或短於甲乙線上用前法作一短
界線次以乙爲心用前度亦如之兩
短界線交處爲丙從丙至甲至乙各作直線卽所求

於有界直線上求立三不等角形章第五
如甲乙直線以甲爲心或長或短用一度如前作短
界線次以乙爲心甲度長今用短度
甲度短今用長度於甲乙不等作短
界線交處爲丙從丙至甲至乙作兩
直線卽所求

有直線角求兩平分之章第六
如乙甲丙角求兩平分之先於甲乙線任截一分爲
甲丁次於甲丙線截甲戊與甲丁等
次或用元度或任取一度以丁爲心
向乙丙間作一短界線次以戊爲心
亦如之兩線交處爲己從甲至己作
直線卽所求若向乙丙無地可作短
界線則宜仍以丁以戊爲心向甲上
作短界線爲己從己至甲作直線卽
所求如上圖


有直角求三平分之章第七

如甲乙丙直角求三平分之先任於
一邊立平邊角形爲甲乙丁次分對
直角一邊爲兩平分丁戊從此邊對
角作垂線至乙卽所求

有角任分爲若干分章第八
如乙甲丙角欲分爲四爲八爲十六
等分則先分兩分又各兩分之得四
又各兩分之得八又各兩分之得十
六愈分則愈倍任欲分爲幾分如三
五七九之類則先以甲爲心向乙作一圜分次以規
分圜分任作幾何分末從所分度至甲作直線卽所
求如上圖

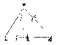
有三直線求作三角形其三邊如所設三直線
等章第九
如甲乙丙三線每兩線并大於一線
任以一線爲底以底之甲爲心第二
第三線爲度向上作短界線兩界線
交處爲丙次向下作丙甲丙乙兩腰

卽所求
設一三角形求別作一形與之等章第十
以所設三角形之三邊當甲乙丙三
線以前法作之卽所求或又用前所
備三脚規以規形所設三角形度移
於別處卽所求

一直線任於一點上求作一角如所設角等章
第十一
如甲乙線上有丙點求作一角如所設丁戊己角等

先於戊丁線任取一點爲庚於戊己
線任取一點爲辛自庚至辛作直線
次以前法於甲乙線上作丙壬癸角
形與戊庚辛角等卽所求

有三角形求兩平分之章第十二
如有甲乙丙三角形求兩平分之任
於一邊兩平分之於丁向角作直線
卽所求

凡角形任於一邊任作一點求從點分兩形爲
兩平分章第十三
有甲乙丙角形從丁點求兩平分之
先自丁至相對甲角作甲丁直線次
平分乙丙線於戊作戊己線與甲丁
平行末作己丁直線卽分本形爲兩
平分

有三邊直角形以兩邊求第三邊長短之數章
第十四
如甲乙丙三角形甲邊直角先得甲乙甲丙兩邊長
短之數如甲乙六甲丙八求乙
丙邊長短之數其甲乙甲丙上
所作兩直角方形并與乙丙
上所作直角方形等原本卷四十七則
甲乙之冪自乘之數曰冪得三十六甲
丙之冪得六十四并之得百而
乙丙之冪亦百百開方得十卽
乙丙數十也又設先得甲乙乙
丙如甲乙六乙丙十而求甲丙

之數其甲乙甲丙亡兩直角方形幷既與乙丙上直角方形等則甲乙之冪得三十六乙丙之冪得百百減三十六得甲丙之冪六十四六十四開方得八即甲丙八也求甲乙倣此見一卷本卷之三

論方形計界說八章數十三要法十四

界說章第一凡八則

第一界

方形者四直線兩縱兩橫相遇所成亦謂之四邊形如上甲圖

第二界

四邊形之四線等而四直角者爲直角方形如上甲圖

第三界

四邊兩兩相等而俱直角者爲長直方形如上乙圖

第四界

四邊等但非直角者爲斜方形如上丙圖

第五界

四邊兩兩相等但非直角者爲長斜方形如上丁圖

第六界

已上方形四種謂之有法四邊形四種之外他方形皆謂之無法四邊形如上戊圖等本卷多以直方形爲論爲其多有用也

第七界

凡形每兩邊有平行線爲平行線方形如上己圖

第八界

凡作平行線方形若於兩對角作一直線其直線爲對角線也又於兩邊縱橫間各作一平行線其兩平行線與對角線必交羅相遇卽此形分爲四平行線方形其兩形有對角線者爲角線方形其兩形無對角線者爲餘方形如甲乙丙丁方形於丙乙兩角作一線爲對角線又依乙丁平行作戊己橫線依甲乙平行作庚辛縱線其對角線與戊己庚辛兩線交羅相遇於壬卽作大小四平行線方形矣則庚壬己丙及戊壬辛乙謂之角線方形而甲庚壬戊及壬己丁辛謂之餘方形

審矩章第二

凡作方形必欲用矩故先論審矩法後論棄矩求方之法矩以兩尺縱橫而成然必成直角方準若稍出入必爲銳鈍兩角而不能成矩今欲審直角先審兩尺之稜如首卷第一法後於他堅體上作半圜中畫徑線次以矩角倚半圜之界視二尺稜正切徑線與圜相交之處則矩準而可用矣若有出入明當更改或於堅體上作一直線更作一垂線四邊作直角以一矩準四直角不爽則至準矣

一直線上求立直角方形章第三

如甲乙線上求立直角方形先於甲乙兩界各立垂線爲丁甲爲丙乙皆與甲乙線等次作丁丙線相聯卽得所求

有直線形求作直角方形與之等章第四

甲直線無法四邊形求作直角方形與之等先作乙丁形與甲等本卷第五第六章兩直角次任用一邊引長之如丁丙引之至己而丙己與乙丙等次以丁己兩平分於庚其庚點或在丙點或在丙點之外若在丙卽乙丁是直角方形與甲等矣若庚在丙外卽以庚爲心丁己爲界作丁辛己半圜末從乙丙線引長之遇圜界於辛卽丙辛上直角方形與甲等如上圖丙辛壬癸

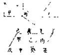
有三角形求作平行方形與之等而方形角又與所設角等章第五

設甲乙丙角形丁角求作平行方形與甲乙丙角形等而有丁角先分一邊爲兩平分如乙丙邊平分於戊次作丙戊己角與丁角等次自甲作直線與乙丙平行而與戊己線遇於己末自丙作直線與戊己平行爲丙庚而與甲己線遇於庚則得己戊丙庚平行方形與甲乙丙角形等而有丁角

有多邊直線形求作一平行方形與之等而方形角又與所設角等章第六

設甲乙丙五邊形丁角求作平行方形與五邊形等

而有丁角先分五邊形爲甲乙丙三
三角形次依前章法作戊己庚辛平
行方形與甲等而有丁角次於戊辛
己庚兩平行線引長之作庚辛壬癸
平行方形與乙等而有丁角末復引



前線作壬癸子丑平行方形與丙等而有丁角卽此
三形幷爲一平行方形與甲乙丙倂形等而有丁角
自五邊以上可至無窮俱倣此法

有多直角方形求幷作一直角方形與之等章第七

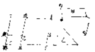
如五直角方形以甲乙丙丁戊爲邊任等不等求作
一直角方形與五形等先作己庚辛
直角而己庚線與甲等庚辛線與乙
等次作己辛線旋作己辛壬直角而
辛壬與丙等次作己壬線旋作己壬
癸直角而壬癸與丁等次作己癸線
旋作己癸子直角而癸子與戊等末
作己子線而己子線上所作直角方
形卽所求

有平行方形求作三角形與之等而三角形一角如所設角等章第八

如有甲乙丙丁平行方形戊角先作丁乙己角與戊
等遇甲丙線於己次以乙丁線引長
之爲庚取丁庚度與乙丁等末作己
庚直線乙丙庚三角形與甲乙丙丁
平行方形等而有戊角卽所求

一直線上求作平行方形與所設三角形等而方形角又與所設角等章第九

設甲線乙角形丙角求於甲線上作平行方形與乙
角形等而有丙角先依本卷第
五章法作丁戊己庚平行方形
與乙角形等而戊己庚角與丙
角等次於庚己線引長之作己
辛線次作辛壬線與戊己平行
次於丁戊引長之與辛壬線遇
於壬次自壬至己作對角線引



出之又自丁庚引長之與對角線遇於癸次自癸作
直線與庚辛平行又於壬辛引長之與癸線遇於子
末於戊己引長之至癸子線得丑卽己丑子辛平行
方形如所求如欲卽於甲線立形則先依本章法作
己辛子丑方形次於甲線一界作寅角如辛己丑角
等次取寅卯如己丑等末成平行方形卽得所求

設不等兩直角方形如一以甲爲邊一以乙爲邊求別作兩直角方形自相等而幷之又與元設兩形幷等章第十

先作丙戊線與甲等次作戊丙丁直角形而丙丁線
與乙線等次作戊丁線相聯末
於丙丁戊角丙戊丁角各作一
角皆半於直角己戊己丁兩腰
相遇於己而相等卽己戊己丁
兩線上所作兩直角方形自相
等而幷之又與丙戊丙丁上所
作兩直角方形亦相等

兩直線形不等求相等之較幾何章第十一

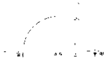
甲與乙兩直線形甲大於乙以乙減
甲求較幾何先任作丁丙己戊平行
方形與甲等次於丙丁線上依丁角
作丁丙辛庚平行方形與乙等卽得
辛庚戊己爲相減之較矣

有圜求作一直角方形與之等章第十二

方圜圜方之法自古名賢究析而未準吾師丁先生
幾何六卷之末設此神法其法之用甚廣今撮其要
以推作方圜圜方之法先設甲乙丙丁直角方形次
以乙爲心以甲爲界作甲丁限
象任分爲若干度今姑分爲九
十度又分甲乙丙丁兩線如前
數爲九十次自乙心至象限逐
度皆作虛線次從甲乙丙丁兩
線對望作平行線其與限象線

交處俱作點次從甲作曲線貫
諸點貫諸點之線則甲戊線爲
方圜圜方之根線而乙甲爲邊
乙丁爲底次自甲至戊作一直
線若乙戊直線與所設欲方之
圜半徑等則甲乙線爲所設圜

限象之界線若圜半徑長則於
乙丁線上截乙己與半徑等引
長甲乙線作己庚與戊甲線平
行庚至乙卽長徑圜象限之界
線若圜半徑短則於乙丁線上
截乙辛與半徑等作辛壬線與



戊甲平行則壬至乙即短徑圜限象之界線今有子丑圜或大或小其半徑與乙辛等先作一寅卯直線立一辰巳垂線次從巳起取巳午午未各與乙壬等次取巳申與乙辛等次兩平分申未於酉以酉為心以申或未為界作半圜切垂線於辰末取巳辰作直角方形之一邊則此方形與所設圜等以此可推不特一方與一圜即方之一邊線與圜一限象等方之半邊線與圜半限象等

有直角方形求作一圜與之等章第十三

如有甲線為方之邊先取一圜依前法求其作方之線如前度得申巳次作辰申直線次截戊巳如所設甲線等次自戊作戊卯線與辰申平行末以巳卯為半徑之度作一圜即得所求

推用一法

依兩章方圓互求之法可推任有直線形可作一圜與之等又任設一圜可作直線形與之等須先依前章法求多邊直線形作一方形與之等次依本章法作一圜形與直角方形等則得一圜與所設直線形等若又有圜求作一三角形先依本章法作一方與所設圜等次依前法作三角形如所設方形等則所作三角形如原設圜等以上原本卷之四

曆法典第一百二十八卷

算法部總論

隋書

律曆志備數

五數者一十百千萬也傳曰物生而後有象滋而後有數是以言律者云數起於建子黃鐘之律始一而每辰三之歷九辰至酉得一萬九千六百八十三而五數備成以爲律法又參之終亥凡歷十二辰得十有七萬七千一百四十七而辰數該矣以爲律積以成法除該積得九寸即黃鐘宮律之長也此則數因律起律以數成故可歷管萬事綜覈氣象其算用竹廣二分長三寸正策三廉積二百一十六枚成六觚乾之策也負策四廉積一百四十四枚成方坤之策也觚方皆經十二天地之大數也是故探賾索隱鉤深致遠莫不用焉一十百千萬所同由也律度量衡歷率其別用也故體有長短檢之以度則不失毫釐物有多少受之以器則不失圭撮量有輕重平之以權衡則不失黍絫聲有清濁協之以律呂則不失宮商三光運行紀以曆數則不差晷刻事物糅見御之以率則不乖其本故幽隱之情精微之變可得而綜也夫所謂率者有九流焉一曰方田以御田疇界域二曰粟米以御交質變易三曰衰分以御貴賤廩稅四曰少廣以御積冪方圓五曰商功以御功程積實六曰均輸以御遠近勞費七曰盈朒以御隱雜互見八曰方程以御錯糅正負九曰句股以御高深廣遠皆乘以散之除以聚之齊同以通之今有以貫之則算數之方盡於斯矣古之九數圓周率三圓徑率一其術疏舛自劉歆張衡劉徽王蕃皮延宗之徒各設新率未臻折衷宋末南徐州從事史祖沖之更開密法以圓徑一億爲一丈圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽正數在盈朒二限之間密率圓徑一百一十三圓周三百五十五約率圓徑七周二十二又設開差冪開差立兼以正圓參之指要精密算氏之最者也所著之書名爲綴術學官莫能究其深奧是故廢而不理

明唐順之本集

句股測望論

句股所謂矩也古人執數寸之矩而日月運行朓朒遲速之變山谿之高深廣遠凡目力所及無不可知蓋不能逃乎數也句股之法橫爲句縱爲股斜爲弦句股求弦句股自乘相併爲實平方開之得弦句股求股句弦自乘相減爲實平方開之得股股弦求句同法蓄一弦實藏一句一股之實一句一股之實併得一弦實也數非兩不行因句股而得弦因股弦而得句因句弦而得股三者之中其兩者顯而可知其一者藏而不可知因兩以得三此句股法之可通者也至如遠近可知而高下不可知如卑則塔影高則日影之類塔影之在地者可量而人足可以至於戴日之下而日與塔高低之數不可知則是有句而無股弦三者缺其二數不可起而句股之法窮矣於是有立表之法蓋以小句股求大句股也小句股每一寸之句爲股長幾何則大句股每一尺之句其長幾何可知矣此以人目與表與所望之高三相直而知之也人目至表小弦也人目至所望之高大弦也又法表爲小股其高幾何與至塔下之數相乘以小句除之則得塔高蓋橫之則爲小股至塔之積縱之則爲小句至塔頂之積縱橫之數恰同是變句以爲股因橫而得縱者也句股弦一者有一可知則立表之法可得而用若其高與遠之數皆不可知而但目力可及如隔海望山之類則句股弦三者無一可知而立表之法又窮矣於是有重表之法蓋兩表相去幾何爲影差者幾何因其差以求句股亦可得矣立表者以通句股之窮也重表者以通一表之窮也其實重表一表也一表句股也無二法也

句股容方圓論

凡奇零不齊之數準之於齊圓準之於方不齊之圓準於齊之圓不齊之方準於齊之方句股容圓準於句股容方假令句五股五弦七有奇此爲整方均齊無較之句股其容方徑或得句之半蓋容方積得句股全積四分之一其取全積時句股分在兩廉則句五股五五五二十五內一半爲句積一半爲股積其

求容方則併句股爲縱一廉得十爲長之數得闊二五與原句相半盖始初則一半句積一半股積橫列之而爲正方及取容方則股積在上句積在下而爲長方矣其容方所以止得半句者則以句股之數均也若句短股長則容方以漸而闊不止於半句矣故大半爲股積小半爲句積其始橫列時句積與股同長而不同闊其從列時則股積之闊如故而句積截長以爲闊則闊與股積同而長與股積異與橫列正相反此變長爲闊而取容方之法也其謂之句積股積者從容方徑與句股相乘之數而名之也若取容圓徑則用句股自之而倍其數以句股與弦併爲法蓋容圓之徑多於容方方有四角與弦相礙故其數少圓循弦宛轉故其數多若以求容方與求容圓相比則積中恰少一段圓徑與半弦和較相乘之數弦和較者勾股併與弦相較之數也假令勾五股五相乘亦倍之得五十如求容方則亦倍勾股爲法得二十亦恰得二寸五分之徑如求容圓則不用倍勾股爲法而用一句股併與一弦是以一弦代一句股併也以一弦代一句股併恰少一弦和較加一弦和較則亦兩句股矣假令一句股得十倍句股得二十是取容方之徑一句股得十一弦得七恰少一弦和較三是取容圓之徑其所以少一弦和較者圓徑多於方徑也假令取容圓不用句股倍積而止用句股本積則宜用句股併爲廉而除去半弦和較亦得或約得圓徑之後與半弦和較相乘添積而以句股併爲廉不除亦得或用句股倍積用兩句股相併爲廉而以全弦和較與約得圓徑相乘添積亦得此故方爲圓之妙其機括只寓之於弦和較閒也至於句股積與弦積亦只於句股較中求之蓋數起於參伍參伍起於畸零不齊也假令股五句五齊數之句股則句股冪倍之卽得弦冪蓋兩句股積而成弦積也至於句短股長相乘之積則成一長方倍之而弦側不當中徑亦不成弦冪惟以一句股較積補之乃能使長方爲一正方而得弦積蓋句股之差愈遠則長方愈狹長方愈狹則句股之差積愈多故句股差者所以權長方不及正方之數以相補輳此補狹爲方之法也

弧矢論

凡弧矢算法準之於矢而參之於徑背徑求矢之法先求之背弦差而半背弦差藏之矢冪與徑相除之中倍矢冪與徑相除則全背弦差也半法簡捷故用其半冪者方眼也自乘之數必方故謂之冪假令徑十寸截矢一寸一寸隅無開方卽以一寸爲矢冪而以十寸之徑除之該得一分是半背弦差一分若二寸矢開方得四寸是爲一小者四半背弦差得四分三寸矢開方得九是爲一寸者九半背弦差得九分皆準之於十寸之徑故一寸之冪而差一分遞而上之視其冪以爲差之多少又假令徑十三寸矢冪一寸則以十三寸之徑與一寸相除每寸該差七釐七毫弱以爲半背弦差若二寸矢開方得四該四箇七釐七毫併之得三分八毫以爲二寸矢半背弦差此準之十三寸之徑亦遞而上之視其冪以爲差之多少蓋徑長則背弦之差減故一寸矢而差止七釐有奇徑短則背弦之差增故一寸矢而差及一分雖其數有增減而準之於一寸之冪與徑相除而以漸開之每得一寸則得元差而相併以爲背弦之差則其法之一定不可易者也背徑求矢矢背求徑諸法消息管於是矣至於徑積求矢一法古法以倍截積自乘爲實四因截積爲上廉四因直徑爲下廉五爲負隅與矢相乘以減下廉而以上下廉與矢除實今立一法但以截積自乘爲實而遂以截積爲上廉直徑爲下廉每一寸矢帶二分五釐二寸矢則帶五分四分而增其一以減徑其倍積四因之法悉去不用頗爲簡捷蓋徑積求矢準於矢徑之差矢徑差者矢徑互爲升降也矢一寸則該減徑一寸二分五釐矢二寸則該減徑二寸五分而矢徑之差起於積數之不足且夫圓準於方而畸零之圓又準於均齊之圓以方爲率徑十寸矢一寸則積必是十寸矢二寸則積必是二十寸但得積爲實只約矢與徑爲從平方開之足矣蓋方無虛隅也又以整圓爲率徑十寸矢五寸則圓積必居方積四分之三而以四之一爲虛隅足矣蓋雖有虛隅而其數易準也惟是矢以漸而短則積以漸而減有不能及四分之三虛隅以漸而加有不止於四分之一者矣於是平方法與四分而一爲虛隅之法皆不可用惟是乘平方之積爲三乘而以四分之矢減五分之徑則不問矢之長短積與虛隅之多寡而其數皆至此而均齊之平方之法數有多寡而減來減去必得一均齊之數以爲準而後不齊者皆齊此天然之妙也夫積自乘而爲三乘方之實則一整方耳而矢數藏焉及立法求矢則分爲上下兩廉而矢數著焉蓋整方所以聚積而分廉所

中華書局影印