

力学计量与测试技术

周克印 主编

南京航空航天大学



2008047609

TB93
1019-2

序 言

传统意义上的计量学具有两个明显的特征，一是其学科前沿性，即它为科学技术的发展提供计量保证、又用最新的科技成果武装自己；一是其社会公益性与行政法规性，即通过计量管理为市场经济的正常运行提供坚实的保障。但在我国，传统计量工作通常是以量传及其逆过程溯源为主要内容，而与产品生产或质量相干甚少。这一界定看来已不符合科学技术的发展现状。目前的趋势是，计量应贯穿生产的全过程并且和产品的质量紧密结合。即计量工作的宗旨应是：以最经济的手段、最低的风险来保证符合性，而科学性、系统性、程序性与经济性已成为当代计量的显著特点。这样，计量向测量过渡、检定向校准过渡、溯源向产品性能数据准确可靠过渡、计量器具向测量设备过渡、准确度向不准确度过渡、狭义计量向广义计量过渡、静态计量向动态校准过渡，已成为计量观念转变的当务之急。

力学计量是计量学中的一个重要领域，它涉及的技术面极广而内涵又极为丰富。周克印等同志编著的《力学计量与测试》，是我校计量测试专业根据教学需要自编的介绍力学计量与测试技术的专业教材。其中融合了他们丰富的教学实践经验。内容舍取时已注意到严格的科学性、完整的系统性和专业的针对性；行文时思路清晰、重点突出、说理透彻且富于启发，既有利于教师的讲授，又方便了学生的自学。尤其是编写时已考虑到当代计量的观念的转变，为后续课程的开设奠定了不可或缺的基石。

在这本教材付梓前，有幸读到全部原稿，感受颇多，故此写了出来，希望对使用与阅读这本教材的师生有所裨益。是以序。

第五章 金属材料的力学性能(单独成册)	许陆文
第六章 振动计量技术	98年3月18日于南京航空航天大学
6-1 振动计量的概念	(50)
6-2 振动试验台	(54)
6-3 振动计量器具的检定	(56)
第七章 空气动力计量技术	
7-1 空气动力计量的概念	(62)
7-2 空气动力计量仪器——天平	(65)
7-3 应变天平的校准	(74)
7-4 应变天平的检定系统——天平桥接设备	(76)

2008047609

第一章 绪论

目 录

§ 1-1 力学计量与测试的的任务和意义

在人们的生产和生活中，有着各种各样的力学参数。这些力学参数的量值的获取和获

第一章 绪论 (1)

第二章 质量计量

§ 2 - 1 基本概念 (3)

§ 2 - 2 天平的结构与运动 (5)

§ 2 - 3 天平的计量 (9)

§ 2 - 4 砝码 (12)

§ 2 - 5 常用衡量方法 (13)

第三章 力值计量技术

§ 3 - 1 力值计量的概念 (15)

§ 3 - 2 力值计量仪器 (19)

§ 3 - 3 力值计量器具检定系统 (30)

§ 3 - 4 力值计量器具的检定 (37)

第四章 压力计量

§ 4 - 1 压力和真空的有关概念 (43)

§ 4 - 2 常用压力计量仪器简介 (44)

§ 4 - 3 仪表的修正与检定 (47)

第五章 金属材料的力学性能(单独成册)

第六章 振动计量技术

§ 6 - 1 振动计量的概念 (50)

§ 6 - 2 振动试验台 (54)

§ 6 - 3 振动计量器具的检定 (56)

第七章 空气动力计量技术

§ 7 - 1 空气动力计量的概念 (62)

§ 7 - 2 空气动力计量仪器 — 天平 (65)

§ 7 - 3 应变天平的校准 (74)

§ 7 - 4 应变天平的检定系统 — 天平静校设

备 (76)

第一章 绪 论

§ 1-1 力学计量与测试的任务和意义

在人们的生产和生活中，有着各种各样的力学参量。这些力学参量的量值的获取和获取过程可靠程度，就是力学量的测试与计量问题。这对于整个社会的存在与发展和人们自身的生活，都有着极为重要的意义。为此人们进行了长期大量系统的研究工作，建立了一整套计量测试系统和相应的网络，包括各种基准和标准的建立，工作计量器具的定度和定级，检定系统和方法的制定，检定规程的编写，仪器设备的研制等等。

力学参量的计量与测试是两个既相互区别又相互关联的概念。所谓力学测试，就是通过预先设计的实验或试验的方法，借助于各种仪器、装置和设备等手段，获得某一未知力学参量的数值的过程。而力学计量则是为确定力学量值而进行的一组操作，是力学测试的准确性的保证和检验。

力学计量与测试是整个计量与测试科学与技术的一个重要的组成部分，也是开展研究和得到应用最早的部分之一。随着科学技术的发展，其内容早已不仅限于度量衡，而是包括质量、密度、力值、硬度、扭矩、转速、压力、真空、流量、流速、振动、冲击等专业计量和测试技术。本教材因为课时和容量的限制，仅讨论其中的质量、力值、压力（真空）、金属材料的机械性能、机械振动、空气动力等有关内容。

力学计量与测试技术在人们的日常生活、国民经济和国防建设中起着巨大的作用。比如，在建筑行业中，桩基质量对于整个建筑物的安全性起着举足轻重的影响，为了确保桩基质量，人们采用了许多仪器设备来测试桩基的承载能力，而这些仪器设备的可靠程度如何，人们可以在多大的程度上相信这些仪器设备的测试结果，是一个很现实，很重要的问题，来不得半点的马虎。又如，一个人的健康状况的一个重要指标就是他的血压值。在实际生活中人们发现，同一个人同时用二台血压计测量，很可能二个读数有一定差距，究竟该相信哪一台？力学计量测试在航空航天等尖端科技中的作用更为突出。例如对飞行器而言，工作环境条件比较特殊，力学参量的数值跨度大，测试的精确度要求高，为了避免出现“差之毫厘，谬以千里”等问题，对力学参量的计量测试的要求极为苛刻。

随着社会的现代化程度越高，社会化大生产和科学技术的发展，计量与测试的重要性越来越得到充分体现。在大力提倡“科教兴国”、“质量是企业的生命”的今天，力学计量与测试的发展与应用，有助于提高产品质量，节约资源和能源，提高劳动生产效益，从而产生极大的经济效益和社会效益。

§ 1-2 力学计量与测试中的几个基本问题

众多的物理量可以看成由七个基本的物理量构成，相应地它们的单位也可以看成由七个基本单位构成。这七个基本物理量和基本单位是：长度（米）、质量（千克）、时间（秒）、电流强度（安培）、热力学温度（开尔文）、发光强度（坎德拉）和物质的量（摩尔），从这七个基本的物理量和基本单位出发，产生了相应的七个基准器，再得到各种标准，进而构成整个量传体系。在这七个基本单位的严格的科学定义的基础之上，建立了适用广泛的国际单位制，满足了计量测试的需要。

1 基准、标准及量值传递

从基本单位的定义出发，用最先进的科学技术和工艺手段建立起来的复现单位定义而且具有高精确度的计量设备称之为基准，而“计量基准”，则是在特定领域内具有当代最高计量特性的计量标准。国家规定作为统一全国量值最高依据的计量标准，称为“国家计量基准”，国家计量基准应具有复现、保存和传递单位量值三种功能。

按计量基准的层次等级，一般可分为国家基准、副基准和工作基准三种，国家基准也称主基准或原始基准，是全国计量单位量值的最高依据。而经国际协议承认的原始基准器称为国际基准器，如保存于巴黎国际计量局的千克原器。

副基准是通过与国家基准比较来定值的计量标准，它作为复现计量单位的地位仅次于国家基准，它被用来将量值传递给工作基准。

工作基准是通过与副基准比较来定值的计量标准，被用来检定一等计量标准或高精度的工作计量器具，工作基准的设立可以不使国家基准和副基准由于频繁使用而降低其计量特性或遭受损坏。

计量标准是将计量基准量值传递到工作计量器具的一类计量器具，根据需要可以设置成若干个等级。一般而言，工作计量器具的准确度比计量标准低，但高精度的工作计量器具的准确度要比低等级的计量标准高。

量值传递是计量工作保证量值准确一致的主要内容之一。具体地说，将国家计量基准所复现的计量单位量值，通过检定或其他方式传递给下一等级的计量标准，并依次逐级传递到工作计量器具以保证计量的对象的量值准确一致的工作，称为量值传递。

量值准确一致的前提是，计量结果必须具有“溯源性”，即被计量的量值必须具有能与国际计量基准或国家计量基准相联系的特性，也即要求用以计量的计量器具必须经过具有适当准确度的计量标准的检定，而该计量标准又受到上一等级计量标准的检定，如此向上追溯，直至国家计量基准或国际计量基准。

2 国际单位制(SI)

在力学计量与测试中，一个力学量总是表示为某个数值和一个特定的单位的组合。单位制的建立非常重要，在一个单位制中，总是由基本单位得到导出单位，因此基本单位的复现的准确度，就决定了其他所有导出单位的准确度。在历史上，曾出现过许多的单位制，如英制、俄制、德制等。

国际单位制以米、千克、秒、安培、开尔文、摩尔、坎德拉七个单位为基本单位，每一个基本单位都给予了严格的理论定义，导出量的单位则通过选定的方程式用基本单位定义，揭示和体现了表现不同的量的单位间的内在、本质的物理联系。所有科学领域的量的单位都可以由这七个基本单位再加上一些辅助单位而得到。而在各导出单位的定义方程式中，比例系数都取为1，从而使得体现其内在规律的方程具有简单形式，使用者也不用去背那些冗长的系数，避免人为错误。SI中的进位采用十进制，与平常习惯相同，命名也容易。同时，由于国际单位制是在人们长期实践基础上提出的，因此常用单位大小适中，基本可以满足量的数值尽可能在0.1~1000的范围内的原则，不致于过大或过小。

国际单位制最科学之处是基本单位可以在任一时间，任一地点的最高精度复现和保存，到目前为止，除千克外，都实现了自然基准，从而避免了人为基准的不合理与不方便之处。

第二章 质量计量

质量是基本物理量之一，质量计量是力学计量中最基础的计量项目之一，力学计量中的一些其他计量项目，如密度、力值、压力、流量等，与质量计量都有着直接的联系。所谓质量计量，就是借助于测量仪器与设备，采用直接或组合测量等实验方法，求出被测物体与质量基准器——国际千克原器所对应的值而进行的一系列实验工作。

§ 2-1 基本概念

一、质量的物理概念

要全面认识质量，把握质量概念的本质内涵，需要从一切物体都具有的下面二种物理属性去考察。而这二种属性本身，也存在着内在联系。

第一个属性是，任何一个物体都是引力场的源泉，能够产生引力场，也都受由其他物体所产生的引力场的作用。牛顿的万有引力定律完整地表达了这一概念，该定律表述为：任何两质点之间都存在着一种相互吸引力，该力的方向与两质点连线重合，力的大小与二质点的引力质量的乘积成正比，与它们之间的距离的平方成反比，数学表达式如下：

$$F_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} r_0 \quad (2-1)$$

上式表示了质点 1 对质点 2 的万有引力的大小和方向，其中， G 为万有引力常数，其大小由式中的 F_{21} ， r ， m_1 ， m_2 的单位而定，在国际单位制中， $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2$ 。 m_1 和 m_2 分别为质点 1 和质点 2 的引力质量，代表两质点各自产生引力场和受引力作用的量度。 r 为两质点间的距离， r_0 为从质点 1 指向质点 2 的单位矢量，式中负号表示 F_{21} 的方向与 r_0 的方向相反，即质点 2 所受到的质点 1 的引力是指向质点 1 的。

从这里我们可以看出，物体的质量越大，则它与其它物体的引力作用就越大，反之则引力作用就小，自然界的物体，大者如宇宙中的日月星辰，其质量非常之大，故其所产生的引力场或受其他物体的引力作用都非常大，小者如分子、原子、基本粒子等，其质量极其微小，以至于它们之间的万有引力与其他类型的力相比可以忽略不计。而对于地球上我们周围的万事万物，其质量介于上述二者之间，所以这些物体受地球引力的作用较明显，而它们之间的引力作用却不太明显，因此，物体质量的大小表征了它受引力作用和产生引力场大小的程度。

所要考察的第二个属性是，任何一个物体在没有受到外力作用时，都会保持其静止或匀速直线运动状态，在受到外力作用后，就会改变其静止或匀速直线运动状态，而改变量的大小，与外力的大小和自身的质量有关，也就是说，物体具有抵抗外力改变其原有的运动状态的能力，物体的这个属性，我们把它称为惯性，牛顿第二定律描述了这个现象，该定律可以表述为：物体动量的变化率与作用于物体之上的合外力成正比，物体的动量就是物体的质量与其运动速度之积，其数学表达式为：

$$F = K \frac{d(mv)}{dt} \quad (2-2)$$

在低速 ($v \ll c$, c 为光速) 时，可以认为 $dm/dt=0$ 。因此有

$$F = Kma \quad (2-3)$$

式中 F 为外界作用于物体的合力， K 为一比例系数，其取值由式中的 F 、 mv 或 a 的单位决定，在国际单位制中， $K=1$ 。

同样我们也可以看出，物体的质量越大，则它抵抗外力改变自身的运动状态的能力也越大，反之亦然。显然，载重卡车所需的动力要远大于小卧车，万吨巨轮的稳定性也远非

一叶孤舟可比。

考察以上两种属性，可以看到质量的两种作用，因而也就产生了二种质量的概念：引力质量和惯性质量。这两个质量概念是在不同的实验事实的基础上定义出来的，反映了物体的不同物理性质，但二者之间却存在着密切的联系，两者有着严格的正比关系，即引力质量大的物体其惯性质量必然也大，用引力质量作为物体的惯性的量度决不会带来任何错误，同样也可以完全正确地用惯性质量表示物体与其他物体的引力作用，因此在区分其概念的基础上，比如，知道用天平测出的是引力质量而用质谱仪测出的是物体的惯性质量，一般并不再区分引力质量和惯性质量，而是统称为质量。在国际单位制中，两者的比例系数取为 1，即在国际单位制中引力质量等于该物体的惯性质量值。

二、质量、重量和重力

日常生活中我们提到的“质量”这个词往往是指某个商品或产品的“品质”，而不是表示的物质的量的多少，在要表达后面这一概念时，多用“重量”这个词，这一习惯说法，已被法定计量单位所肯定，也即表示物质的量多少时的“质量”与“重量”是一回事，可以用“重量”来作为“质量”的代名词。

但是，“质量”或“重量”与“重力”完全不是一回事，二者是根本不同的概念。

一切物体都处于引力场的作用之中，特别地，对于地球上的任一物体而言，都受到地球及地球内外的其他一切物体对它的引力作用，由于该物体离开其他星球较远，物体自身和其他地球上物体的质量远较地球为小，因此我们可以忽略其他星球和物体对它的引力作用，这样就可以认为该物体的重力就是地球对该物体的引力与因地球自转而引起的作用于物体上的惯性离心力的矢量和。

由前面的讨论中知道，物体都具有抵抗外力改变其原有运动状态的能力。特别地，在重力场中，重力也将改变其原有的运动状态，使它产生加速度，这个加速度被称之为重力加速度 g ，所以物体的重力表示为：

$$W = mg \quad (2-4)$$

式中 W 为物体的重力， m 为其质量， g 为重力加速度， m 为一恒量($v \ll c$ 时)，而 g 却不是恒量，在不同的纬度其值不同，在赤道上重力加速度最小，在南北二极最大；在同一纬度不同的海拔高度其值也不同，随着海拔高度的增加， g 值下降；在同一纬度，同一海拔高度的不同地区，也可能因为地下矿藏等原因而不同。

所以，虽然质量与重力有着较密切的联系，比如在同一地区二者成正比，但它们之间有着本质的区别，质量是物体所具有的重要的物理属性，表示该物体的惯性大小和与其他物体相互吸引的性质，重力则是地球对物体的引力和因地球自转而产生的惯性离心力的合力，这就决定了它们二者的量的变化规律是不相同的。同一物体，其重力虽与质量成正比，但却因所处的地理位置而变。而物体的质量在运动速度远远小于光速 c 时，是一恒量，不随其位置变化。人们在表示它们时，也用了不同的单位，在国际单位制中，质量是基本单位，定义为“千克”，重力却是导出单位，定义为“牛顿”，这二个概念常常会被混淆，在重力单位制中，重力是基本单位，定义为“千克力”(也称“公斤力”)，是指国际千克原器在北纬 45° 海平面处，重力加速度为标准重力加速度 ($g=9.80665\text{m/s}^2$) 下所受重力的值，我国现行《计量法》已明令禁止使用该单位制，我们在生产、科研和生活中要明辨质量与重力的区别，规范使用单位制。

三、质量的单位及定义

在国际单位制中，千克是表示质量的基本单位，符号 kg 。千克被定义为国际千克原器所具有的质量。

质量是较早引起人们计量兴趣的一个物理量，远在国际单位制确立之前人们就采用千克作为质量的单位。最初，人们这样定义“千克”：1 立方分米的纯水在最大密度时所具

有的质量。1799年法国由此定义用铂制造了一个圆柱形砝码，作为质量单位基准，制作此基准时，所采用的“米”是根据1791年法国国民代表大会确定的定义：1米为地球子午线的 $\frac{1}{4}$ 长度的一千万分之一。到了十九世纪，人们发现被用作“米”的标准的地球子午线长度本身有了一定的变化量，使得千克的准确计量遇到了困难，1878年国际米制委员会向英国的Johnson Matthey公司订制了三个铂铱合金圆柱体砝码，发现其中的第三个砝码所具有的质量最接近于1799年法国制作的铂砝码，于是1889年第一届国际计量大会决定将其作为“国际千克原器”，保存于巴黎国际计量局并沿用至今，国际计量局仿此加工复制了六十多个铂铱合金砝码，调准定值后分配给国际米制公约的各成员国，作为其质量基准，我国质量基准是第60号kg原器，质量为 $1\text{kg}+0.271\text{mg}$ ，现存于中国计量科学研究院。

§ 2-2 天平的结构与运动

天平是质量计量与测试中必不可少的一种工作器具，按其结构可以分为等臂天平，不等臂天平，单盘天平和双盘天平，电光天平，摆动天平及阻尼天平等，这些不同种类的天平的形状，结构都不一样。本教材仅就常见的等臂双盘天平的结构作一介绍。

一、等臂双盘天平

等臂双盘杠杆天平主要可分为横梁部分，立柱部分，制动系统，悬挂系统，读数系统，机械加码装置和骑码装置，其结构见图2-1。

横梁实质上是一根杠杆，可以制成三角形、矩形、桁架形等形状，横梁必须具有足够的强度和刚度，其制作材料和工艺要使得横梁的化学稳定性较好，通常多用高强度铝合金或钛合金，不锈钢等。在横梁上起承受和传递载荷作用的是一把支点刀和两把承重刀，刀子为等腰三角形，顶角的角度与天平的量程有关，一般天平的顶角在 60° ~ 90° 间，而大量程的天平的刀子顶角在 120° 左右，刀刃和刀承的接触面积取决于刀刃的圆弧曲率半径，圆弧的曲率半径越小则二者的接触面积就越小，天平的平衡就越不易保持，从而提高了天平的灵敏度，但这样的刀刃、刀承的硬度要求很高，也限制了天平的量程。

为了精确地调节天平横梁的平衡，在横梁上安装有感量铊和平衡铊，感量铊用于改变横梁的重心位置，平衡铊用于调整天平的平衡位置，感量铊也可以安装于指针上，平衡铊安装于横梁的左右两侧或两侧的对称孔内。

横梁支点刀的正中下方刚性连接指针，用于指示读数。光学读数的天平在指针下端装有微分刻度牌，通过光学放大在投影屏上读数，可以指示横梁更微小的倾斜。

托起横梁的是立柱，立柱内部空心，装有起升轴，天平的开关通过该起升轴带动大小托盘上下运动，构成制动系统，在天平不工作时使得天平的刀刃和刀承脱离接触，以减少其磨损，延长使用寿命，工作时再反向转动开关旋钮，使支点刀刃与支点刀承恢复接触。

低等级的天平称量时可用人工取放砝码，而高等级的天平则有半机械或全机械加码装置，其砝码的取放由几组几何形状不同的凸轮通过十等分定位轮控制。凸轮未转动时，凸轮处于凸处，加码杆被顶起，砝码与承荷架不接触。凸轮转到凹处时，加码杆放下，砝码即被加到承荷架上。

横梁上有一标尺，标尺上的微小质量块称为骑码，骑码的质量是一定的，连续地改变

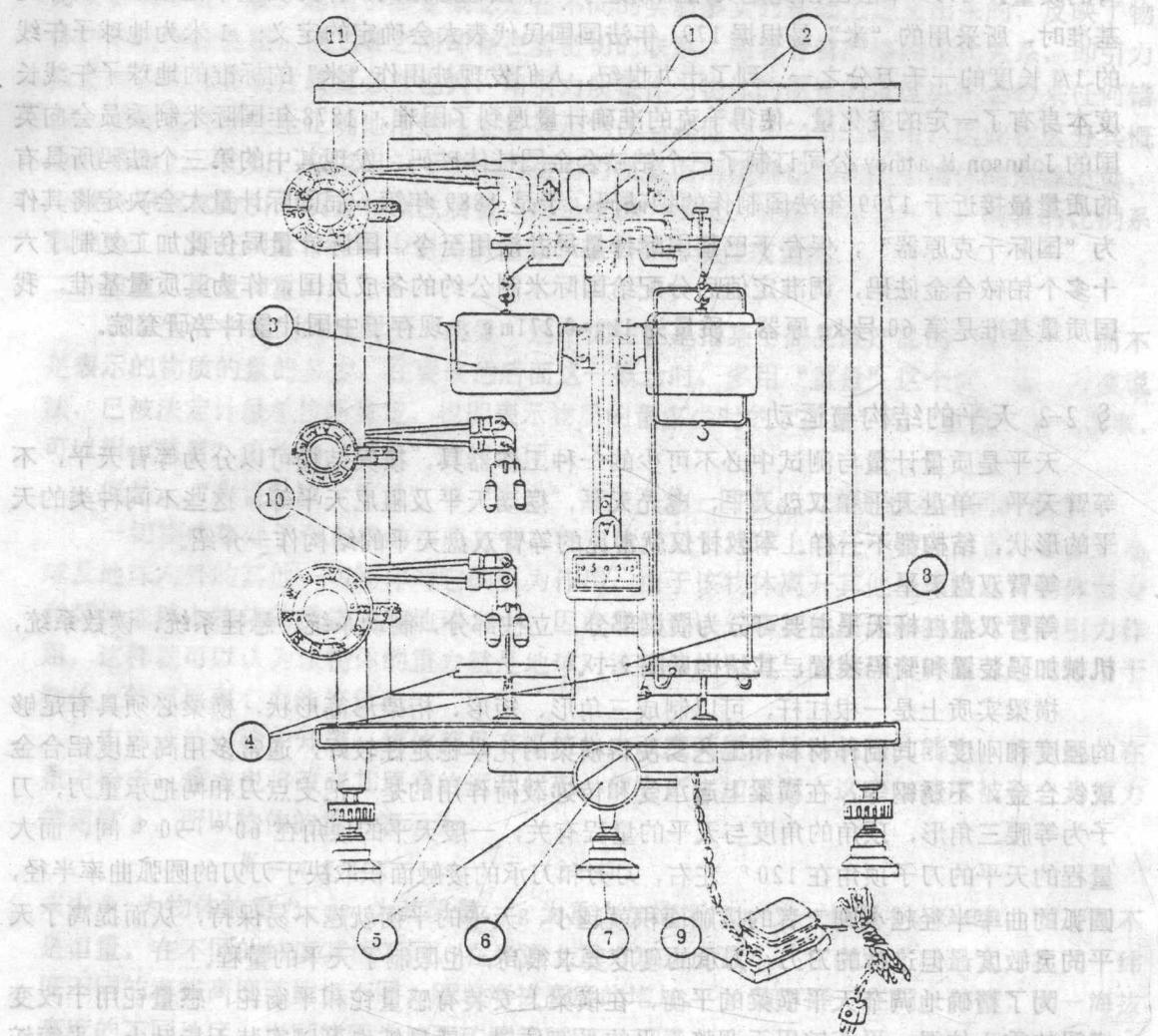


图 2-1 等臂双盘杠杆天平

1 - 横梁; 2 - 挂钩; 3 - 阻尼器; 4 - 称盘; 5 - 托盘; 6 - 开关旋钮; 7 - 避震垫脚;
8 - 光学投影装置; 9 - 变压器; 10 - 环形克砝码; 11 - 圆形毫克砝码

其位置即相当于给横梁施加一可以连续变化的外力矩，从而可以提供微小的砝码质量并且免去频繁取放小砝码之劳，标尺上的分度表示了骑码处于该位置时相应的量值，它应与天平的名义分度值一致，或为其整数倍，但不得大于标牌全量的二分之一。

二、天平的运动方程

天平的运动比较复杂，为了便于抓住主要特点，在推导其运动方程之前，作下列五个假设：

- (1) 天平横梁为理想刚体，在称量和运动过程中，只有移动和转动，没有变形；
- (2) 天平横梁上的刀刃虽然很锋利，但和立柱上的刀刃的接触也是刚性接触。两把承重刀也如此；
- (3) 所有刀刃都是一条几何直线，无粗细，无弯曲；
- (4) 所有作用力均在天平主体所在平面内；
- (5) 环境无干扰。

9.2-3 天平的计量

一、天平的计量特性

天平要保证其工作的正常进行，必须具有以下四大特性：

1. 稳定性：指天平在受到外力作用时能恢复原来状态的能力。前面已经讨论过，稳定性是天平工作可靠性的基本保证。

上式表示了影响天平稳定性的主要因素：左、右臂质量之差 $Q - P$ ，横梁的质量 R 和悬挂系统及刀刃的刚度 E 。其中 R 为横梁质量， Q 为左臂质量， P 为右臂质量， E 为刀刃刚度， a 为左臂长， b 为右臂长， $\varphi_1 = \angle AOD$ ， $\varphi_2 = \angle BOD$ ， $\varphi_3 = \angle COD$ ， $\varphi_4 = \angle EOH$ ， $C_0 = c$ ， $H_0 = e$ ，则有

图 2-2 天平横梁

现在来考虑如图 2-2 所示的横梁，图中 A、B 表示横梁的两边刀（中刀刃），C 为横梁质心。横梁自身质量 R ，FF 为骑码标尺，骑码质量 G ，现位于标尺上 H 处。O 点在 AB 连线上的投影点为 D，即 $OD \perp AB$ ，令 $\varphi_1 = \angle AOD$ ， $\varphi_2 = \angle BOD$ ， $\varphi_3 = \angle COD$ ， $\varphi_4 = \angle EOH$ ， $C_0 = c$ ， $H_0 = e$ ，则有

$$gQ_0 a \sin \varphi_1 - gP_0 b \sin \varphi_2 - gR c \sin \varphi_3 - gG e \sin \varphi_4 = 0 \quad (2-5)$$

灵敏性是指天平所能反映出的被测物体质量改变量的能力。天平的灵敏度与天平的体积有关，因为天平的体积可以确保左、右两臂的 g 值一样，即：

$$Q_0 a \sin \varphi_1 - P_0 b \sin \varphi_2 - R c \sin \varphi_3 - G e \sin \varphi_4 = 0 \quad (2-6)$$

两臂的悬挂系统分别加上质量 Q 、 P 后，横梁的原有平衡被破坏，如果 Q 、 P 之差不是很大，则倾斜 α 角后重新达到平衡，此时的平衡方程为：

$$(Q_0 + Q) a \sin(\varphi_1 - \alpha) - (P_0 + P) b \sin(\varphi_2 + \alpha) - R c \sin(\varphi_3 + \alpha) - G e \sin(\varphi_4 + \alpha) = 0 \quad (2-7)$$

整理后得：

$$(Q_0 a \sin \varphi_1 + P_0 b \sin \varphi_2 - R c \sin \varphi_3 - G e \sin \varphi_4) \cos \alpha + (Q_0 a \sin \varphi_1 - P_0 b \sin \varphi_2) \cos \alpha - (Q_0 a \cos \varphi_1 + P_0 b \cos \varphi_2 + R c \cos \varphi_3 + G e \cos \varphi_4) \sin \alpha = 0 \quad (2-8)$$

考虑 (2-6) 式，并且一般制造使得 φ_1 、 φ_2 接近于 90° ，再令

$$a \cos \varphi_1 = b \cos \varphi_2 = OD = hm$$

$$c \cos \varphi_3 = oc = hc$$

$$e \cos \varphi_4 = OE = he$$

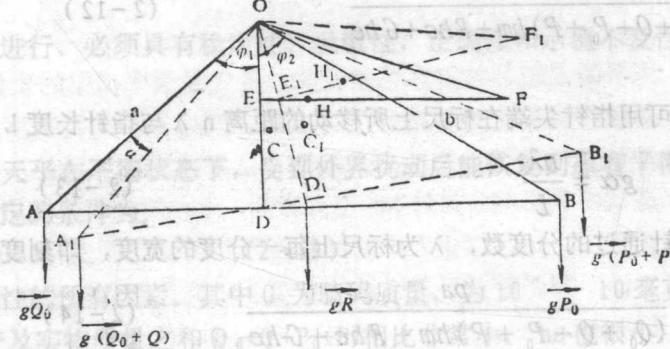
可得：

$$(Q_0 a - P_0 b) \cos \alpha - [(Q_0 + Q + P_0 + P) hm + R hc + G he] \sin \alpha = 0 \quad (2-10)$$

因为 $\alpha < 90^\circ$ ，故有

$$\tan \alpha = \frac{Q_0 a - P_0 b}{(Q_0 + Q + P_0 + P) hm + R hc + G he} \quad (2-11)$$

对于等臂天平 $a=b$ ，取 $p=(Q-P)$ ，得：



$$g\alpha = \frac{pa}{(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe} \quad (2-12)$$

天平上可用指针尖端在标尺上所移动的距离 $n\lambda$ 与指针长度 L 之比来表示 $\tan \alpha$ ，即：

$$g\alpha = \frac{n\lambda}{L} \quad (2-13)$$

式中 n 为指针通过的分度数， λ 为标尺上每一分度的宽度，即刻度间距，因此有：

$$\frac{n\lambda}{L} = \frac{pa}{(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe} \quad (2-14)$$

或：

$$\frac{n\lambda}{p} = \frac{\lambda a}{(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe} \quad (2-15)$$

这说明，单位质量的指针通过距离（线灵敏度）与天平的臂长和指针长度成正比，同时还与左、右悬挂系统及物体的质量有关。

式 (2-10) 是天平悬挂系统加上质量 Q 和 P 、横梁因此偏转 α 角后的平衡方程式，若横梁受到某一微小扰动，如气流、振动等作用后，其偏转角将由 α 变为 β 。在这个新位置上，合力矩一般不为零，即

$$(Qa - Pb) \cos \beta - [(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe] \sin \beta \neq 0 \quad (2-16)$$

而由 (2-10) 可得：

$$(Qa - Pb) = [(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe] \sin \beta / \cos \alpha \quad (2-17)$$

将 (2-17) 代入 (2-16)，得：

$$[(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe] \sin(\alpha - \beta) / \cos \alpha \neq 0 \quad (2-18)$$

上式中左边即加载天平的恢复力矩，而其中为中括号所围部分决定了天平平衡的稳定与否，当它大于零时，天平的平衡是稳定平衡，反之则是不稳定平衡。

我们知道平衡状态可以分成三种，一是稳定平衡，它在受到外来干扰作用时，会暂时偏离其原有平衡位置，但总有一种内在的作用使得它要回复到原有的平衡位置，因此外加干扰消失后，经过几次摆动，它还会回到原来的平衡位置；二是不稳定平衡，它在受到外来干扰后会偏离原有位置，它自身并没有回到原有平衡位置的作用，外加干扰消除后，无法再回到原有的平衡位置；还有一种是随遇平衡，即在任一个位置上都会平衡。

横梁结构使得 α 的绝对质量总是小于 90° ，即有 $|\alpha| < 90^\circ$ ， $\cos \alpha > 0$ ，若扰动使得 $\beta > \alpha$ 时，若 $[(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe] > 0$ ，恢复力矩为负，横梁向顺时针方向转动，即向趋近于 α 角的方向转动，直至 $\beta = \alpha$ 而使恢复力矩为零，若 $\beta < \alpha$ ，则恢复力矩为正，横梁逆时针转动， β 也趋于 α ，直至 $\alpha = \beta$ 为止。

反之， $[(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe] < 0$ 时情况正相反， $\beta > \alpha$ 时，恢复力矩为正，横梁向增大 β 角，远离 α 角的方向转动，再也不会使 $\beta = \alpha$ ； $\beta < \alpha$ 时，恢复力矩为负，横梁向减小 β 角方向转动，也远离 α 角，故总不能回到初始平衡位置上。所以，横梁要恢复到原有的平衡位置，即保证稳定平衡。必须有以下条件：

$$[(Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe] > 0 \quad (2-19)$$

§ 2-3 天平的计量

表 2-2 非自动天平稳定性级别

一、天平的计量特性

天平要保证其工作的正常进行，必须具有稳定性、灵敏性、正确性和示值不变性等四大特性。

1 稳定性

所谓天平的稳定性，是指天平在平衡状态下，受到外界扰动后能恢复到原有平衡位置的能力，前面已经讨论过，稳定的条件为：

$$(Q_0+Q+P_0+P)hm + R hc + G he > 0 \quad (2-19)$$

上式表示了影响天平稳定性的所有因素。其中 G 为骑码质量，为 $10^{-1} \sim 10$ 毫克量级，与横梁的质量 R 和悬挂系统及实物质量之和 (Q_0+Q+P_0+P) 相比非常小， he 也很小，故 $G he$ 的影响极为微小，可以忽略不计。而 Q_0 、 Q 、 P_0 、 P 、 R 均为正值， hm 、 hc 却因为横梁结构上各零件的调整使得相对位置变化而产生不同的符号。 $hm=0$ 时，中刀刃恰好在两边刀刃连线上，称为“无透光”或“平线”；而 $hm>0$ 时中刀刃在两边刀刃的连线的上方，称为“正透光”或“离线”； $hm<0$ 时称为“负透光”或“吃线”。 $hc=0$ 时，横梁重心与中刀刃相重合， $hc>0$ 时横梁重心在中刀刃下方， $hc<0$ 表示横梁重心在中刀刃上方。一般都尽量将 hm 调节至零，即中刀刃恰好在两边刀刃的连线上。这样天平的稳定性就主要取决于横梁的重心位置 hc ，即横梁的重心越低天平的稳定性越好。

2 灵敏性

灵敏性是指天平所能反映出的放置于秤盘上的物体质量改变量的能力，具体来说，就是天平指针的尖端的位移或角位移与引起其变化的质量之比，常用下列四种表示方式：

a 角灵敏度：

$$E_\alpha = \frac{\alpha}{p} \quad (2-20)$$

α 为指针转过的角度；

b 线灵敏度：

$$E_L = \frac{n\lambda}{p} \quad (2-21)$$

n, λ 分别为指针尖端沿标尺移动的分度数和每一分度的宽度；

c 分度灵敏度：

$$E_n = \frac{n}{p} \quad (2-22)$$

n 是指针尖端沿标尺移动的分度数；

d 分度值：

$$e = \frac{p}{n} \quad (2-23)$$

分度值是单位分度所对应的质量值，分度值越小，天平的灵敏度越高，因此常用天平的分度值来表示天平的灵敏性。

考虑 (2-15) 式，可得：

$$E_L = \frac{n\lambda}{p} = La / ((Q_0+Q+P_0+P)hm + R hc + G he) \quad (2-24)$$

$$E_n = \frac{n}{p} = La / ((Q_0+Q+P_0+P)hm + R hc + G he) \quad (2-25)$$

$$e = \frac{P}{n} = \lambda ((Q_0 + Q + P_0 + P)hm + Rhc + Ghe) / La \quad (2-26)$$

由此可见，天平的灵敏性与许多因素有关，首先是天平横梁的质量 R ， R 越小，天平的灵敏性越高，所以在横梁上对称地开了许多孔。同时天平的灵敏度还与横梁的臂长成正比，但却不能单纯依靠增加臂长来提高灵敏性，这是因为增加臂长，势必要加厚横梁，增加横梁质量 R ，造成不利影响。另外 hm 也有影响， $hm > 0$ 时载荷增加 $(Q + P)$ 会使灵敏度降低，所以要尽量调节 $hm = 0$ ，以免天平的灵敏度因载荷变化而变化，同时因为 Ghe 很小，其影响可以忽略不计，故调节天平灵敏性的主要手段就是调节横梁的重心高低。

3 天平的正确性

天平的正确性被定义为横梁的左、右二臂具有正确固定的比值，对于等臂天平，其正确性就是左右两臂绝对相等，否则即认为不正确，对于不等臂天平，其正确性就是指两臂臂长之比为一固定正确的倍数，否则也是不正确。

如果是等臂天平，即 $a=b$ ，则在二秤盘放置等质量重物时， $\alpha=0$ ，天平仍保持原有的平衡位置不动，若两臂长度不等，即 $a \neq b$ ，其平衡条件为 $Qa=Pb$ ，令两臂长度之差为 Δa ，即 $a=b+\Delta a$ ，有 $(Q-P)a=p\Delta a$ ，故

$$\Delta p = (Q - P) = \frac{\Delta a}{a} p \quad (2-27)$$

可见由于两臂不等而引起的误差随天平的称量值的增大而增大。

要防止和消除不等臂误差，则在天平的制造阶段就要重视它，要采用先进可靠的工艺技术以尽量减小原始的 Δa ，减小加工或装配应力，以免因残余应力或装配应力的释放而使两臂长度有变化，使用和保管中要注意不使两臂不均匀受热。

4 天平的示值不变性

天平的示值不变性就是指同一台天平经多次重复测定同一质量无变化的物体所得结果的一致性程度，其表示方法就是示值变化量的大小。造成示值变化的因素很多，要减小示值变化要依靠使用和保管中大量的细致工作。

二、天平的分级

天平分级的方法和标准很多，下面介绍两种常见的分级。

我国曾对天平的等级的划分作出规定，按天平的名义分度值与最大载荷之比把天平划分为十个等级，第六级以前称精密天平，第七级以后称为普通天平，具体标准见表 2-1。

目前我国对非自动天平按其检定标尺分度值 e 和检定标尺分度数 n 的大小把天平划分为四个准确度级别，分级详情见表 2-2。

表 2-1 天平级别

精度级别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
名义分度值与最大载荷的比值	1×10^{-7}	2×10^{-7}	5×10^{-7}	1×10^{-6}	2×10^{-6}	5×10^{-6}	1×10^{-5}	2×10^{-5}	5×10^{-5}	1×10^{-4}

表 2-2 非自动天平准确度级别

表 2 - 2 非自动天平准确度级别

准确度级别	符号	检定标尺分度值 e	检定标尺分度数 $n = \frac{\max}{e}$	
			最大	最小
特种准确度 高精密天平	(I)	$e \leq 5 \mu\text{g}$	1×10^3	不限制
		$10 \mu\text{g} \leq e \leq 500 \mu\text{g}$	5×10^4	
		$1 \text{ mg} \leq e$	5×10^4	
高准确度 精密天平	(II)	$e \leq 50 \text{ mg}$	1×10^2	1×10^5
		$0.1 \text{ g} \leq e$	5×10^3	
中准确度 商用天平	(III)	$0.1 \text{ g} \leq e \leq 2 \text{ g}$	1×10^2	1×10^4
		$5 \text{ g} \leq e$	1×10^2	
普通准确度 普通天平	(IV)	$5 \text{ g} \leq e$	1×10^2	1×10^3

注: max—最大秤量

三、天平的检定

为了保证天平测量的准确可靠, 我国颁布了关于非自动天平的检定规程, 在检定过程中必须严格遵守, 规范操作。

(一) 天平平衡位置的测定

对无阻尼器的天平, 可在横梁摆动 1 ~ 2 周期后, 连续读取四个回转点(指针在左、右两侧的最远点), 采用前三个读数计算平衡位置:

$$L = (l_1 + 2l_2 + l_3) / 4 \quad (2-28)$$

指针在一个摆动周期过程中, 回转点到平衡位置的距离即该次摆动的振幅, 由于空气阻力及机构摩擦阻力的存在, 下一周期的振幅总会小于上一周期, 相隔一个周期的两次振幅之比称为天平摆动的衰减比 η , 一般天平的 η 不论空载还是实载, 都不得小于 0.8, 希望它越接近于 1 越好。

(二) 天平的计量性能检定

主要有下列诸项:

1 空秤分度值 e_0

左、右盘都是空载时, 得一平衡位置 L_0 ; 右盘空载, 左盘放置砝码 r , 得到新的平衡位置 L_1 , 则空秤分度值为:

$$e_0 = \frac{r}{|L_1 - L_0|} \quad (2-29)$$

其中 r 是测定天平分度值所选择的小砝码, 对于普通标尺天平而言, 至少应能使平衡位置变化 3 个分度。对于微分标尺天平, 应能使天平的平衡位置从正式分度零位变至正式分度末位, r 的质量误差应是被检天平分度值的 $1/3$ 。

2 全载荷分度值 e

左、右秤盘分别放置质量为 P_1 、 P_2 砝码时, 得平衡位置 $L(P_1P_2)$; 右盘不动, 左盘加上

小砝码 r 时得平衡位置 $L(P_1+r)P_2$, 则全载荷分度值为:

$$e_p = r/[L(P_1P_2) - L(P_1+r)P_2] \quad (2-30)$$

3 不等臂性误差 y

左、右盘空载, 得平衡位置 L_{01} ; 左、右盘分别放置质量为 P_1 、 P_2 的砝码, 得平衡位置 $L(P_1P_2)$; 交换 P_1 、 P_2 的位置, 如果天平不平衡, 添加小砝码 K , 得到新的平衡位置 $L(P_2P_1)$; 取下 P_1 、 P_2 及 K , 左、右盘又空载, 得平衡位置 L_{02} , 则不等臂性误差为:

$$y = \pm \frac{K}{2e_p} \pm \left(\frac{L(p_1p_2) + L(p_2p_1)}{2} - \frac{L_{01} + L_{02}}{2} \right) e_p \quad (2-31)$$

如果 K 加在左盘, 则第一个土 \pm 号取正号, 即右臂长, 反之为负, 左臂长。如果交换 P_1 、 P_2 的位置后不需要添加小砝码 K , 即 (2-31) 式只有第二页, 则它为正时右臂长, 为负时左臂长。

4 天平示值变动性误差

天平秤盘分别处于空载和全载时, 多次反复测定平衡位置指示值, 取其中的最大值和最小值, 则空载和全载时的示值不变性为:

$$\text{空载: } \Delta_0 = L_0(\text{最大}) - L_0(\text{最小}) \quad (2-32)$$

$$\text{全载: } \Delta_p = L_p(\text{最大}) - L_p(\text{最小}) \quad (2-33)$$

5 骑码标尺称量误差

首先检查标尺的中点刻线是否在通过横梁支点刀刃的垂直面内, 再检查骑码与骑码标尺每一端点刻线相互配合所得的质量值, 是否与放在另一侧秤盘中的相应砝码的质量值相等, 检定骑码标尺所用的标准砝码的误差不得大于天平标尺分度值的 $1/3$ 。

6 机械加挂砝码的检定

对于具有机械加挂砝码装置的天平, 要逐档检定挂砝码的称量误差, 对于具有机械减砝码的天平, 开始检定第一个挂码前和检毕最后一个挂码后, 分别各测一次天平分度值, 以前后两次的平均分度值计算, 各组挂码检定完后, 要进行一次挂砝码全量组合检定。因为加码装置上的挂砝码是固定在天平一臂上进行的, 故其误差包含不等臂误差在内, 挂码的称量越大所包含的不等臂性误差也越大。

§ 2-4 砝码

砝码是以固定的形式复现质量量值的实物量具, 因为它必须借助其它的测量仪器才能工作, 又被称为“从属的实物量具”。

一、砝码的材料、结合和组合

砝码的质量的误差会直接影响测量结果, 因此砝码的材料和结构有非常严格的要求, 首先砝码的物理、化学稳定性要好, 与环境介质不易反应, 不被腐蚀, 长期存放过程中不易吸附或释放气体, 对磁场作用不敏感, 磁化率很小, 同时还要坚固耐磨, 具有一定的硬度, 通常高准确度的砝码多采用奥氏体不锈钢, 准确度稍低者可用黄铜或青铜。砝码的结构则要使得砝码尽量减小与外界的接触面积, 以使外界的污染及摩擦影响降低至最小程度, 准确度稍低的砝码, 可制成具有调整腔的空心体, 调整腔中的充填物材料尽量和原砝码材料一致, 另外为了使整个砝码的质量的稳定性得到保证, 必须使填充材料的总质量不超过该砝码标称值的 $1/20$ 。

质量的基准器为 1kg , 在实际使用中要测量大小不等的物体, 就要配备一套质量由大到小的一组砝码, 以能组合成任一量值, 这组砝码就称为砝码组, 砝码组的组合要求使用最少个数的砝码组成所需要的任何质量值, 砝码组通常分为千克组 ($1\sim 20\text{kg}$)、克组 ($1\sim 500\text{g}$)

和毫克组，砝码组以十进位为一个组合单元，按 5、3、2、1；5、2、2、1 或 5、2、1、1 等系列进行组合，这几组数字中，上有圆点者表示同一组砝码中，另有一个标称质量相同的砝码，我国常用 5、2、2、1 制组合方式。

二、砝码的计量

砝码的实际质量简称为砝码的质量，是用质量值已知而精度在规定范围内的上一级标准砝码在天平或秤上测定该砝码时所复现的真空中的引力质量的实际值。砝码的实际质量的“折算质量”，简称为砝码的“折算质量”，是指在 20 ℃ 时，材料密度为 ρ ，实际质量为 m 的真实砝码，若能与一个假想的，材料密度为 8.0 g/cm^3 的砝码也在气温 20 ℃，空气密度为 1.2 mg/cm^3 的状态下在天平上严格平衡，则假想的砝码实际质量就是真实砝码的实际质量的“折算质量”。

砝码经过检定后，其检定准确度是指经测定所确定的实际质量值与砝码的真值（或约定真值）之间的符合程度。也可以用砝码质量测定的综合误差（或综合极限误差）来表示砝码的检定精度，具体表示为：

$$\text{砝码的检定准确度} = \text{测定结果的系统误差} + \text{测定结果的极限偶然误差}$$

砝码的修正质量指为了得到砝码的约定真值而加到砝码标称值上的相应的质量值，砝码的质量允差是指检定规程中所允许的误差极限值。

三、空气浮力的影响

通常的质量计量与测试都将砝码放置于空气中，砝码会受到空气浮力的作用，对测定结果必须进行空气浮力修正。阿基米德定律表明，物体所受到的浮力的大小等于该物体排开同体积的空气的重力，即被排开的空气的质量与重力加速度之积，所以对在空气中等臂天平平衡时考虑空气浮力时有：

$$a(m_1g - v_1\rho_k g) = a(m_2g - v_2\rho_k g) \quad (2-34)$$

式中 m_1 、 m_2 为物体 1 和 2 的质量， v_1 、 v_2 为其体积， ρ_k 为空气密度，上式整理即得：

$$m_1 - v_1\rho_k = m_2 - v_2\rho_k \quad (2-35)$$

$$\text{或 } m_2 = m_1 + (v_2 - v_1)\rho_k \quad (2-36)$$

上式表明，二个物体的体积相差越大，所造成的误差也越大，例如，用千克原器（铂铱合金）检定不锈钢副基准时，两者体积之差约为 80 cm^3 ，浮力修正值约为 96 mg ，这就不是一个可忽略不计的误差了。

§ 2-5 常用衡量方法

一、比例称量法

也称为“直接称量法”，适用于准确度要求不高的场合。首先使天平左右臂空载，测定平衡位置 L_0 ，再将物体和砝码分别置放于左、右盘上，测得平衡位置 L_p ，则：

$$m_A = m_B + (v_A - v_B)\rho_k \pm (L_p - L_0)e \quad (2-37)$$

式中 m_A 、 m_B 分别为被测物体和砝码质量， v_A 、 v_B 为其体积， ρ_k 为空气密度， e 为天平的实测分度值，式中的 \pm 号由砝码放置位置及读数标牌类型决定。如果在被测物体的盘中放上小砝码使平衡位置 L_p 数值增加取“+”，反之取“-”。

从这个过程中我们可以发现，这种方法方便，快速，但没有考虑天平的不等臂影响，因而精度不高。

二、一般替代称量法

这种方法由法国人波尔达提出，故又称波尔达法。

首先将被测物体 A 放于一个秤盘上，另一秤盘放上配衡物 T，调节天平平衡，得平衡位置 L_A ，取下被测物体，放上相应的标准砝码，使天平在 L_A 附近找到平衡，读取平衡位置 L_B ，再把一感量砝码 m_r 添加到放砝码的秤盘上，读取平衡位置 L_{Br} ，这样可以测定分度值，被测物体质量为：

$$m_A = m_B + (v_A - v_B) \rho_k \pm (L_A - L_B) \frac{m_r - V_r \rho_k}{|L_{Br} - L_B|} \quad (2-36)$$

式中 m_r 、 V_r 分别是感量砝码的质量和体积。

三、门捷列夫称量法

也称为“连续替代法”，它能使不管被测物体质量如何天平都工作于同一固定的质量下，因而天平的灵敏度（分度值）始终不变。

先把某一天平的最大质量的标准砝码群都放在同一秤盘上，在另一秤盘上放置重物与之相配，使天平平衡，读取平衡位置 L_1 。在放置砝码的秤盘上依次放上被测物体，同时取下相应的砝码，使得天平仍在 L_1 附近找到平衡，读取每次的平衡位置 L_2 、 L_3 、…，最后再用感量砝码测天平分度值，那么每次被测物体的质量为：

$$m_{Ai} = m_{Bi} + (v_{Ai} - v_{Bi}) \rho_k \pm (L_{Ai} - L_i) S_p \quad (2-37)$$

式中 i 为序号， S_p 为天平秤盘上放上被检砝码群总和时所测得的天平分度值。

四、交换称量法

该方法由德国学者高斯提出，故又称为高斯称量法。

首先把被测物体放于天平的一个称盘上，将标准砝码放在另一秤盘上，调节平衡，得平衡位置 L_{AB} ，互换砝码和物体位置，读取第二个平衡位置 L_{BA} ，如果两臂长度相差较大，互换位置后天平指针超出了标尺范围，则在较轻盘中加入小砝码 w ，使天平在原平衡位置 L_{AB} 附近平衡。再把感量砝码 r 加到能使平衡位置更移近天平读数标尺中央的那一秤盘上，读取平衡位置 L_{Bar} ，那么被测物体的质量 m_A 为：

$$m_A = m_B + (v_A - v_B) \rho_k \pm \frac{L_{BA} - L_{AB}}{2} \times \frac{m_r - V_r \rho_k}{|L_{Bar} - L_{BA}|} (m_u - v_u \rho_k) \pm (m_w - v_w \rho_w)/2 \quad (2-38)$$

式中 m_u 为开始时为使天平平衡而在某一秤盘中添加的标准小砝码 u 的真空中质量，此后一直

随该盘中物体（或砝码）而换位， m_u 和 m_w 如果放在被测物体盘中，则相应项前 \pm 号取“-”，反之取“+”，如果在被测物体盘中添加小砝码使 L_{BA} 数值增大，取“+”，反之取“-”。