



# 計量経済学の基礎

—モデル分析の手法と理論—

佐和隆光 著

東洋経済新報社

## 著者紹介

1942年 和歌山県に生まれる。  
1965年 東京大学経済学部卒業。  
同大学院経済学研究科，同経済学部  
助手を経て  
現在 京都大学経済研究所助教授。  
専攻 計量経済学，統計学  
現住所 京都市東山区山科西野阿芸沢町  
1—12山科団地A棟402号

## 計量経済学の基礎

昭和45年7月20日 第1刷発行

昭和48年9月1日 第4刷発行

著者 佐和隆光

発行者 宇梶洋司

発行所 東京都中央区日本橋本石町1の4 東洋経済新報社  
郵便番号 103 電話東京(270)代表4111 振替口座東京6518

© 1970 <検印省略> 落丁・乱丁本はお取替えいたします。 3033-3102-5214

組版 西田整版

## 序 文

計量経済学(エコノメトリックス)を狭義に解釈すれば、それは「経済理論によって定性的な定式化がおこなわれる構造方程式の推定と予測の方法とその実践である」といえよう。過去の多くの実証研究が示すように、経済変量間の因果(相互依存)関係は、線型回帰モデルないし同時連立方程式モデルによって、きわめてよく近似することができる。線型回帰モデルと連立方程式モデルにおける推測と予測の理論——計量経済学の統計理論——を、一方において最も基礎的な統計理論としての厳密性に配慮しながら、また他方において現実経済への応用上の問題点にたえず留意しながら、ひとつの体系としてまとめあげたのが、本書『計量経済学の基礎』である。

体系としての計量経済学の理論を、数理統計学一般からきわだたせるための要は次の3点にあると考えられる。

i) 数理統計学の手法は、従来、主として自然科学的データを対象として展開されてきた。あらためていうまでもなく、経済データは自然科学的

## ii 序 文

データとはことなる、さまざまな特殊性(確率標本としては不都合な性格)をもっている。したがって、計量経済分析を真に意味あらしめるためには、既成の数理統計手法のたんなる援用であってはならない。経済現象の分析にふさわしいように、既成の数理統計手法を再構成する試みがなされなければならない。と同時に、数理統計学の分野における新しい理論的成果を(もしそれが計量経済分析にとって有用なものであれば)積極的に消化吸収してゆく努力もまた必要であろう。

ii) 計量経済分析の目的は、たんに現象の構造を分析究明することのみにとどまらず、将来値の予測をおこなうことにもある。したがって、さまざまな手法の比較をおこなう場合、「予測の効率」といった概念を導入し、それをもって最適性の公準とする理論展開が必要となってくる。一般に、予測の統計理論は、推測の理論ほどには完備されていない。そのためもあってか、従来の計量経済学は、推定問題のみを中心として展開されており、予測という観点からする理論的研究はきわめて数少ない。

iii) 経済理論との論理的な整合性という立場からすれば、経済現象の確率モデルは、同時連立方程式のシステムとして表現されなければならない。連立方程式モデルは、他の経験科学にはみられない、計量経済学固有のモデル化の方式である。したがって、連立方程式モデルにおける推定問題は、計量経済学の体系においてその核心に位置づけられなければならない。

さて、従来の計量経済学書をひもといてみると、叙述の焦点は、もっぱら標準的線型回帰モデルの最小2乗推定論におかれ、経済現象を対象とすることから必然生じてくる上に述べた3つの問題点にかんする配慮が、いささか不十分とみうけられるものが少なくない。

どこまで成功しているかはいちおう別として、本書は、計量経済学の課

題と現状にかんする以上のような考え方を展開の基礎におき、従来の標準的なテキスト・ブックにおいてなおざりにされていた部分を補う意図をもって、できるだけ網羅的にとりまとめたものである。

もともと本書は、著者が大学卒業以来5年間にわたって、『季刊理論経済学』、『経済学論集』、『経済研究』、*Journal of the American Statistical Association* などに発表した研究論文に若干の加筆訂正をくわえて、1969年に東京大学へ提出した博士論文にもとづいている。もとより著者のこれまでの研究領域が計量経済学全般におよぶものではなく、本書をたんなる研究モノグラフとしてではなく、大学上級ないし大学院初級を対象とするバランスのとれたテキスト・ブックとして役だたせるためには、1～5、12～14の各章をあらたに書きくわえなければならなかった。

本書は、3部15章から構成される。4章から成る第Ⅰ部は本書の序論にあたる。すなわち、第1章において、上に述べた計量経済理論にかんする3つの問題点、つまり本書の全体をつらぬく著者の問題意識がくわしく述べられる。ついで第2章以下において、計量経済学を理解するために最低限必要とされる統計的推定および予測の一般論、多変量解析の序説を、概説的に述べる。

第Ⅱ部においては、単一方程式モデルにおける推測と予測の理論、すなわち最小2乗回帰分析の理論をとりあつかう。まず第5章では、標準的仮定にもとづく線型回帰モデルの推測と予測の理論が、さまざまな定理の体系的整理というかたちで述べられる。ついで、先に i) で述べた立場から、現実の経済データが標準的モデルの諸仮定をみたさないとき、それが推測および予測にいかなる影響をおよぼすかという問題、データにもとづいて仮定の妥当性を検討する方法、さらに経済データの特質にかなった推定法

の開発とモデルの改善策といった問題が、6章から9章まで順々に説きすめられる。

10章以降の第Ⅲ部は、同時連立方程式モデルにかんするものである。導入部の10,11章において、連立方程式モデルの基礎的諸概念と識別問題の解説をおこなう。ついで、12,13章で各種推定法の導出をおこない、14章でそれらの大標本特性が、15章で小標本特性があらわにされる。

浅学非才の著者が、まがりなりにも本書を上梓することができたのは、東京大学経済学部、大学院統計コースを通じて御指導くださった竹内啓先生に負うところがきわめて大きい。この場をかりて心からの謝意を表するとともに、つつしんで本書を竹内先生にささげたい。また、大学卒業以来今日にいたるまで、著者に絶好の研究環境を与えてくださった、東京大学大学院統計コースの諸先生ならびに同僚の諸氏、京都大学経済研究所の先生方にも、あわせて感謝の意を表したい。また、数式の検討と校正について御協力いただいた京都大学大学院の森棟公夫氏にも、あつく御礼を申しあげたい。2年前、本書執筆の機会を提供され、その後筆の遅い私をたえず励ましながら、本書の完成をみることなく昨年暮れ世を去られた東洋経済新報社の故田宮肇氏、さらに田宮氏にかわって本書の刊行を担当してくださった徳地典孝氏には、ひとかたならぬお世話になった。ここに記してあつく謝意を表したい。

1970年5月

佐 和 隆 光

## 本書の読み方と記号の説明

- 〔1〕 各章は節に、節は項に細分されている。節は、たとえば2.1と書かれ、適当なタイトルが付されている。項は、たとえば2.1.3と書かれており、とくにタイトルは付されていない。
- 〔2〕 ベクトルと行列は、すべて太字であらわすことにする。ベクトルは、原則としてタテベクトルとする。行列 $\mathbf{A}$ の転置は $\mathbf{A}'$ と書き、正方行列 $\mathbf{A}$ の行列式は $|\mathbf{A}|$ または $\det \mathbf{A}$ を併用する。
- 〔3〕 変数記号等は、できるだけ統一をおこなったが、章によって多少の違いがある。記号および用語は、最もスタンダードなものを採用した。
- 〔4〕 各章の冒頭に、内容の要約をかかげた。
- 〔5〕 本書の内容を理解するためには、計量経済学にかんする予備知識は、とくに必要としない。ただし、初歩的な数理統計の知識と、大学教養程度の行列代数および微積分の知識をいちおう前提とした。統計学と数学のやや高級な知識を要する箇所については、その都度、脚注において解説をくわえておいた。
- 〔6〕 ページ数の制限のため、くわしい証明を述べられない箇所については、読者が参照すべき文献を示しておいた。
- 〔7〕 巻末の参考文献は、アルファベット順、年代順に配列されている。本文中の文献引用は、たとえば Anderson [1963] と書く。
- 〔8〕 読者の便宜のために、必要に応じて各章を独立に読めるように配慮した。

# 目 次

## 序 文

## I 序 論

|                                        |    |
|----------------------------------------|----|
| 第 1 章 計量経済理論の問題点と展望 .....              | 3  |
| 1.1 はじめに .....                         | 3  |
| 1.2 計量経済分析と回帰分析 .....                  | 5  |
| 1.3 回帰分析と最小 2 乗法の歴史 .....              | 8  |
| 1.4 同時方程式モデルの考え方 .....                 | 11 |
| 1.5 エコノメトリック・モデルにおける仮説検定<br>の問題点 ..... | 15 |
| 1.6 経済理論とエコノメトリックスの相互作用 .....          | 18 |
| 第 2 章 統計的推定の一般論 .....                  | 21 |
| 2.1 推定問題とは .....                       | 21 |
| 2.2 最小分散不偏推定量 .....                    | 22 |
| 2.3 十分統計量 .....                        | 29 |
| 2.4 最尤推定量 .....                        | 32 |

|       |                     |    |
|-------|---------------------|----|
| 2.5   | 一致性と漸近的有効性          | 35 |
| 2.6   | 区 間 推 定             | 38 |
| 第 3 章 | 統計的予測の一般論           | 41 |
| 3.1   | 予測問題の定式化            | 41 |
| 3.2   | 点 予 測               | 43 |
| 3.3   | 区 間 予 測             | 48 |
| 第 4 章 | 多変量解析序論             | 51 |
| 4.1   | 多変量正規分布             | 51 |
| 4.2   | 正規変量の 2 次形式の分布      | 55 |
| Ⅱ     | 単一方程式モデル            |    |
| 第 5 章 | 標準型線型回帰モデル          | 65 |
| 5.1   | 標準型モデルの諸仮定          | 66 |
| 5.2   | 最小 2 乗推定量           | 68 |
| 5.3   | 誤差分散 $\sigma^2$ の推定 | 69 |
| 5.4   | 最小 2 乗推定量の特性        | 71 |
| 5.5   | 回帰係数の有意性検定と信頼区間の構成  | 78 |
| 5.6   | モデルの正準化             | 81 |
| 第 6 章 | 残差の分析               | 85 |
| 6.1   | 想 定 過 誤             | 85 |
| 6.2   | 残差の分析               | 88 |
| 6.3   | 異常値の問題              | 93 |

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 第7章 誤差項の系列相関       | 99  |
| 7.1 一般化最小2乗推定量     | 99  |
| 7.2 最小2乗推定量の有効性    | 107 |
| 7.3 予測の問題          | 117 |
| 7.4 系列相関の検定        | 119 |
| 第8章 誤差項の確率分布       | 131 |
| 8.1 正規分布の仮定の意味     | 131 |
| 8.2 加重回帰と非正規性      | 134 |
| 8.3 有意性検定の問題       | 142 |
| 第9章 説明変数の問題        | 157 |
| 9.1 説明変数選択の問題      | 157 |
| 9.2 重相関係数          | 178 |
| Ⅲ 同時方程式モデル         |     |
| 第10章 同時方程式モデルの基礎概念 | 189 |
| 10.1 モデルの基本的仮定     | 189 |
| 10.2 内生変数と外生変数     | 192 |
| 10.3 線型なシステム       | 196 |
| 第11章 識別問題          | 199 |
| 11.1 モデルと構造        | 199 |
| 11.2 観測上同等な構造      | 201 |

x 目 次

|      |                                       |     |
|------|---------------------------------------|-----|
| 11.3 | 先験的な制約条件                              | 203 |
| 11.4 | 識別可能性                                 | 205 |
| 11.5 | 識別可能のための条件                            | 207 |
| 第12章 | 最尤推定法                                 | 211 |
| 12.1 | 完全情報最尤法                               | 211 |
| 12.2 | 制限情報最尤法                               | 218 |
| 12.3 | 最小分散比推定法と最小正準相関係数推定法                  | 227 |
| 12.4 | 部分システム最尤法                             | 230 |
| 第13章 | 最小 2 乗推定法                             | 233 |
| 13.1 | 2 段階最小 2 乗法                           | 233 |
| 13.2 | 操作変数推定法                               | 236 |
| 13.3 | $k$ -クラス推定法                           | 237 |
| 13.4 | 3 段階最小 2 乗法                           | 238 |
| 第14章 | 各種推定量の漸近的特性                           | 241 |
| 14.1 | 推定法の選択                                | 241 |
| 14.2 | 仮定と補助定理                               | 245 |
| 14.3 | Cramér-Rao の下限公式                      | 248 |
| 14.4 | 完全情報最尤推定量の一致性と有効性                     | 256 |
| 第15章 | 各種推定量の小標本特性                           | 261 |
| 15.1 | 大標本理論と小標本理論                           | 261 |
| 15.2 | 直接最小 2 乗推定量と 2 段階最小 2 乗推定量<br>の精密標本分布 | 263 |

|               |                           |     |
|---------------|---------------------------|-----|
| 15.3          | 密度関数の数値計算 .....           | 274 |
| 15.4          | $k$ -クラス推定量の標本モーメント ..... | 279 |
| 参 考 文 献 ..... |                           | 289 |
| 索 引 .....     |                           | 301 |

# I 序 論



# 第 1 章

## 計量経済理論の問題点と展望

本章では、今日の計量経済学をめぐるいくつかの問題点を指摘し、どのような点がこれまでの研究によって明らかにされており、また、どのような問題点が今後の課題として残されているかについての展望をこころみる。この章で指摘される問題点の大部分は、以下の各章において順々に検討される問題であり、その意味で、本章は、この本全体の見通しを与えるための序論でもある。なお、計量経済学の統計理論にそれほど慣れていない読者は、とりあえず第 2 章以下第 4 章までを通読したのちに、本章にたしかえられることをおすすめする。

### 1.1 はじめに

経済理論の教える経済現象の諸法則を「確率モデル」化する場合、それは、線型回帰モデルという形式によって、ある程度よく近似しうるが多い。マクロ経済の実証研究、あるいは企業の需要予測などにおいて、線型回帰モデルにもとづく計量的な分析方法が、ある程度の有効性を発揮し

できたことは、だれしも否定しがたい事実であろう。ところで、しかし統計的手法としての回帰分析は、対象とされる現象の確率的なメカニズムにかんする制約的な仮定のもとに確立された理論であって、実際の現象を分析するための手法としては、おのずから一定の限界をはらんでいるといわねばならない。にもかかわらず、経済分析において回帰分析が適用された多くの実例をみても、このような方法論上の限界をよくわきまえることなしに、得られた結論を、「科学的推論」の所産として、安易に絶対視するという傾向が、しばしばみうけられる。あらためて指摘するまでもなく、経済データは、自然科学の実験データとくらべて、標準的な回帰分析のための標本としては不都合な性格を数多くもっており、それゆえ、分析の結果として得られる結論も、このような標本としての欠陥をよくわきまえたうえで、一定の留保条件つきで解釈されなければならない。

後にくわしく述べるように、ハーベルモー (Haavelmo) の有名な啓蒙論文「計量経済学の確率的接近法 (Probabilistic Approach in Econometrics, 1944)」をきっかけとし、コールズ委員会を中心として展開されてきた同時方程式モデルの考え方は、経済理論と密着した確率モデル化の方式として、はっきりとしたロジックにもとづくものである。ところが、今日はんらん気味の計量経済モデルの多くは、経済理論の合理性にもとづく配慮が、いささか不十分であり、たんなるフィッティング・ゲームに終始しているようにみうけられるものが少なくない。

以上のような、今日における計量経済分析のはらむ2つの問題点は、ある意味では、電子計算機の発達によってもたらされた弊害とみることもできよう。すなわち、電子計算機の発達によって、計算手続きがいつも容易になったがために、かえって想定されるモデルの統計的意味あいとか、経