

経済経営系のための統計学入門上

J. E. フロイント
F. J. ウィリアムス
共著 庸
福場 豊
大沢
共訳

経済・経営系のための統計学入門 上

J.E. フロイント／F.J. ウィリアムス 共著

榎場 庸／大沢 豊 共訳

訳者略歴

福 場 庸
ふく ば よう

1953 年 京都大学理学部卒業
1962 年 経済学博士
現 在 大阪大学経済学部教授

主 要 著 書

OR と経済分析 (上・下) (訳, 丸善, 1966 年)
不確定性の経済学

(訳, 日本生産性本部, 1973 年)

経済・経営系のための統計学入門 (下)

(共訳, 培風館, 1974)

大 沢 豊
おお さわ ゆたか

1950 年 東京大学経済学部卒業
1962 年 経済学博士
1963 年 上智大学経済学部教授
現 在 大阪大学経済学部教授

主 要 著 書

線型計画の基本問題 (上智大学, 1963 年)

マーケティング科学と意思決定

(中央経済社, 1972 年)

経済・経営系のための統計学入門 (下)

(共訳, 培風館, 1974)

© 福 場 庸・大 沢 豊 1974

昭和 49 年 5 月 15 日 初 版 発 行

昭和 55 年 10 月 20 日 初版第 8 刷発行

経済・経営系のための
統 計 学 入 門 上

原著者 J. E. フロイント
F. J. ウィリアムス

訳 者 福 場 庸
大 沢 豊

発行者 山本健二

発 行 所 株 式 公 司 培 風 館
株 会 社

東京都千代田区九段南 4-3-12・郵便番号 102
電話 (03) 262-5256 (代表)・振替東京 4-44725

定 価 ￥ 1500.

中央印刷・土開製本

訳者の承認をえて検印を省略しました

3033-0824-6955

ELEMENTARY BUSINESS STATISTICS:
THE MODERN APPROACH, 2nd edition

by

John E. Freund and Frank J. Williams

Original English language edition published by Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, U. S. A.
Copyright © 1972 by Prentice-Hall, Inc.

本書の内容の一部あるいは全部を無断で複製すると、著作権
および出版権侵害となることがありますので御注意ください。

原著者序文

本書の初版の序文で、われわれは、過去数十年間に、新しい数学的、統計的方法やコンピュータ技法が発展し、応用されるようになったために、あらゆるビジネスの分野で、急激な変化が生まれたという事実を指摘しておいた。統計学に話を限定しても、いわば過去のできごとをふり返って整理してみるといった方法には終止符がうたれ、現在起こっているできごとを処理し、しかも、これからとるべきオペレーションやその結果に関心を集中するという方法が課題になってきている点も、その序文で述べておいた。ここで、その部分を再録していえば、「今日の統計学では、実験が計画され、標本が抽出され、なされるべき決定、行なわれるべき制御、とられるべき行為の前提となる判断などを参考にして、データが収集され、かつ分析される」のである。この初版の序文を書いてから、すでに8年の歳月がたってしまったが、われわれが「現代的接近法」とよんでいる、この未来指向型で、しかもあくまで現実のできごとを課題にしようとする態度は、統計学の応用と教育の両面で、ますます妥当なものになってきていると考えられる。

本書の初版の意図は、不確実性のもとでの意思決定に対する現代的接近法を、できるだけ適切な形で、説明することにあつた。この第2版の場合でも、その意図は不変であるが、この8年間、実際に授業をやってみて、ぜひ参考にすべきだと思われるいろいろな価値のある経験をした。初等的な数学の知識を前提にして、経済・経営系のための統計学入門を、どういう形で構成し、教えるのが最善かという、初版でのわれわれの最大の関心事について、これらの年月を通して、われわれはもちろん、何百人もの他の先生たちが、何千人もの学生たちと、公式非公式に、議論を重ねてきた。事実、何十人もの先生や何百人もの学生たちが、かれらの経験や考え方を、時間のかかるのもいとわずに、われわれに伝えてくれた厚意は、われわれにとって、忘れがたいものである。これらの友人にわれわれがいかに負うところが大きいかは、読者にはあまりぴんとこないかもしれないが、かれらの忠告や助言は、本書のいたるところに反映されているはずである。

この第2版では、基本的な内容の順序をある程度入れかえ、初版にはなかつ

た新しい内容を追加し、さらに、パーソナル確率と、ビジネスにおける意思決定に対する Bayes 的接近法とに、より力点をおいた構成にした。初版の内容をよく知っておられる読者は、本書の目次に目を通してもらえば、この点、一目瞭然であろうと思われる。われわれの判断では、本書には、1 年分の授業に使うのに十分な内容が含まれており、したがって、それより短期の課程の場合、適宜自由にトピックスを選択することができるとと思われる。とくに力点において、どの章、節あるいは課題を勉強したり、教えたりすべきかを示唆することはしかねるけれども、(応用上重要な、あるいは興味をそそる内容をもつ)多くのトピックスを、全体的な理解をぎせいにしないで、省略してもさしつかえないとだけはいえるであろう。たとえば、1 クォーター制の課程または 1 セメスター制の課程の場合には、組合せ論的な問題や確率の概念や決定の問題の論理の形式をくわしくたどらなくても(度数分布、指数、時系列、および回帰と相関のような)伝統的な問題に重点をおいて読んでいけばよいであろう。もちろん、こういうやり方には、それなりに欠点もあるであろうが、(一般教養的知識の一部とみなされることの多い)確率の概念を重複して学んだり、教えたりするぐらいならば、古典的な統計の推論や統計の方法にかぎられた時間を使ったほうが有効だといえよう。半面、確率や決定の問題に重点をおきたい場合にも、本書で議論されている内容で十分まにあうと思われるので、適当に、伝統的なトピックスを省略しても、なんら支障はないであろう。要するに、どういう方法で、しっかりとした、しかも実りのある統計学の入門的な理解を得ることができるかは、各読者の熟慮に待つほかはない。とにかく、われわれは、いろいろな場合を考えて、本書で議論されているさまざまなトピックスの理解を深めるために、600 題以上の問題を準備しておいた。それらの問題の多くは、現実の問題を参考にしてつくられたものであるが、必要な計算を簡単にするために、それらの多くは、適当に修正され、簡略化されている。

本書ができあがる過程で、われわれの学部多くの同僚や学生諸君に、たいへんお世話になった。その意味で、かれらに、そしてすべての問題をチェックして下さった Raymond Ewer に、とくに謝意を表しておきたい。

また、多くの有益な示唆に富む書評をして下さった Drexel 大学の Richard H. Hasse, Texas 大学 Austin 分校の Francis B. May, Fordham 大学の George Miaoulis, Jr., Lawrence 工科大学の Henry W. Nace, Alaska 大学の Benjamin M. Perles, Georgetown 大学の Othmar W. Winkler の諸教授にも感謝している。

最後に、王立学士院特別会員 故 Ronald A. Fisher 卿の遺作の管理者、王立学士院特別会員 Frank Yates 博士、さらに、Fisher 卿、Yates 博士らの著書 *Statistical Methods for Research Workers* および *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research* から表 2, 3, および 4 を再録することを許して下さった Edinburgh の Oliver and Boyd, *Biometrika Tables for Statisticians* から表 4a, 4b, 5a, および 5b の部分の再録を許可して下さい E. S. Pearson 教授と *Biometrika* 理事会, *Handbook of Statistical Tables* から乱数表の一部を再録することを許して下さい Donald B. Owen と Addison-Wesley, Inc., これらの人びとや出版社に、深く謝意を表しておきたいである。

John E. Freund

Frank J. Williams

目 次

1 序 論

現代統計学	1
企業経営における統計学	3
オペレーションズ・リサーチ	5
留意事項	6

2 データのとりまとめ：度数分布

はじめに	8
度数分布	10
グラフによる表示	19
留意事項	23

3 データのとりまとめ：統計的記述

標本と母集団	27
位置の測度	29
変動の測度	40
グループ分けされたデータの記述	51
その他の記述量	59
留意事項	61
テクニカル・ノート 1 (和記法)	63
テクニカル・ノート 2 (不偏推定量)	65
テクニカル・ノート 3 (平方根表の使い方)	65

4 データのとりまとめ：指数

基本的な問題点	67
非加重指数	73
加重指数	76
3つの重要な指数	82
いくつかの特殊な応用	87
留意事項	92

5 確 率

はじめに	95
数学的予備知識：集合，結果および事象	95
数学的予備知識：計数	104
確率と見込み	114
確率の規則	119
条件つき確率	129
Bayes の規則	137
留 意 事 項	142

6 期待値，ゲームおよび決定

数学的期待値	143
ある決定問題	145
戦略のゲーム	157
留 意 事 項	169

7 確 率 分 布

確 率 関 数	171
2 項 分 布	172
超幾何分布	174
Poisson 分布	176
事前確率と事後確率	181
あるベジアン決定問題	184
確率分布の平均	191
確率分布の分散	193
正 規 分 布	198
正規分布の応用	209
留 意 事 項	215
テクニカル・ノート 4 (2 項分布)	216

8 標本抽出と標本分布

無作為抽出	217
標 本 分 布	223
中心極限定理	230
留 意 事 項	235
テクニカル・ノート 5 (標本実験をシミュレートすること)	236

統計表

表1 正規曲線の面積……238	表2 t の値……239
表3 χ^2 の値……240	表4 F の値……241
表5 割合の信頼区間……243	表6 r の臨界値……245
表7 u (連)の臨界値……245	表8 乱 数……246
表9 e^{-x} の値……250	表10 2 項係数……251
表11 対 数……252	表12 平方および平方根……254

訳者あとがき……263

[下巻 主要目次]

9 意思決定：推定
10 意思決定：仮説検定
11 意思決定：分散分析
12 意思決定：簡便統計量とノンパラメトリック法
13 意思決定：回帰と相関
14 意思決定：時系列分析
15 ビジネス・リサーチの計画
16 オペレーションズ・リサーチ入門
参考文献
統計表
問題解答
索引

1 序 論

現代統計学

過去数十年における最も注目すべき現象の1つは、統計的方法および統計的な考え方の進歩である。長い年月の間、統計学は、データを収集し、それを統計表や図表の形に表現することをおもに扱ってきた。今日では、われわれのほとんどすべての活動分野が、大なり小なり統計学と無縁ではありえないようになってきている。これは、現代統計学が、いわばきわめて古い時代からの人間の歴史の歩みの中に、一貫して、その刻印をみいだすことができるような、**不確実性のもとでの意思決定**というプロセスを解明することを目ざしているという点からみれば、当然の結果であるといえよう。われわれが常に不確実性にとり囲まれて生活しているということは、いうまでもない。天気を予測するとき、また選挙の結果を予測するとき、1枚の硬貨を投げるとき、あるいは2個のサイコロを同時に投げるとき、金鉱を求めて試掘するとき、新しい塗料について実験するとき、新製品を市場に導入するとき、さらにまた食事を注文したり、飛行機に乗り込むとき、受話器をとりあげるときでさえも、要するにいたるところ、不確実性が存在する。

そして、統計学の最近の発展の最も重要な特質は、その主題が、単に“記述する”ための方法から“一般化”を行なうのに役立つ方法へ、いいかえるならば、**記述統計学**から**統計的推論**へ移りかわった点にあった。ここで記述統計学とは、データの重要な性質のいくつかを要約し、あるいは記述する目的で、データになんらかの処理を施すことを意味しており、データの背後にある何物かを推論するという意図をもつものではない。たとえば、ある人が必要なデータ

を編集し、ある特定の年度におけるある会社の1,200人の従業員の昇給総額が390,000ドルであると報告したとすれば、その人がしたことは、記述統計学の領域の仕事である。その人が従業員1人当たりの平均昇給額を求め、それが $390,000/1,200=325$ ドルであるとしたとしても、事情はかわらない。しかし、その人がそのデータを使って翌年の平均昇給額を推定したり、他社の従業員の平均昇給額を推定したりするとすれば、それは記述統計学の領域の仕事ではない”。

記述統計学は、統計学の重要な一分野であり、企業において、そしてまた他の多くの活動分野において、いまなお広く使われている。しかし、多くの場合、統計的情報は、標本から(多数の対象の中のごくわずかなものについてなされた観察から)、あるいは過去のできごとについてなされた観察から得られるものである。われわれの本当の関心は、標本にあるのではなく、それがとり出された対象全部の集まりにあり、また過去にあるのではなく、未来にあるのではあるが、通常そのような手順をとることが要求されるのは、それ以外の方法では時間や費用がかかること、あるいはそういう他の方法をとることが“不可能”なためである。一般化は、それがどのような種類のものであれ、記述統計学の範囲をこえるものであるから、短期であると長期であるとを問わず、将来の計画を立案したり、多くの日常業務についての問題を解決したりするときには、統計的推論を使うということになる。2, 3の例をあげるとすれば、サン・ディエゴ郡の1980年の人口を推定したり、あるコンピュータの使用可能な年数を予測したり、ある原材料に対する1985年における軍での必要量を予想したり、あるいはまた新しい抗生物質の有効投与量を決めたりするためには、統計的推論の方法が必要とされるのである。

いうまでもなく、われわれが統計的推論をしようとするとき、すなわちわれわれのデータの限界をこえた一般化をしようとするときには、かなり注意深く進まなければならないということを理解しておかなければならない。ある与えられた一組のデータからどの程度まで一般化を進めていくことができるか、そのような一般化が、まったく妥当なものであり、正当化しうるものであるかどうか、あるいはまた、より多くのデータを入手するまで待つほうが賢明であるかどうか、などについて、注意深い決定をしなければならない。要するに、統計的推論の最も重要な問題は、標本データから一般化を行なうことによって、われわれがどのような危険にさらされるか、誤った意思決定をしたり、正しくない予測をしたりする確率はどのくらいか、許容しうる誤差の限界内におさま

らないような推定値を得るチャンスはどれくらいあるか、を正しく評価することである。このようないろいろな可能性があるということは、何か恐ろしいことのように思われるかもしれないが、それらの可能性をとり去ってしまうことはできないのである。“不確実性にとり囲まれて生きていかなければならない以上、われわれとしては、不確実性といかにうまく共存していくかを虚心に学ぶしかないのである”。

企業経営における統計学

統計学の影響が、企業におけるほど強く感じられてきた領域は、ほかにはほとんどないといってよい。あらゆる種類の企業活動の効果的な計画立案およびその管理に対して統計的方法が果たしてきた役割は、いくら評価しても過大評価ということにはならないであろう。過去 25 年から 30 年の間に、統計的方法の適用は、企業経営のすべての主要分野、全般的経営管理、研究開発、財務、生産、販売、広告などの分野に、急激な変化をもたらしてきた。いうまでもなく、これら諸分野のすべての問題が統計的性格をもっているわけではない。しかし、部分的であれ、全体としてであれ、統計的方法によって処理しようとする問題のリストをつくるとすれば、それは非常に長いものになる。一例として、ある大規模な製造業者が直面すると思われるいくつかの問題について概略してみることにしよう。

たとえば、“全般的経営管理”の領域では、長期経営計画の立案が重要な問題であろうが、それには人口の傾向を予測しなければならず、その消費者市場への影響を分析しなければならない。“研究および技術”の分野では、いろいろな研究プロジェクトについてその必要経費を推定しなければならず、また必要とされる人員数、熟練度、設備および時間などについての諸条件を予想しなければならない。“財務”の領域では、資本投資によって得られる潜在的利益を求めなければならず、全社的な財務面についての要請を予想しなければならず、また財務および投資について健全な長期計画を決定することができるように、資本市場についての研究がなされなければならない。いまここで統計学がこれらの適用領域において、実際にどのように使われているかを説明することはできないが、そのような事例については、本書のいろいろな例や、各節の終りにある問題を参照していただきたい。

“生産”の分野では、統計的な性格をもつ問題は、工場の設計と構成、規模

と位置、在庫、生産スケジュールの立案とその管理、保守、運搬、原材料のとり扱い、品質保証などに関連して発生する。この最後にあげた分野、すなわち抜きとり検査と品質管理への統計学の応用は、近年來めざましい進歩をとげてきた。“販売”の領域においては、統計的な解決を必要とする多くの問題に直面する。たとえば、既存の市場ならびに新市場について、現存する製品および新製品の両者の売上げ高を予測しなければならず、流通チャネルを決定しなければならず、またどの程度の販売員を必要とするかを推定しなければならない、等々である。好結果をもたらすような“広告”キャンペーンをつくりあげていくことも、またやっかいな仕事である。予算を決定しなければならず、いろいろな媒体へのその配分を行なわなければならず、そして大衆の反応を知るための調査標本によるとか、それ以外の統計的手法を用いるなどして、キャンペーンの有効性を測定もしくは予測しなければならない。

以上は、ある大規模な製造業者が直面すると思われる、統計的性格をもつ諸問題の概略を述べたものである。しかし、たとえば、数千台もの貨車を最もうまく利用しようとする大きな鉄道会社でも、できるだけ安い費用で必要とされる栄養価を満たすようにするには、自分たちの家畜にどのように飼料を与えたらよいかを決定しようとする大牧場主でも、また自分たちのポートフォリオにどの株式や債券を組み込んだらよいかを決めようとしている投資会社でも、これとよく似た問題に直面するはずである。

むろん、大規模な組織の場合にだけ、統計学が適用されているというわけではない。小規模な企業と、その大きな競争相手とが直面する問題の相異は、種類の相異ではなくて、程度の相異にすぎないのが普通である。たとえば、最大規模のスーパーマーケットでも、家の近くにあるいちばん小さな食品店でも、無限の資本や陳列だなのスペースをもっているわけではなく、またどちらも、これら2つの資産を、不適切な商品のために使うことは許されない。資本および陳列だなのスペースを最も効果的に使うという問題は、大きな店の場合と同様に、小さな店にとっても切実な問題であり、(現代統計学の技術を含む)現代的な経営手法が大企業にとってのみ価値があると考えるのは、極端に近視眼的である。事実、小企業におけるほど、これらの手法が必要とされるのは他にないといってよいであろう。そこでは、毎年、数千もの店がつぶれ、新たに参入してくる数千もの店がつぶれようとしている。それはひとえに資本が不十分であり、信用を拡張しすぎ、売れる見込みのないストックを過剰にもち、そして一般的にいうならば、市場や競争についてなんの知識ももち合わせていないた

めである。

本書では、注意をもらばら経済・経営系のための統計学に向け、最終の目標を企業について学ぼうとする人ならだれでもなじんでいなければならない統計的概念や方法を読者に獲得してもらうことにおいているのであるが、“合理的な意思決定をするための方法として統計学によって定式化された考え方は、思慮深い人ならばだれでも備えていなければならない思考形式である”ということをも十分理解しておかなければならない。とりわけ、企業経営者だけが、不確実性と危険とに直面して意思決定をしなければならないわけではない。“だれでもが”，職業として、あるいは毎日の生活の中で、この種の意思決定をしなければならない。われわれがしなければならない選択の多くが、趣味や個人的な好みに左右され、しかもそのような場合には、当然のことながら、その意思決定が正しいかまちがっているかは問題にならないという傾向を否定することはできない。しかし、一面では、いろいろな代案の中からわれわれが行なわなければならない選択が、実際上の損失を招くとか、なんらかの種類の罰則をうける——ときにはちょっとしたいらだちにすぎないこともあり、ときには生命を失うほどの重大なものであることもあり、あるいはこれらの両極端の中間にあるようなものであることもあろう——という意味で、決定的にまちがっているということも多いであろう。現代統計学の方法は、この種の問題をとり扱うのであって、企業や産業や日常生活の問題ばかりでなく、医学、物理学、化学、農学、経済学、心理学、政府、教育等々の分野の問題をもとり扱う。本書で用いられる例や問題は、ほとんど企業活動の領域からとられているが、必要に応じて、これらの企業以外の分野にも、ためらわずに言及するであろう。そういう点を注意して読み進んでいけば、特定の種類の問題を扱うためのいろいろな専門的な技法についてだけでなく、その背後にある原理や考え方は、適用される分野がなんであれ同じものであるという事実について、理解を深めていくことができるであろう。

オペレーションズ・リサーチ

近年、“オペレーションズ・リサーチ”とよばれる1つの新しい技法が生れたことをわれわれは知っている。それは1つには数学であり、1つには統計学であり、1つには工学であり、1つには産業のノウ・ハウであり、また1つには哲学(新しい見方と新しい接近法)である。現在のところ、オペレーション

ズ・リサーチについての、一般にうけ入れられるような定義はない。しかしそれは、“1つの全体としてみなされるある「システム」の運用を含む問題——たとえば戦争の指揮、企業の経営、製品の製造など——への、近代的な科学的技法の適用”をとり扱うものである、ということができよう。

われわれの目的から考えて、本書の最後の章を、確率論、統計学および意思決定一般に直接関連をもつようなオペレーションズ・リサーチの方法のいくつかに費やすことにしたい。不幸にして、これらの方法の中の最も簡単なものでさえ、数学的にはかなりむずかしく、したがってその基本的な用語、概念、手法のいくつかを説明することしかできなかった。とりわけ、管理者の立場にいる人は科学者でなければならないというわけではない(その逆もしかりである)。けれども、新しい概念や方法論が、どこで、いつ、どのように適用されるかを知るために、それらに十分なじんではないなければならない。

留 意 事 項

なんらかの理由で一般の人びとの間に広められている統計的情報の量は、ほとんど想像を絶するほど膨大であって、そのうちどれが「よい」統計であり、どれが「悪い」統計であるかは、各人の推量によっている。確かに、そのすべてが無批判にうけ入れられうるものではない。ときとして誤った結論が健全なデータに基づきながら導かれることがあるというのも、もう1つの重要な考慮すべき点である。たとえば、ある都市がかつて「全国一の健康都市」であるといわれたことがある。それは、その死亡率が全国で最も低かったためであった。健康とは「死なないこと」を意味するというそこでの定義を認めるとしても、考慮されていなかったもう1つの要因があった。すなわち、その都市には病院がなかったために、市民はどこかほかの場所での入院しなければならず、死亡した場合には実際に死亡した市で死亡が記録されたのである。以下の諸例も、本来健全な統計的データに基づいた“不合理な推論”を示すものである：「統計は1970年よりも1920年のほうが航空機事故が少なかったことを示している。したがって、空を飛ぶことは、1970年よりも1920年のほうが、より安全であった。」「夜間よりも昼間のほうが自動車事故が多いから、夜運転するほうが、より安全である。」「最近の統計は、ある地域における1人当たり平均所得が1,600ドルであることを示している。したがって、5人家族の世帯の平均所得は8,000ドルである。」

ときには、同一のデータがまったく反対の結論の基礎となることがある。たとえば、団体交渉の議論の中で、同じデータが一方の側では従業員たちが裕福になりつつあることを示すために用いられ、もう一方の側では従業員たちがまさに餓死寸前であることを示すために用いられることがある。このような例からいえば、統計数字というものは、操り方しだいで、当事者に都合のよいような解釈をしうるものであるという印象をもつ人がいるのも、むりからぬことであろう。もしわれわれが、「よい」統計と「悪い」統計とを、正しく適用された統計とふとどきにも誤って用いられた統計とを、また正確に分析された統計と無意識にせよ意識的にせよこじつけられた統計とを、注意深く区別しないならば、残念ながら、こういう印象がもつ真実性を否定することは、とてもできないといわざるをえない。われわれは「留意事項」という見出しをつけた、各章の最後に設けられた特別の節の中で、この問題について読者にくり返し注意を喚起することにした。

ある問題についての健全な統計的処理とは、ただ単に便利で利用しやすいデータについてわずかの観察をし、ちょっとばかり計算をして、ある1つの結論に到達するというような安易なものではなくて、それよりもずっと豊富な内容をもっている点を理解することも、また重要である。データをどのような方法で集めたらよいか、実験あるいは調査の全体をどう立案したらよいかという問題が、基本的に重要である。他のどの分野でも同じように、統計でも「努力なしには何も手にはいらない」のであって、研究のすべての局面において——データの収集、分析、解釈の各段階を通じて、問題の構想やその叙述から計画立案や設計にいたるまで——適切な注意を払わなければ、どのような結論が得られるにせよ、それらが有用で正当なものでありうるはずはない。“一般的にいて、いかにたくさんの数学的な、あるいは統計的な操作を施しても、設計の貧弱な調査や実験をよみがえらせることはできない”。事実、統計の専門家の立場からいえば、最も単純な標本抽出による研究でさえ、ある明確に定義された規則に従って厳密に実行されなければならない。これらの規則が確実に守られていないような研究を「統計的」とよぶことは、いわばふじつぽを船とよぶがごときものであって、到底認めることはできない。