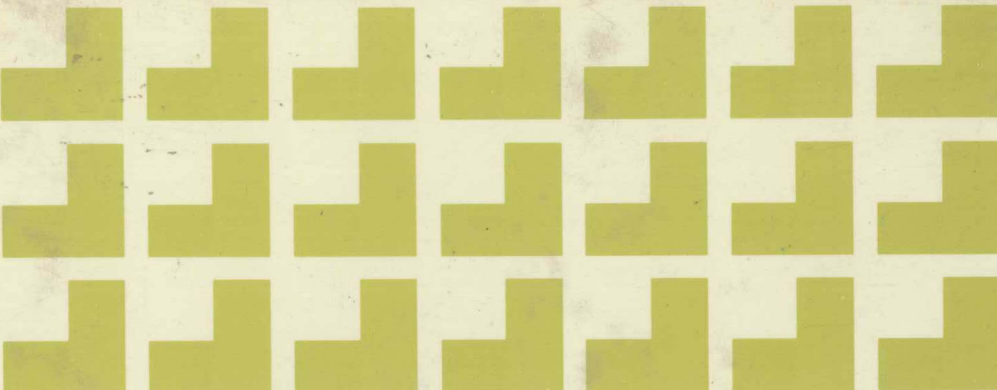
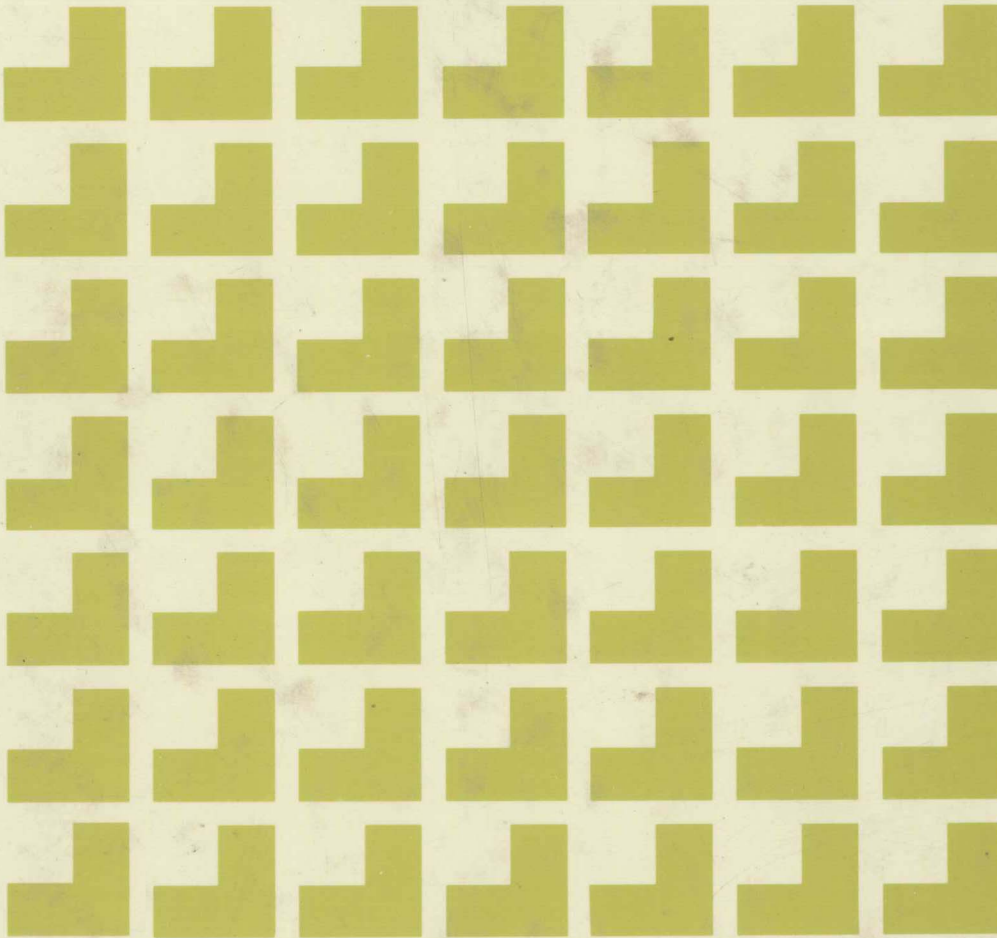




計量経済分析の方法

福原文雄 著



マグローヒル好学社

計量経済分析の方法

福原文雄 著

マグローヒル好学社

著 者

福原文雄

青山学院大学教授

現住所 東京都小金井市桜町 1-3-26

計量経済分析の方法

定価3,600円

昭和56年7月25日 初版第1刷発行 ©

〔無検印制〕 著 者 福原文雄

発行者 稲垣利一

発 行 所 (株)マグローヒル好學社

東京都中央区銀座4-14-11 (七十七ビル)

〒104京橋局私書箱281 電話03-542-8821

無断転載複製を禁ず

図書印刷(株) 印刷・製本

Copyright © 1981 by McGraw-Hill Kogakusha, Ltd. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

序 文

この十年余の間、私は数多くの実際問題に取り組む機会を与えられてきた。その際私はそれらの問題に対して計量経済学的方法がしばしばきわめて有用であることを教えられた。数多の研究者によっていろいろな角度から洗練されてきているそれらの方法は、単に实际的に有用であるばかりでなく、理論的にもまた円熟した体系を誇っている。しかし、現実の複雑さはしばしばわれわれの思考を超えているものである。実際問題の錯綜したはざまに立入るとき、私は時に既成の方法論になお不備な部分、あるいは不十分なところを見出さなければならなかった。

こうして私は「現実」から示唆された問題点に対して、何とか私なりに取り組んでみた。本書は、このような私のささやかな研究結果を、先人のすぐれた成果に依拠しながらまとめたものである。以下、私に研究の端緒を与えてくれたいくつかの問題についてかんたんにふれたい。それはそのまま本書の特色といったものを示すことになるであろうから。

- (1) ある課題で、私は経済システムを連立方程式モデルに表わし、推定法とし

て制限情報最尤法を選んだ。そのときそこに私はいわゆる「最尤推定値の爆発現象」を見た(12.2.3 参照)のである。制限情報最尤推定量と2段階最小二乗推定量は(いくつかの研究結果が教えるように)、その有効性においてほぼ等しいものとすれば、最尤推定値にかぎって時折異常な値をとるというのは奇妙なことといわねばならない。

ところで、最尤推定量の一致性に関する Dugué-Cramér の命題と Wald の命題との間には大きな相違があるようにみえる。しかしその相違は前提条件の違いに帰せられるのではあるまいか。あきらかにより大きい一般性は前者にある。したがって、通常は Wald の前提条件が満たされて「尤度絶対最大」に拠ることができるが、もしその条件が満足されないような場合には、まさに Dugué-Cramér の一般的な命題に示されるような現象(尤度相対最大)が起きるのではないだろうか。

このような見方は、たまたま私がその現象をみた2, 3の事例において、少なくとも数値の上では完全に裏付けられた。第3章の全体を最尤法にあてているが、上の問題もその中で理論的に追求してみた。なお、伝統的な制限情報最尤法の理論の中にも最尤推定値の爆発の可能性が示唆されている(12.2.3)。

(2) ある問題の分析に単一方程式モデルが用いられたことがある。そこには説明要因としていくつかの定性要因があった。定性要因については、要因ごとにひとつの事象を除き、のこりを指示変数(5.3.1)に変換して説明変数とするのが通常の扱い方である。しかしこの場合は、除外された事象の従属変数に対する効果は(0という値において)すべて相等しく、また当然のことながらその分散の推定値も0となる。このようなことは少なくとも実際的には正しいといえない。第5章において、付加方式による制約条件付推定を定性要因がある場合にまで拡張しなければならなかったのはこの故である。

(3) この7, 8年間、私は土地改良事業のための換地計画論について研究する機会を与えられてきた。換地計画論の中心となるのは何といっても土地評価論である。換地計画のための土地評価には、ヨーロッパで開発された採点評価法が広く用いられているが、この方法には問題点も多くまた実施のための経費も少なくない。そこでこれに代る方法として私はモデル評価法を開発し、すでに実用化へ

と進みはじめているが、このためのモデルが正準変換に基づく定性的従属要因モデル（判別モデル）である。

周知のように、社会・経済システムの分析で定性要因を従属要因とするモデルを必要とする例は少なくない。これに対して計量経済学はこれまでのところ十分な準備をしているとはいえない。私はこの問題に基本的に伝統的な計量分析の考え方に立って対処したいと考えた。この課題に対して第Ⅲ部（第8，9章）があげられている。

確率変数は事象と実数空間の点を対応させる関数である。従属要因に対してこの関数が先験的に与えられているのが通常のモデルである。もし関数が与えられていなければ、目的的にもっとも適切な関数を定めてやればよい。そのとき要因の各事象は変数として扱うことが可能となる。これすなわち正準変数であり、そして正準変数を従属変数とするモデルはもはや通常のモデルということができる。

(4) 一般にわれわれの身近な問題では、単一方程式モデルに時系列データを適用するような事例が少なくない。その場合系列相関の検定が必要であるが、これにはよく Durbin-Watson 検定が用いられる。ところが Durbin-Watson ($\bar{d}$) の値は、とくに自由度が小さいときはしばしば検定不能域に落ちてしまって困惑することが多い。一意的検定法が望まれる所以である。

Durbin と Watson は同検定の「境界値」を算定したときの経験から $\bar{d}/4$ の分布を Jacobi 多項式の第1項（ベータ分布）によって近似し得ることを知り、一意的検定のための「近似検定方式」を考案した。しかしこの検定法では、Durbin と Watson 自身が指摘しているように、自由度が小さいと精度は粗くなるのである。

$\bar{d}$ は説明変数行列に依存するが、いくつかの実際の問題でその具体的な値を求めてみたところ、それは概して理論的値域、 $(0,4)$ よりかなり狭いことがたしかめられた。ここにおいて私は Henshaw の考え方の正しさを実感したのである。ところが、その理論を辿るうちに私は Henshaw の接近法に問題があることに気付いた。ベータ分布の2つのパラメータを歪度と尖度を用いた連立方程式によって正しく求めることはできないのである。このことは数値例によっても裏付けら

れる。

d の実際の上・下限は直接的に求める以外にないが、しかしそれはいまでは十分容易なのである。Henshaw のすぐれた着想は、その計算の誤った晦渋さによってこれまで活かされることがなかった。しかし、いまや系列相関のほぼ正確な一意的検定が、Durbin-Watson 検定ほどの手数さえ必要としないで（むしろコンピュータの負担はわずかばかり増えるが）可能である。

(5) システムの本質的特性が「相互依存性」にあることを考えれば、システム（経済システムに限らず）の行動を表わすモデルが、ごく自然に連立方程式モデルになるであろうことは当然である。連立方程式モデルには定義式が含まれることが少なくないが、この定義式のもつ情報も正当に考慮される必要があろう。定義式は構造型モデルに一般的な線形制約をもたらす。したがって、本書ではいわゆる識別条件は一般的なかたちで示される (10.4)。規準化則と除外制約を前提にした伝統的な識別条件はその特別な場合となる。

定義式を処理した場合、2段階最小二乗法も制約式を外から付加するいわゆる付加方式による一般的な2段階最小二乗法が必要となる。この問題は第11章で考察される。

(6) 制限情報最尤法では、Anderson-Rubin の誘導型最尤法と Koopmans-Hood の構造型最尤法とは、一般にはっきり区別して書かれていないようにみえる。構造パラメータの推定値だけは両者とも一致するが、誘導パラメータの推定値は相異なり、そして構造型最尤法では2つの推定値の間に少なくとも理論的にはコンシステンシがない。またこの制限情報最尤法において、Dugué-Cramér の命題は実質的な意味をもってくるであろう。第12章においてこれらの問題がやや体系的に議論される。

(7) 最後の章では「付加方式による制限情報最尤法」が考察される。この章における理論的結果は、可能なかぎり数値例によって補強されたにもかかわらず、なお問題点は少なくないと思われる。しかし以下に挙げるように、ここには理論的および実証的に興味ふかい事がらが見られるのであえて書いてみた。

(i) すべての制約を外から課する全付加式最尤法では、尤度方程式は反復法によって解く以外にないが、解は一致推定値（必ずしも尤度を最大にしない）に収

束するようにみえる。

(ii) k クラス推定法の正規方程式は付加式最尤法の尤度方程式そのものである。すでにあきらかにされているように、 k は分散比以外の何ものでもない。

(iii) 一定の共分散行列をもつ多変量正規分布にしたがう攪乱項を基にしてシミュレーションを行なったとき、過度に識別される方程式では、標本のサイズを大きくしても分散比は 1 に収束してはいかない。このことは理論的にも正しいようにみえる。

(iv) 方程式が適度に識別される場合分散比は 1 となる。ところがこのときの尤度方程式は、付加方式による一般的な 2 段階最小二乗法の正規方程式と一致する。この事実は、方程式が過度に識別される場合に尤度方程式の分散比を 1 とおいても、その解は一致性をもっていることを意味する。つまり、方程式が過度に識別される場合、尤度方程式は正当な分散比の値の下での解と、それを 1 にしたときの解とは（むろんまったく同じにはならないが）ともに一致推定値を与える、ということができるようである。

以上述べたように、私はしばしば現実から問題点を示唆され、また実際のデータから問題解決の手掛りを与えられてきた。理論の発展によって別の方向に行きついたようなときも、その実際の有用性について私はつねに現実のデータをもって確かめてきた。システムを表わすモデルの統計推論に関するかぎり、ある方法論が理論としていかに魅力的なものであっても、現実への応用に問題があるとすればそれは有用なものとは言えないからである。

ともあれ、本書はこのような意図と配慮の下に書かれたものであるにもかかわらず、実証例をあまり多く掲げていないし、ましてそのためのコンピュータプログラムなどは一切載せていない。それは、ひとつには紙幅の制約により、またひとつには理論を中心にした本書の性格を考慮してのことである。

本書は、私が実証的仕事の合間に行なった研究結果のささやかな集成であるが、私の不勉強の故に、そこにはさまざまな問題点が含まれていると思われる。読者諸賢のご叱正とご教示を頂ければ幸いである。

あるきっかけから、私は年齢のハンディも考えずに、統計的方法を学ぶ方向に一步を踏みだしてしまった。以来、非才で未熟な私が今日にいたるまでとにかく牛の歩みを続けてこられたのは、ひとえに東京大学名誉教授（現創価大学教授）、宮沢光一先生からうけた大学院時代のご指導と、その後のあたたかいお励ましのおかげである。この場をかりて先生に心から感謝の意を表わしたい。

さきに述べたように、私はつねに理論の実践的有用性を重くみてきたのであるが、それだけに現実のデータによる裏付け計算は莫大な量にのぼったものである。その計算の多くを、私は青山学院大学情報科学研究センター助手、本郷茂氏および高梨公孝氏に負っている。記して感謝のことばとしたい。

最後に、本書の出版にあたって、マグローヒル好学社の荒木亮一氏、田中正昭氏、藤本昌子氏に一方ならぬお世話になった。あつくお礼申し上げたい。

1980年8月†

著 者

† 1980年1月（原稿提出時）の時点では、本書の刊行は1980年11月末と予定されていた。しかしその後印刷の都合、その他の事情により、刊行は結果的に予定より約7カ月遅延した。

目 次

序文

第Ⅰ部 計量的接近と統計推論の基礎	1
第1章 社会・経済システムとモデル	3
1.1 社会・経済システムの特徴	3
1.2 確率空間・標本空間	6
1.3 モデル——その構造と作成法	10
註Ⅰ 確率分布と分布関数	18
第2章 統計的推定の方法（最小二乗法）	20
2.1 はじめに	20
2.2 推定量の特性	21
2.3 最小二乗法の特性	24
2.4 標本変動	29
第3章 統計的推定の方法（最尤法）	37
3.1 はじめに	37
3.2 最尤法（1パラメータの場合）	38
3.3 最尤法（複数パラメータの場合）	49
第Ⅱ部 単一方程式モデル	61
第4章 基本回帰モデル	63
4.1 はじめに——基本回帰モデル	63

4.2	最小二乗推定〔1〕	67
4.3	最小二乗推定〔2〕	71
4.4	標本変動の分解と決定係数	75
4.5	従属変数の実現値の推定	78
4.6	正規分布にしたがう誤差項と最尤推定	81
4.7	区間推定	83
4.8	標本変動の分解とその比	89
4.9	統計的仮説検定	94
第5章	基本回帰モデルの制約条件付推定	106
5.1	はじめに	106
5.2	制約条件付最小二乗推定	107
5.3	定性的説明要因がある場合の推定	112
註Ⅱ	$RB^{-1}R' = I_c$ の証明	127
第6章	非真円的誤差項をもつモデル	130
6.1	はじめに	130
6.2	非真円的誤差項	131
6.3	一般化最小二乗推定 (Aitken-Markov 推定)	133
6.4	系列相関をもつ誤差項	136
6.5	Neumann 比による系列相関の検定	140
6.6	Durbin-Watson 比による検定	144
6.7	系列相関の一意的検定	149
6.8	系列相関が存在する場合の推定法	158
註Ⅲ	Courant-Fischer の基本定理と分割定理	166
註Ⅳ	ベータ分布のパラメータ (p, q) の推定	170
第7章	多重方程式モデル	173
7.1	はじめに——多重方程式モデル	173
7.2	パラメータの推定	176
7.3	統計的検定のための基礎的統計量	181

第Ⅲ部 判別モデル（定性的従属要因モデル）	185
第8章 正準変換論	187
8.1 はじめに	187
8.2 Hotelling の正準変換	188
8.3 平均点のまわりの標本積率による正準変換	194
8.4 回帰モデルと正準変換	196
8.5 原点のまわりの標本積率による正準変換	200
8.6 誤差の標本変動を基準とする正準変換	203
8.7 制約条件付正準変換	207
註Ⅴ $R^*Q_{22.R}^{-1}R^{*'}=O$ の証明	212
第9章 判別モデル（定性的従属要因モデル）	215
9.1 はじめに	215
9.2 2判別モデル	216
9.3 Fisher の判別モデル	223
9.4 多重判別モデル(Ⅰ)——正準相関を基準にした推論	225
9.5 多重判別モデル(Ⅱ)——標本変動を基準にした推論	230
9.6 多重判別モデル(Ⅱ)において $m=2$ とした場合	233
9.7 多重判別モデルにおける検定 ——Bartlett の近似検定方式——	236
註Ⅵ 一方方程式の証明	246
第Ⅳ部 連立方程式モデル	249
第10章 連立方程式モデルとその特性	251
10.1 はじめに	251
10.2 線形連立方程式モデル	252
10.3 誘導型モデル	261
10.4 識別の問題	266
第11章 最小二乗推定	273

11.1	はじめに	273
11.2	伝統的な推定方式と識別条件	274
11.3	間接最小二乗推定	275
11.4	伝統的な 2 段階最小二乗法	279
11.5	一般的な 2 段階最小二乗法	284
第12章	伝統的な制限情報最尤法	298
12.1	はじめに	298
12.2	制限情報最尤法(I)	300
12.3	集約尤度関数	311
12.4	制限情報最尤法(II)	318
12.5	伝統的な制限情報最尤法における推定量の漸近共分散行列	325
第13章	付加方式による制限情報最尤法	331
13.1	はじめに	331
13.2	準付加方式による制限情報最尤法	333
13.3	準付加式最尤法における推定量の漸近共分散行列	342
13.4	全付加方式による制限情報最尤法	345
13.5	単位分散比法	349
13.6	全付加式最尤法と k クラス推定法	354
参考文献		359
索引		365

第 I 部 計量的接近と統計推論の基礎

第1章 社会・経済システムとモデル

1.1 社会・経済システムの特性

主として経済システムの計量的分析のための方法論について考えることが本書の目的であるが、そのためにはまず「システム」とは何かを明らかにしておく必要がある。ここでは、固有の機能をもった複数の要素が、ある共通の目的のために相互依存的に関連しあいながらひとつの複合体を構成しているとき、これをシステムとよぶことにする[†]。この定義にしたがえば、人がつくる組織はいかなる性質と目的をもつものであろうとすべてシステムである。経済システムなどはもっとも典型的な人間のシステム（以下これを一般的に社会・経済システムとよぶことにする）ということができよう。

システムの重要な特性のひとつである「相互依存性」を、ここでは、内部的相互依存性と階層的相互依存性とに区別して考えたい。Simon [1969] が述べているように、通常、複雑な社会・経済システムは、さまざまなレベルのシステムが多くの階層をなして存在している。あるレベルのシステムを考えると、当該システムにとって根元的な要素が、相互依存的に関連しあいながらそのシステムを構成しているわけであるが、このような相互依存関係をここでは「内部的相互依

[†] システムについては、一般システム論、システムズアナリシス、あるいはシステム工学等の分野でそれぞれの立場から多様な定義がなされている。ここで採用している定義はシステムズアナリシスのものである。これについては、たとえば、B. de Jouvenel [1967] 参照。

存性」とよぶ。ところで、このシステムのすぐ上位のシステムを考えると、このシステムは同レベルの他のシステムと相互に関連しあいながら、それ自体ひとつの要素として機能してその上位のシステムを構成しているのである。このようなシステム相互（あるいはシステムとサブシステム）間の依存関係をシステムの階層的相互依存性とよぶ。これらはシステムを構造的にみる場合の基本的特性であり、システムを表わすモデルを作成するにあたって充分考慮しなければならない点である。

つぎに、社会・経済システムの行動にかかわる特性について考えてみよう。「宇宙のすべての現象は偶然と必然からなる」というのはデモクリトスのことばという。自然科学的あるいは工学的現象の中には、完全に必然にのみしたがうものがあるようにみえる。たとえば、天体の運行によって起こる現象は正確に予測されている。また、電子計算機によって制御される機械がつくりだす製品はすべて同じ規格をなしている。そこには「偶然の法則」が働く余地はないようにみえる。しかし、周知のように、これは観測もしくは測定の精度に依存しているのである。たとえば、機械によって一定の長さに切断される金属片は、通常のスケールで測定するかぎり同じ長さであるが、一そう精密な単位で測定するときその長さはある確率分布にしたがっているであろう。

社会・経済システムにおいては、偶然の法則にしたがう部分が相対的に大きい。学歴、職業、所得、家族構成、住環境等がほぼ類似した家計といえども、まったく同じ消費行動をとるということはない。もしそのような家計を数多く集めてみるならば、その消費の大きさはやはりある確率分布にしたがっているであろう。また電子計算機は、たとえば、円周率 π の小数点以下の数値をどこまでもひきだしてみせてくれる。その数値を果てしなく追求して行くと、やがて10個の数字がほとんど同じ割合で現われていることが知られるであろう。人はこれらの事実を経験的に知っているが、しかしこれらの現象がなぜこのような偶然の法則にしたがうかは知らない。たしかにわかっていることは、このような神秘的法則が現実存在して、それがシステムの行動を複雑に規定しているということである。

システムの行動が偶然の法則にしたがうとき、人はもはやつぎに起こる現象が