



If we have dream, everything will be possible.

数理文化

Mathematical Culture

◎杜耀刚 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

喜欢数理化，幸福一辈子

数理文化

杜耀刚 编著



$8-1>8$

$42=3+21+12+20+21+18+5=100$
If we dream, everything will be possible.

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本课程是高等学校文化素质教育类的公共选修课，旨在提高学生的数理文化素质。数理科学的发展史是和人类物质文明和精神文明的发展史交融在一起的，要学好数理化，就要着重领会数理科学的精神实质，了解数理科学在人类文明发展中所起的关键作用。

本书可作为大学公共选修课教材，也适用于对数理文化感兴趣的读者阅读使用。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

数理文化 / 杜耀刚编著. —北京: 电子工业出版社, 2013.9

ISBN 978-7-121-21294-9

I. ①数… II. ①杜… III. ①数学—文化—高等学校—教材 IV. ①O1-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 195020 号

策划编辑: 杨 波

责任编辑: 杨 波 文字编辑: 张岩雨

印 刷: 三河市鑫金马印装有限公司

装 订: 三河市鑫金马印装有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 16 字数: 409.6 千字

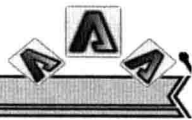
印 次: 2013 年 9 月第 1 次印刷

定 价: 38.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。



弘扬数理文化 培养创新人才

爱因斯坦曾说：“想象力比知识更重要”，培养创新人才最要紧的就是要激发每个学生学习数理文化的兴趣。多年来，我们在探索中前行，在前行中探索：举办数理文化讲座和数理文化节晚会、开设数理文化选修课的同时，不断倾听学生心声，主要目的是努力回答好数理文化的三个基本问题：为什么学？学什么？怎么学？多年的实践与思考，我们对这三个基本问题的回答可概括为数理文化 ABC：

文化 A：数学语言是人类文明、宇宙文明的共同语言（霍金）。

文化 B：判天地之美，析万物之理（庄子）。

文化 C：文史哲、数理化，永远相亲相爱（我们的体会）。

数理文化：唯有借助数学，才能显现万物背后隐藏的真理。当然，数学语言也是最美的语言，以美求真方能显示数理文化的基本精神，文科生学好了可以弥补理科知识的缺失、理科生学好了可以填补文史哲知识的空白。数理文化 ABC，实际上也是数理文化发展的三条基本规律。

余秋雨先生说：“文化的最终的目标，是在人世间普及爱和善良”。那么，如何才能让学生喜欢上数理文化呢？对此，我们主要通过以下路径来实现：

路径 1：2007 年开始，面向全体学生（含研究生）每年举办主题为“喜欢数理化，幸福一辈子”的“数理文化讲座”，与数理文化初恋的感觉真好：学数理，塑文化，获美意。

路径 2：2008 年开始，每两年举办“数理文化节晚会”，其主题是“有理走遍天下，无礼寸步难行”，受到领导、师生的好评。

数理文化节晚会 12358：一个主题：具有时代特色；两个主持：美女俊男；三个代表：自愿、海选、择优；五个环节：才艺展示、各显身手、密码解读、音画时尚、智勇双全；八个内容：奇数妙图、智力趣题、古今谜语、中外诗联、数理文艺、朝花夕拾、密码传奇、数独大观。这里呈现了最美的数列：1, 2, 3, 5, 8, …因为它的前一项与后一项之比的极限是黄金数 0.618。

路径 3：2010 年，全国首届“数理文化”选修课在北京电子科技学院率先开设，其宗旨是“敬天爱人，以美求真”，同学们喜爱有加。

本课程主要目标：让学生理解数学的思想、精神、方法，理解数学的文化价值；让学生学

会“数学方式的理性思维”，培养创新意识和顽强意志；让学生受到优秀文化的熏陶，领会数学的美学价值，激发其好奇心，提高对数学的兴趣；培养学生的数学素养，提升学生的文化品味，发展学生的综合素质，使学生终身受益；提升人生境界，追求诗意的人生，增强运用数理文化服务于我国密码保密事业科学发展的意识和潜力。

出特色科研成果、育特色有用人才。数理文化相应成果已在全国部分高校推广。求新、求美、求真的科学气质，是数理学科对人文精神独特的贡献。密码学是信息安全的基石，密码学是数学的一个分支，数理文化素质教育是培养党和国家密码保密事业所急需的创新型人才的重要基础。数理文化面向全体学生开放，顺应人类求知、想好、爱美的天性，着重激发其数理文化兴趣，文化真善美、桃李满天下：让每一位青年学子，都能从与数理文化的初恋、热恋走向相爱，希望更多的学生在密码保密行业获得更多的“诺贝尔奖”。我们已经走在路上，与美丽同行，我们充满信心。正如普罗克洛斯所说：“哪里有数，哪里就有美。”

感谢多年来对数理文化倾注了大量心血的相关领导及师生们！

数理文化课题组

2013年3月

目 录



第 1 讲 数理之美：简单、和谐、对称、奇异和原创..... 1

1.1 文化强国..... 1
1.1.1 何为文化..... 2
1.1.2 文化与文明..... 3
1.2 数理文化..... 3
1.3 数理之美..... 4
1.3.1 美在简单..... 5
1.3.2 美在和谐..... 6
1.3.3 美在对称..... 10
1.3.4 美在奇异..... 10
1.3.5 美在原创..... 11
1.4 为何要学数理文化..... 12
1.4.1 判天地之美，析万物之理..... 12
1.4.2 数学是科学皇后..... 13
1.4.3 计算机程序设计艺术..... 13
1.4.4 数学是发明的还是被发现的？..... 14
1.4.5 李约瑟之谜与中国的兴衰..... 15
1.5 总结..... 15
习题与思考..... 15

第 2 讲 黄金分割：神赐的“美的密码”..... 17

2.1 黄金分割概述..... 17
2.2 兔子问题与斐波那契数列..... 19
2.2.1 斐波那契..... 19
2.2.2 兔子问题..... 19
2.2.3 通项公式..... 20
2.2.4 比内公式的美学价值..... 21
2.2.5 素数分布..... 21
2.2.6 周期性..... 21

2.2.7 连分数..... 21
2.2.8 跳格游戏..... 21
2.2.9 完美覆盖..... 22
2.2.10 准晶体“准周期”..... 22
2.2.11 达·芬奇密码..... 24
2.2.12 Zeckendorf 定理..... 24
2.2.13 火柴游戏..... 25
2.3 黄金矩形和黄金曲线..... 26
2.3.1 黄金矩形..... 26
2.3.2 黄金曲线..... 26
2.3.3 建筑美学与“黄金分割”..... 27
2.3.4 黄金生命几何..... 28
2.3.5 黄金分割与音乐..... 28
2.3.6 黄金分割与文学..... 29
2.3.7 黄金分割与辗转相除法..... 29
2.3.8 黄金分割与 DNA..... 30
2.3.9 黄金分割与概率..... 30
2.3.10 神奇的 5..... 31
2.3.11 黄金分割与文化节..... 31
2.3.12 黄金分割与人物美..... 32
2.3.13 人与宇宙的关系..... 32
2.3.14 黄金分割与物理学..... 33

2.4 黄金分割与优选法..... 34
2.5 黄金分割与抓三堆游戏..... 35
2.6 总结..... 36
习题与思考..... 36

第 3 讲 类比与猜想：想象力比知识更重要..... 39

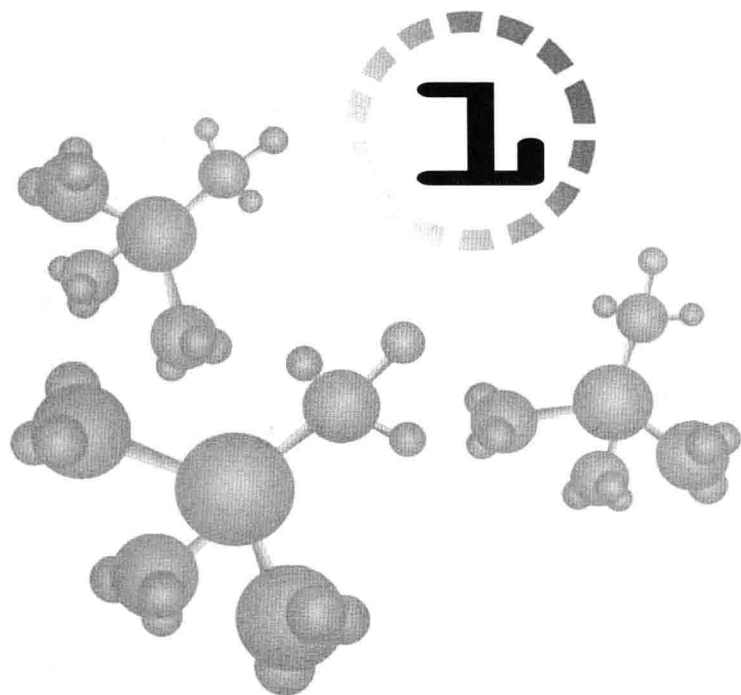
3.1 类比概述..... 39
3.2 类比充满一切领域..... 41

3.3 降维类比：从特殊到一般	43	5.3.3 为什么说 C60 的分子结构模型像一个足球	79
3.3.1 分割问题中的类比	44	5.3.4 物理中的对称性	81
3.4 化繁为简：单因子构件凑成法	45	5.3.5 对称性是人类创新活动的原动力之一	81
3.4.1 中国剩余定理	45	5.3.6 自然定律——必须是简单和对称的	82
3.4.2 插值问题	46	5.4 群的应用	82
3.5 结构类比：从有限到无限	47	5.4.1 对称图案和晶体结构	82
3.6 总结	49	5.4.2 诺特定理	83
习题与思考	50	5.4.3 几何学的变换群分类	83
第 4 讲 从 1 到无穷大：有梦想，一切皆有可能	51	5.4.4 方程根式解	84
4.1 数与形概念的产生	51	5.5 从对称到不对称	86
4.2 巧妙的“2”和“3”	53	5.5.1 不对称创造多彩世界	86
4.3 古有 36 计，今有 36 数	53	5.5.2 杨振宁：“对称之中有点破缺更美”	86
4.4 浅谈集合的大小	62	5.5.3 李政道：“观察破坏了对称性。”	87
4.4.1 康托尔定理	62	5.5.4 （在弱相互作用下）宇称不守恒	87
4.4.2 怎样区分无穷大	64	5.5.5 李政道：“对称性支配相互作用，相互作用（即力量）产生不对称”	87
4.4.3 方程 $x^n + y^n = z^n, n \geq 1$ 的正整数解	64	5.5.6 水与不对称性	88
4.4.4 芝诺悖论	65	5.6 总结	88
4.4.5 无穷大符号“ ∞ ”	66	习题与思考	88
4.4.6 无穷大	67	第 6 讲 统计与真理：随机非随意，概率破玄机；无序隐有序，统计解迷离	90
4.5 怎样产生无穷大	67	6.1 不确定性的驾驭——统计学的发展	90
4.5.1 贤哲老子的天才预言	67	6.1.1 统计的历史	90
4.5.2 无限的意境	67	6.1.2 中国金融数学第一人：彭实戈院士	92
4.6 总结	68	6.2 统计学与数学的区别	92
习题与思考	69	6.2.1 统计学的定义	92
第 5 讲 对称与群：数学揭开美之本质	71	6.2.2 两种主要的逻辑思维形式——演绎和归纳	93
5.1 对称概述	71		
5.1.1 对称就是美	72		
5.1.2 好的楹联	73		
5.1.3 对偶与对仗	74		
5.1.4 数学和诗歌有哪些共性？	74		
5.2 群的概念	75		
5.3 对称图像	78		
5.3.1 对称图像	78		
5.3.2 天地有大美	78		

6.2.3 统计学与数学的区别	94	7.2.5 马尔萨斯的“人口论”	117
6.3 统计学——探求真理必不可少的工具	95	7.2.6 音乐与傅里叶分析	117
6.3.1 没有高斯分布，就没有今天统计的辉煌	95	7.2.7 公理化和机械化	117
6.3.2 “6 σ ”产品质量管理方法	96	7.2.8 群公理	118
6.3.3 数据挖掘 (data mining)	98	7.2.9 皮亚诺的整数公理	118
6.3.4 随机模拟	99	7.2.10 语言的模式	128
6.3.5 我爱我师，我更爱真理	101	7.2.11 图说：数字三	119
6.3.6 如何设计对敏感问题的社会调查？	102	7.2.12 挑战：信息安全如何公理化	120
6.3.7 颠覆“文无第一，武无第二”的传统	103	7.2.13 寓理于算	120
6.3.8 PageRank 算法	104	7.3 信息的度量及其应用	120
6.3.9 秘书问题	105	7.3.1 信息的度量	120
6.3.10 保险是赌博，概率就起源于赌博	106	7.3.2 信息度量的几条公理及熵的概念	121
6.3.11 概率统计成为研究生命现象的重要数学工具	106	7.3.3 一个实例	123
6.4 总结	107	7.4 哥德尔的不完全性定理	124
习题与思考	108	7.4.1 相容性、独立性和完备性	124
第 7 讲 文明公理：公理化思想托起人类文明半边天	109	7.4.2 哥德尔的不完全定理	125
7.1 概率的公理化	109	7.4.3 世纪最伟大的数理逻辑学家：哥德尔的轶闻	125
7.1.1 应用：生日攻击	109	7.4.4 哥德尔定理	126
7.1.2 矛盾：贝特郎悖论	111	7.5 总结	128
7.1.3 给力：概率公理化	112	习题与思考	128
7.2 公理化思想与人类文明	113	第 8 讲 超越自我：艺术的科学化，科学的艺术化	129
7.2.1 西方科学的圣经	113	8.1 诺贝尔奖风云录	129
7.2.2 牛顿首次建立了宇宙的经典力学图像	115	8.1.1 莫言：诺贝尔文学奖首位中国籍作家	129
7.2.3 著名的“数学”政治文件	115	8.1.2 宇称不守恒	130
7.2.4 经济学是“社会科学的女皇”	116	8.1.3 光纤之父：英国华裔科学家高锟	131
		8.1.4 DNA 双螺旋模型	132
		8.1.5 博弈论	133
		8.2 图灵奖与天河二号	136
		8.3 国际数学家大会与菲尔兹奖	138
		8.3.1 菲尔兹奖的特点	138

8.3.2 沃尔夫奖(1978~)	139	9.3.3 信息版权文化：“随风潜入夜， 润物细无声”	169
8.3.3 阿贝尔奖	139	9.4 总结	170
8.3.4 陈省身奖章	140	第10讲 仰望星空：敬天爱人，以美求真	171
8.4 著名数学猜想	141	10.1 敬天爱人	172
8.4.1 从哥德巴赫到陈景润	141	10.1.1 黄金十字架：敬天爱人	172
8.4.2 从毕达哥拉斯到怀尔斯	143	10.1.2 探索宇宙	172
8.4.3 四色问题	146	10.1.3 什么是科学	175
8.4.4 从庞加莱到佩雷尔曼	147	10.2 载人航天	177
8.5 国际奥林匹克竞赛	148	10.2.1 苏联航天世界第一	178
8.5.1 国际数学奥林匹克	148	10.2.2 阿姆斯特朗	179
8.5.2 国际数学建模竞赛	150	10.2.3 航空航天计划	179
8.6 总结	151	10.3 两弹一星	180
习题与思考	151	10.3.1 中国航天本纪	180
第9讲 密码与版权保护：立德、立功、立言	152	10.3.2 两弹一星	184
9.1 高密码技术本质上就是高数学技术	152	10.3.3 我是谁	186
9.1.1 中华人民共和国保守国家 秘密法	153	10.3.4 核能量的开发	187
9.1.2 希尔密码	153	10.4 改变世界面貌的十个公式	189
9.1.3 密码传奇	154	10.4.1 “1+1=2”手指计数法则	189
9.1.4 数学家“大战”RSA 密码	158	10.4.2 勾股定理	189
9.2 实施知识产权战略，建设创新型 国家	160	10.4.3 阿基米德杠杆原理	189
9.2.1 实施知识产权战略，建设创新型 国家	160	10.4.4 纳皮尔指数与对数关系公式：	190
9.2.2 知识产权及其历史沿革	161	10.4.5 质能方程式	190
9.2.3 知识产权主要包括专利权、商标 权与版权	163	10.4.6 齐奥尔科夫斯基公式（简称火 箭公式）	190
9.2.4 版权保护数字技术=加密+水印	166	10.4.7 万有引力定律	191
9.2.5 读一本好书	167	10.4.8 麦克斯韦电磁方程组	192
9.3 文化创新，影响世界	168	10.4.9 德布罗意公式	192
9.3.1 文化创新，影响世界	168	10.4.10 玻耳兹曼公式	192
9.3.2 世界读书日和世界电信日	169	10.5 仰望星空	193
		10.5.1 校歌《仰望星空》	193
		10.5.2 书籍《仰望星空》	194
		10.5.3 电影《仰望星空》	194

10.5.4 仰望星空 畅想未来	195	11.4.6 数学与宗教	211
10.5.5 仰望太阳	195	11.5 美感与宗教感	213
10.6 总结	196	11.5.1 美感与宗教感	213
习题与思考	197	11.5.2 从美学角度看数理学科	214
第 11 讲 数学与宗教：人的终极关怀	199	11.6 宗教与文化	215
11.1 英国文化之旅	200	11.6.1 宗教与文化	215
11.2 徐光启与《几何原本》	200	11.6.2 美国人的宗教和科学的矛盾态度	216
11.2.1 徐光启中西会通之第一人	200	11.6.3 文化世界报告	216
11.3 科学与宗教	201	11.6.4 时代问答	217
11.3.1 近代科学的起源：没有基督教就没有现代科学	201	11.7 总结	217
11.3.2 世界之战——科学与灵性如何决定未来	203	习题与思考	218
11.3.3 连接地球的文化力	203	第 12 讲 数理文艺：有理走遍天下	219
11.3.4 科学与宗教是一家	205	12.1 我爱数理	219
11.4 数学与宗教	205	12.2 数理散文	221
11.4.1 太极图和	205	12.3 数与形的统一美	230
11.4.2 《几何原本》与《圣经》	207	12.4 科艺幻方	230
11.4.3 微积分传入中国 150 周年	208	12.5 魅力数独	232
11.4.4 想象力比知识更重要	209	12.6 小鸡为什么过马路	235
11.4.5 圣经故事中的“亲和数对”	210	12.7 一笔画问题	236
		12.8 刘嘉忆“6+1”	237
		12.9 总结	238
		习题与思考	239
		主要参考文献	240



第1讲

数理之美：

简单、和谐、对称、奇异和原创

本章主要内容

文化强国：国家发展、民族振兴、人民幸福，不仅需要雄厚的经济硬实力，而且需要强大的文化软实力。

数理文化：数学的理性主义探索精神：既探索宇宙自然，又探索人类自己。数学语言是人类文明、宇宙文明的共同语言。

数理之美：美是一切事物生存和发展的本质特征。哪里有数，哪里就有美。美在简单，美在和谐，美在对称，美在奇异，美在原创。

1.1 文化强国

在中国历史上曾有过汉朝、大唐和乾隆盛世，历史沧桑发展到当今中华盛世。纵观历史，没有一个盛世阶段不是文化大繁荣、大发展的时期；回顾历史，也没有一个王朝的衰败不是文化道德的衰败。

中国共产党 2011 年 10 月 15 日至 18 日在北京召开了党的十七届六中全会，会议审议通过了《中共中央关于深化文化体制改革、推动社会主义文化大发展大繁荣若干重大问题的决定》（以下简称《决定》）。这是中国共产党历史上第一次以文化为主题而召开的具有里程碑意义的大会。此次会议以科学发展为主题，重点研究和解决“三个不适应”问题：一是文化水平与综合国力不适应，二是文化发展与经济增长不适应，三是文化发展与国民素质要求不适应。《决定》指出：文化是民族的血脉，是人民的精神家园。文化越来越成为民族凝聚力和创造力的重要源泉，越来越成为综合国力竞争的重要因素，越来越成为经济社会发展的重要支撑，丰富精神文化生活越来越成为我国人民的热切愿望。党的十八大报告以“引领风尚、教育人民、服务社会、推动发展”16 字高度概括中国特色社会主义文化的作用和功能，极为精辟。

1.1.1 何为文化

在中国，“文化”本是一个复合词。从古人的解释来看，“文”既是一种形象标记，又是一种条例规则。至于“文化”之“化”，最初是就生育现象而言的，还有“教化”、“感化”的内涵。

由于“化”与“文”存在着某种相互沟通之处，古人渐渐地就把它们联系起来使用。这在《易经·贲卦第二十二·彖传》有例为证：“观乎天文，以察时变；观乎人文，以化成天下。”翻译：观察天的文采，可以知晓四季转变的规律；观察人类的花采，可以推行教化促成天下昌明。所谓“天文”系指天的文采，即日月星辰之类，日月往来，星辰交错，构成阴阳变化的错综形态。所谓“人文”系指人的文采，出于天人相应的思考，古人把人类社会与天地自然相类比，认为人类社会也与天地自然一样，有其纹理，这就是君臣、父子、长幼、兄弟、尊卑的人伦次序；同时，反映了这种次序的文章、礼仪也叫人文。《彖传》作者的意思是说：观察大自然纹理征兆之情状、寒暑阴阳之更替，可以知道四季的变化规律；观察人类社会伦理关系，“成乎文章”，教化天下，成就大治之业。由此可知，所谓“文化”即由“人文以化成”缩略而来。

如果要进行概括的话，我们可以从广义与狭义两个角度来认识文化的含义。从广义上看，凡是打上人类观念烙印的客观存在都是文化。换一句话说，文化乃是人类有意识地作用于生存环境的一切活动及其成果。从狭义上讲，文化则是指社会意识形态——诸如思想、道德、风尚、哲学、宗教、文艺、科学技术等以及与之相对应的制度和组织¹。

何谓文化？文化，是一种包含精神价值和生活方式的生态共同体，它通过积累和引导，创建集体人格。文化的最终的目标，是在人世间普及爱和善良。文化是一种手手相递的火炬，未必耀眼，却温暖人心。文化的魅力，就在于摆脱实用，摆脱功利，走向仪式。

每一种文化都有自己的重心归向，有的归向宗教，有的归向征战，有的归向科学，有的归向政治，有的归向自然，而中华文化，则归向艺术。

中华文化：社会模式上的礼仪之道；人格模式上的君子之道；行为模式上的中庸之道。三个“道”，社会模式、人格模式、行为模式齐全，而且组合严整，构成一种大文化的“三足鼎立”。这尊文化之鼎，既是中国人精神凝聚的理由，又是中国人在地球上的一个重大建树。

中华文明之所以能够成为人类几大古文明中唯一没有中断和消亡的幸存者，有很多原因，

¹ 詹石窗著，道教文件十五讲（第二版），北京：北京大学出版社，2012。

其中最重要的秘密就是“中庸之道”¹。

根据《汉语大词典》的定义，文化是人类在社会发展过程中所创造的可代代相传的物质财富和精神财富的总和。

恩格斯曾经说过：“文化上的每一进步，都是迈向自由的一步。”人类在文化启蒙与教化中，自我觉醒、自我反省、自我创建，推动社会悄然无声地进步。

许嘉璐先生认为，文化即“人化”；文化是人类认同的标准；文化是人类进步的标志；文化是人类最高的追求。文化强人之精神，艺术益人之心灵。

在研究一个国家社会的发展时，林毅夫先生倾向于使用费孝通先生的老师——马林诺夫斯基（Malinowski, 1884—1942）的划分方法，他将文化分为三个层次：器物层次，也就是生产、生活方式工具和生产方式；组织层次，包括社会、经济、政治组织；精神层次，即人的伦理、价值取向等。

1.1.2 文化与文明

文明这个概念起源于西方。作为人类进步尺度的文明的含义，基本上是从时间的维度来阐释的。作为人类最大文化认同范围或单元的文明，基本上是从空间的维度来阐释的²。

曾仕强教授曾问：“文明与文化有什么不同？”日本教授回答：“文明就是人家很欣赏你，人家很羡慕你，但是人家不会学你。”

文化与文明是不得不分辨的两个概念。我们采取欧洲人伊里亚斯（Norbert Elias, 1897—1990）在《文明的进程》一书里的说法。第一，我们把“文化”看成使民族之间表现出差异性的东西，它时时表现着一个民族的自我和特色，而把“文明”看成使各个民族差异性逐渐减少的那些东西，表现着人类的普遍的行为和成就。

换句话说，就是“文化”使各个民族不一样，“文明”使各个民族越来越接近。第二，我们把“文化”看成一种不必特意传授，由于耳濡目染就会获得的性格特征和精神气质，而把“文明”看成一种需要学习才能获得的东西，因而总和“有教养”、“有知识”等词语相连。第三，在某种意义上说，各个民族的“文化”往往是固守的、不变的，它表现出一种对外来文化的抗拒，而“文明”常常是始终在运动的、前进的，表现着殖民和扩张的倾向。也就是说，“文化”与传统有关，表现着过去对现在如影随形的影响，而“文明”与未来有关，表示着将来普遍的趋势和方向。

1.2 数理文化

2011年，胡锦涛同志首次提出将文化传承创新作为高等教育的重要功能。同一年，中央首次提出建设文化强国。

1 余秋雨著. 何谓文化. 武汉：长江文艺出版社，2012.

2 丛日云主编. 西方文明讲演录. 北京：北京大学出版社，2011. 10.

一个没有现代数学的文化是注定要衰落的。数学对人类文化的影响，不仅显示在现代科学技术方面，更重要的是它表现了一种理性主义的探索精神，它既探索宇宙自然、也探索人类自己¹。数学是理性的音乐，音乐是感性的数学。

物理学是自然科学的基础，经济学是社会科学的基础，数学是这两个学科的支撑，所以说数学支撑了整个人类文明。

数学语言是人类文明、宇宙文明的共同语言。数学的贡献在于对整个科学技术水平的推进与提高，对科技人才的培养和滋润，对经济建设的繁荣，对全体人民的科学思维与文化素质的哺育，这四方面的作用是巨大的，也是其他学科所不能媲美的。中国科学院院士、国家最高科学技术奖获得者谷超豪先生曾说：“现代高科技的核心是数学。”

数林是现实土地上的宝藏，数林是文化视野中的美景，千年的耕耘培育了繁茂的数林，繁茂的数林承载着千年的荣光。数林的夜空繁星点点，那是看不见的火焰迸出的火花；数林的沃土奇葩朵朵，那是看不见的手掌捧出的瑰宝。我们生活在数林边，数林是我们钟爱的林苑。林中花朵使我们痴迷，林中流水让我们沉思。我们生活在数林边，数林是我们倾情的家园。我们不必闪耀于夜空，我们不必绽放在沃土；我们执著淡泊的理想，我们奉献无悔的青春²。

1986年，美国总统宣布每年4月14日—4月20日为美国的全国数学认识周（National Mathematics Awareness Week），目的是让美国学生能保持学习数学的热情。

一流的大学主要是指这所大学具有一流的文化。如美国普林斯顿的文化——“美丽的心灵”；哈佛的文化——“思想战胜权威”。教育方法和内容改革的关键是：以学生为中心，“我爱我师，但更爱真理。”教师的职责之一是发现学生头脑中的火种，让进学校的每一颗金子都发光。

求新、求美、求真的科学气质，是数理学科对人文精神独特的贡献。数理文化素质教育是培养党和国家密码保密事业所急需的创新型人才的重要基础。国家发展、民族振兴、人民幸福，不仅需要雄厚的经济硬实力，而且需要强大的文化软实力。北京大学、斯坦福大学等多所高校已举办多届数学文化节，南开大学等200多所院校已开设“数学文化”选修课。而北京电子科技学院，从2007年开始，面向全体学生（含研究生）每年举办主题为“喜欢数理化，幸福一辈子”的“数理文化讲座”；从2008年开始，每两年举办“数理文化节晚会”，其主题是“有理走遍天下，无理寸步难行”；2010年，开设“数理文化”选修课，其宗旨是“敬天爱人，以美求真”，就是顺应人类求知、想好、爱美的天性，深受广大青年学子的喜爱，激励全体青年学子追求审美的人生：了解数理之美、发现数理之美、欣赏数理之美、创造数理之美，相应成果已在全国部分高校推广。

数理文化，既是一种教育形式，又是一种教育理念。一流的大学需要一流的数理文化。

数理文化创新是素质教育的最高境界，即数理文化深一分，文化创新增十分。

1.3 数理之美

美是艺术和哲学的高深课题，对美的感受却是人皆有之的能力。哲学家运用理性思维分析

1 齐民友著. 数学与文化. 大连: 大连理工大学出版社, 2009.

2 田刚主编. 数林边(第1辑). 北京: 北京大学出版社, 2012.

美感的起源，普通人则依靠直觉对美丑做出判断¹。

法国最杰出、最有影响的雕塑家奥古斯特·罗丹（Auguste Rodin, 1840—1917）曾经说过：“这个世界不是缺少美，而是缺少发现美的眼睛。”古希腊哲学家、数学家普罗克洛斯甚至断言：“哪里有数，哪里就有美”。马克思曾讲过：“社会的进步就是人类对美的追求的结晶。”

数学中的美是很多数学家钟爱的话题。英国数学家哈代（G.H.Hardy, 1877—1947）有句名言“美是首要标准，丑的数学在世界上没有恒久的立足之地”，道出了美学标准对数学创造的重要意义，也暗含了数学是数学家的发明的观点。

数学中充满了美。在历史的长河中，数学大师留下了无数闪光的足迹和瑰丽的珍宝。他们是美的创造者和发现者。学习数学应该是欣赏美的过程。数学符号枯燥外表下蕴藏的动人魅力只为欣赏的目光显现。

很多科学大师都认为追求数理之美是科学研究的一种动力，理由主要是：第一，美的东西必定是真的，因此可以由美引真。第二，在科学研究中要想获得创造性的成果，必须依赖直觉和想象。霍金和狄拉克分别对宏观和微观世界研究做出了同等的开创性的贡献，而且科学的美学动机又是同样地影响着他们的探索进程。

数理之美，美在简单，美在和谐，美在对称，美在奇异，美在原创。

1.3.1 美在简单

最简单的东西，往往也是最本质、最基本的，通过对简单真理的把握，建立思维体系，推演出的结论却可能是惊人的。这是数学思维，是科学精神，是坚持真理的品质，是创新能力的根基。数学家莫德儿说：在数学美的各个属性中，首先要推崇的大概是简单性。

数学家王元认为“简单、清晰、易懂”不仅对数学很重要，对其他学科包括文学也很重要：“凡文笔老则简，意真则简，词切则简，理当则简”，“品贵则简，神远而含藏不尽则简”！文学最高形式是什么？那就是诗。

两千五百多年前，希腊人毕达哥拉斯（Pythagoras 约前 580—前 500）用诗歌（直角三角形斜边的平方，如果我没有弄错，等于其他两边的平方之和）描述了他发现并证明的第一个数学定理，史称毕达哥拉斯定理，它在中国又被叫做勾股定理，也称为斜边定理或欧几里得 I 47²。至今为止已经知道了它有 400 多种证明方法，这一数字仍在增长。这其中后来成为美国总统写下的原创证明（美国第 20 任总统詹姆斯·加菲尔德于 1876 年在《新英格兰教育日志》发表），有爱因斯坦年仅十二岁时写下的证明，有画家达·芬奇的证明，也有一位盲人姑娘的证明，也可用托密勒定理（Ptolemy's theorem）（圆内接四边形对角线之积等于对应边长之积的积的特例）来证明。更可用我国三国时期的吴国数学家赵爽（公元 3 世纪）创制的“勾股圆方图”来证明。在以色列特拉维夫科学博物馆中，我看到了一个“演示”，让有色液体自由流淌，可以证明斜边上的正方形里的液体等于其他两个正方形里的液体体积之和。即使不使用正方形，而用随便什么 3 个相似的图形（如五角星等），置于直角三角形的 3 条边上，

1 田刚主编. 数林边（第 1 辑）. 北京：北京大学出版社，2012. 71-72.

2 [以]Eli Maor 著. 勾股定理：悠悠 4000 年的故事. 北京：人民邮电出版社，2010.

也同样可以证明，两个小图的面积之和等于大图面积。过直角顶点向斜边作垂线，由三个直角三角形相似，也可证明勾股定理。

简单即是美，这不仅在科学和工程上成立，而且在产品开发和设计上也是如此，这和设计大师乔布斯“少即是多”的原则不谋而合¹。

在科学上最有影响力的美学原理是14世纪英国哲学家奥卡姆（William of Occam, 1285～1349）的观点：对于给定现象最好的解释，通常是最简单、假说最少的那个，这个原理称为奥卡姆剃刀。对于考虑统计推断和建模问题，Kolmogorov 复杂度是一个自然的框架，它也使我们对奥卡姆剃刀“最简单的解释是最佳的”有更加透彻的理解。

曾经有一些伟大的数学公式改变了人类历史的进程，如艾萨克·牛顿（Isaac Newton, 1643—1727）第二定律 $F = ma$ ，爱因斯坦（Einstein, 1879～1955）的质能方程 $E = mc^2$ ，以及牛顿的万有引力定律。这些公式极其简单，却蕴含了万物的相互作用和变化规律。今天我们能够制造飞船登上月球，能够利用核能量为人类服务，这些公式为此提供了重要的理论基础。这些美妙的公式也印证了老子的名言：大道至简。

美在统一。历史上最成功的两个物理理论是量子理论和广义相对论，它们分别精确地描述了微观世界里的粒子和宏观世界里的星球的运动规律。量子理论中的基本方程式 Schrödinger 方程和其他一些场方程，广义相对论的基本方程式 Einstein 场方程，它们在一定程度却互不相容。从爱因斯坦开始，几代物理学家梦寐以求的就是将这两组方程统一到同一个理论框架下，这样大到星球，小到粒子这些宇宙万物的运行规律和相互作用都可由这一组方程式来描述。这就是大统一理论，被人们称为“万有理论”。经过几代物理学家的努力和无数次的失败，弦理论到目前为止被认为是最有希望完成大统一的梦想。弦理论的基本假设是，宇宙最基本的粒子是一些高速震荡的弦。就像振动的小提琴琴弦给我们美妙的旋律一样，弦理论中这些振动的弦作为最基本的元素构成了我们五彩缤纷的世界²。

1.3.2 美在和谐

高尔泰说过，所谓“数学的和谐”不仅是宇宙的特点，原子的特点，也是生命的特点、人的特点。为了追求和谐，数学家们一直在努力消除不和谐的东西。

古希腊哲学家，西方第一位数学家毕达哥拉斯，提出“美是和谐”、“美在对称和比例”等美学命题。毕达哥拉斯一生做了两件事：从事神职工作和兴办学校。在萨摩斯的时候，他就认为数乃神的语言：万物皆数。确切地说，毕达哥拉斯认为我们生活的世界中的多数事物只是匆匆过客，随时都会消亡，唯有数和神是永恒的。

海森伯（Werner Heisenberg, 1901—1976）做过一个题为“精密科学中美的含义”的讲演³。在这个讲演中，他讨论了毕达哥拉斯的思想。他认为毕达哥拉斯关于音乐的数学结构的发现是人类历史上最重要的发现之一——它说明“数学关系也是美的源泉”。他认为开普勒就受到毕达哥拉斯的启发，他将行星绕日运动同弦的振动相比较，从中探寻行星轨道运动的和谐美，终

1 吴军著. 数学之美. 北京：人民邮电出版社，2012.

2 丘成桐，杨乐，季理真主编. 数学与人文（第六辑）——数学无处不在. 上海：高等教育出版社，2012.

3 叶朗著. 美在意象. 北京：北京大学出版社，2010.

于发现了行星运动三定律。公元 618 年 5 月，开普勒终于找到了他终生为之追求的美学标准——数学和谐。他发现，火星到太阳的距离 R （1.524 天文单位）的立方（ R^3 ），与火星绕太阳公转的一周的时间 T （1.881 地球年）的平方（ T^2 ）基本相等： $(1.524)^3 = (1.881)^2 = 3.54$ ，其他所有行星的 R^3 都与 T^2 也都相等。

从古希腊的毕达哥拉斯学派就倡导“和谐为美”的观念，到 20 世纪 60 年代，著名美学家周来祥先生提出“美即和谐”的观点，都表达了美与和谐的关系。

科学求真，真中含美；艺术唯美，美不离真；人文崇善，真善美一，数理散文将这三者相结合，发掘大千世界之旷世奇美供读者欣赏思考。

2004 年，《物理世界》杂志要求读者写出科学世界中最美的 20 个方程¹。名列第一的是欧拉公式 $e^{i\pi} + 1 = 0$ ，其后依次是麦克斯韦的 4 个电磁方程、牛顿的力学第二定律 $F = ma$ ，以及毕达哥拉斯定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

例 1.1 数理散文² 最美丽的数学公式 $e^{i\pi} + 1 = 0$

编者：这篇理工科学生写的科学小品是复旦大学物理系一位老师推荐给我的，其文笔之优美，学识之渊博令人惊叹。推荐者说，“我们的学生中不乏多才多艺的人，我们的基础教育也并非全是应试教育，学生中文理双全者亦非凤毛麟角，只是我们的教育在开发他们才智方面做得可能太少了。”今天，我们全文刊登这篇文章，以飨读者，同时也希望越来越多才华横溢的原创作品能够涌现出来。

玄兮妙兮，欧拉公式，是数学美的金科玉律。

宫商角徵（zhi）羽（哆来咪唆啦，为何没有发和西？），声韵合于五音；金木水火土，万物化于五行；1, 0, π , e , i ，等式成于五数。五个最重要的常数，用加乘幂等系于一线，熔于一炉。道生一，一生二，二生三，三生万物。自然数 1，是整数的单位，是数字的始祖。无为有处有还无。中性数 0，空间原点，非正非负，亦庄亦谐，加之减之而不变，乘之则归尽，除之则无穷。

山巅一寺一壶酒，地老天荒无尽头。圆周率 π ，脍炙人口，妇孺皆诵。割圆祖率，幂级展开；无理数，超越数，正态数？计算证明，永无止境。

自然对数，顺其自然，以 e 为底，简洁方便。是欧拉首先将 e 作为专门的数学符号使用。人口增长、生存竞争、布朗运动、冷却定律…… e 无处不在，宛若美神，赋予各种函数和公式最洒脱的形式。

太虚幻境，即是真如福地。欧拉首先使用符号 $i = \sqrt{-1}$ 以更深的认识为数学王国又开辟出一块疆域，从此方程求根，交流电的表示……各种计算都面貌一新。

五朵金花，各放异彩，天造地设，珠联璧合。名兮贵兮，欧拉公式是数学家的智慧结晶。

她出身显赫，来历不凡，源自大师的手笔。她是复分析中欧拉得到的等式的特殊情况，这个等式是指数函数的中心。欧拉瞽（Gu）目，顽强不屈，以秉烛之明，产史上之最。1907 年开始出版的欧拉全集，横跨天文、物理、建筑、地质、音乐、医学、植物学、化学、神学、哲学和语言学等众多学科，卷数何止两位，至今没有出齐。有着“法兰西的牛顿”之誉的拉普拉斯赞叹道“学习欧拉吧，他是我们每个人的老师”。欧拉的文学修养深厚，文笔优美生动，被

1 《纽约时报》2004 年 10 月 24 日第 12 版

2 孙斌，《中国青年报》2009 年 9 月 4 日