

樂思數學

陳夢熊
梁瑞華
郭佩雯

教師版本

適用於 **整體課程** 和 **剪裁課程**

中大出版社

三下

樂思數學

二下

教師版本

陳夢熊 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)
梁瑞華 (B. Sc. Hons., Dip. Ed.)
郭佩雯 (B. A. Hons., Dip. Ed.)



中大出版社

作 編

作者：

陳夢熊 (B.Sc. HONS., DIP. ED.)
梁瑞華 (B.Sc. HONS., DIP. ED.)
郭佩雯 (B.A. HONS., DIP. ED.)

編輯：

彭玉珠 (B. SC.)
郭可思 (B.A. HONS.)
張冠民 (B. SC. HONS.)
林舒 (B. SC. HONS.)

平面設計：

高文灝 (B. SC. HONS.)
邱順鋒

排版：

陳志華
張惠芳
李國忠
陳珈欣
賴醞行

本書版權屬中大出版社所有。未經本出版社同意，本書所有部分均不可以電子、機械、影印、錄音或其他方式翻印、轉載或儲存於檢索系統之內。

© 中大出版社

出版及發行：中大出版社

香港柴灣祥利街十七號

致高工業大廈七字樓

電話：25582247 (3 線)

傳真：25582240

一九九七年 初版

序言

「樂思數學 一至五冊」是按照香港課程發展議會最新的中學數學科課程綱要以及香港考試局最新制定的考試綱要所編寫的。為了配合最新**剪裁課程**的要求，本書特別將「非剪裁部分」以**紅色框**和**非剪裁部分**或標誌作記，以區分**整體課程**和**剪裁課程**，故本叢書同時適用於這兩個課程。

近年來，大家已經公認了一個「更輕鬆、更有效地學習的課程」是編寫教科書的主要目標，故此我們努力埋首，編寫出一本趣味與知識並重的教科書，以求開拓學習數學的新天地。構思這本書時，我們不但旨在幫助不諳數學的學生學得好，希望他們從而獲得滿足感，還希望令數學天分高的學生，成績更進一步。

A. 主要特點（第一、二、三冊）

(1) 形式

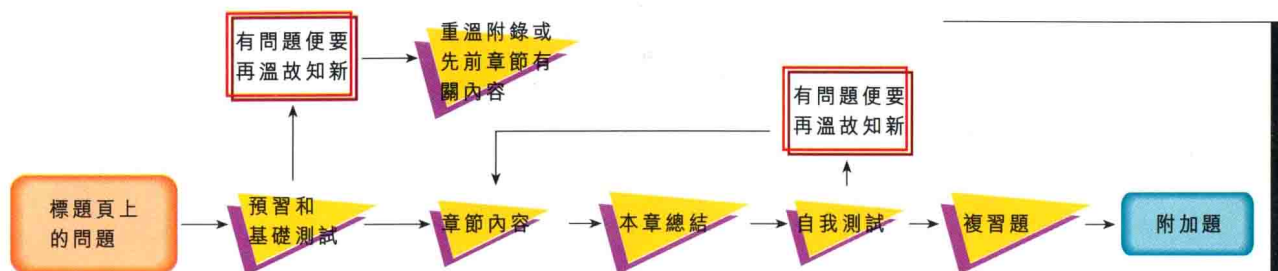
每級的課本共分上、下兩冊，上冊在學年的上學期使用，而下冊則在下學期使用。

(2) 取向

本書採用「啟發式」的教學方法。

書中有多個課堂討論和課堂活動，除增加學生的參與感之外，還可以鼓勵他們主動提出自己的看法，訓練學生的數學思維。我們不但強調學習知識，而且十分重視培養學生的數學思考技能，因此，訓練學生解決數學問題是我們的首要原則，而且我們會將這些技巧應用到日常的問題，令學習數學變得更生活化、更吸引。除此之外，本書更在學習目標和學習方法這兩方面作出周詳的安排，達至兩面兼顧。

(3) 章節結構



- (i) **標題頁上的問題**：將與章節主題有關的問題，以有趣的漫畫形式表達，引起學生的學習興趣；解決這些問題所需的觀念和技巧已經滲透在章節內，學生完成該章節後便可立刻活學活用。

- (ii) **預習和基礎測試**：為學生作好充足準備，學習一些新知識。
- (iii) **章節內容**：所需的知識和數學概念均通過「啟發式」的教學方法教授給學生。我們一向提倡以透徹了解取代牢記內容和公式的學習態度，故在篇幅內加插了課堂討論和課堂活動，達至互動教學的目的，令學生積極參與，互相激發出更多靈感。
- (iv) **本章總結**：總結內的簡單配對測驗讓學生重溫有關的數學詞彙、要點和概念，而簡潔的摘要則方便學生記憶。
- (v) **自我測試**：每條問題闡明具體的概念或技巧，鞏固剛學過的知識，讓學生測試自己對新知識的掌握程度。倘若學生在回答題目時遇到困難，則表示有需要複習有關章節。
- (vi) **練習**：本書所有的練習，包括每章結尾的複習題都有助鞏固已經學習過的知識，而所有問題按難度分為程度一和程度二。
- (vii) **附加題**：附加題的練習引導學生加深探討和思考主題的概念。學生必須充分利用新學到的技巧和知識去解決問題，而這些問題可能與日常生活有關，或可能引導學生去欣賞數學有趣和漂亮的一面，也可能是一些著重實踐的小組計劃或遊戲。

B. 其他與眾不同的特點（第一、二、三冊）

(1) 思考方法的介紹

我們對學習目標和學習方法這兩方面同樣重視，故此，在每級的第零章介紹各種數學思考的方法，運用簡單而有力的例子來說明這些抽象但重要的解題技巧，再以明確而簡潔的註引引導學生掌握這些方法。

(2) 配合主題的插圖

書中清晰而吸引人的插圖和照片，有助理解數學的概念。

(3) 綜合練習

每一冊的綜合練習一和綜合練習二供學生全面複習各章的內容，讓學生評估自己是否掌握到各種概念和技巧；這些問題一般並不涉及冗長的運算。

(4) 答案

本書為每一章標題頁上的問題、基礎測試、自我測試、練習、附加題和綜合練習提供詳盡的答案。

我們要感謝各位同事，為本書提供寶貴的意見和幫忙。我們特別要感謝杜文江博士，在編寫這套叢書期間，啟發了我們編寫的靈感。

我們亦在此衷心感謝各審稿者：尹志強先生、王美琴女士、石祥明先生、朱日夫先生、吳政亨先生、林耀輝先生、梁仕昌先生和陳森泉先生。

最後，我們還要感謝中大出版社，為了製作本叢書給予我們極大的支持和幫助。

我們歡迎各界對本叢書的指點賜教，這些寶貴的意見將供日後再版參考。

陳夢熊
梁瑞華
郭佩雯

✧ 教學要點 ✧

- 探討計算面積相同區域的闊度的方法。

第18章

圓、角柱體和圓柱體

關鍵步驟：

設顏色區域的闊度分別為 d_1 cm、 d_2 cm、 d_3 cm 和 d_4 cm。

$$\therefore d_1 = 10;$$

$$\text{且 } (d_1 + d_2)^2 \pi = 2 \times 10^2 \pi$$

$$d_1 + d_2 = 10\sqrt{2}$$

$$\therefore d_2 = (10\sqrt{2} - 10) = \underline{4.1}$$

$$\text{且 } (d_1 + d_2 + d_3)^2 \pi = 3 \times 10^2 \pi$$

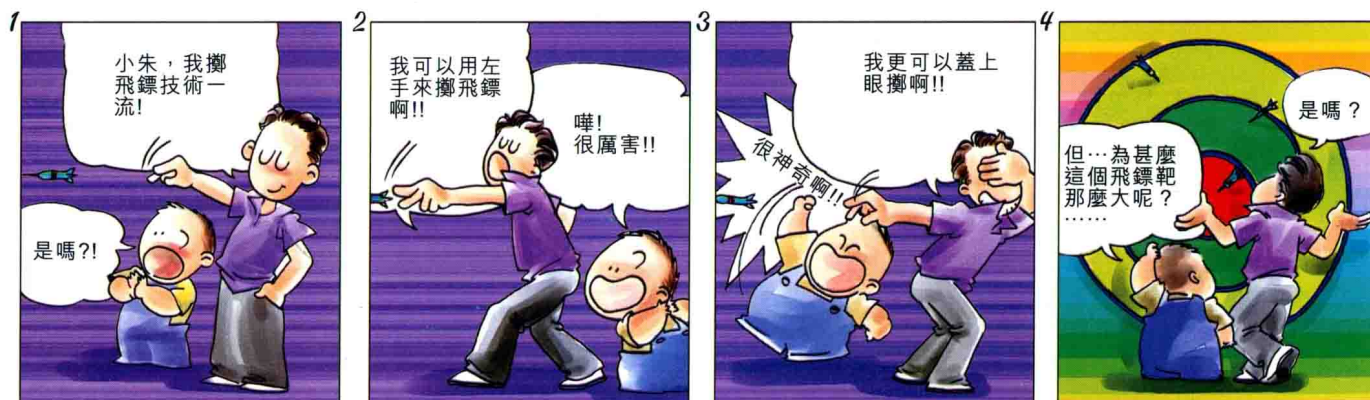
$$d_1 + d_2 + d_3 = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore d_3 = (10\sqrt{3} - 10\sqrt{2}) = \underline{3.2}$$

$$\text{且 } (d_1 + d_2 + d_3 + d_4)^2 \pi = 4 \times 10^2 \pi$$

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 20$$

$$\therefore d_4 = 20 - 10\sqrt{3} = \underline{2.7}$$



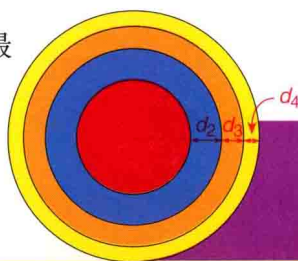
圖中的箭靶是利用同心圓去設計的，其中每個顏色區的面積都是一樣。如果紅色區的半徑是 10 cm，請找出這個箭靶每個顏色區的闊度，答案準確至最接近的 0.1 cm。

答案：

藍區 = 4.1 cm

橙區 = 3.2 cm

黃區 = 2.7 cm



目 錄

章		頁
8	圓、角柱體和圓柱體	
8.1	圓周	3
8.2	圓的面積	7
8.3	弧長和扇形面積	11
8.4	長方體、角柱體和圓柱體	16
	本章總結	21
	複習題八	23
9	百分數的應用	
9.1	單利息	28
9.2	複利息	32
 9.3	定期存款戶口	35
9.4	增長與折舊	38
	本章總結	41
	複習題九	42
10	續坐標系	
10.1	兩點之間的距離	47
 10.2	斜率和斜角	51
10.3	平行綫	56
10.4	垂直綫	58
	本章總結	61
	複習題十	63
11	聯立二元綫性方程	
11.1	二元綫性方程	68
11.2	聯立二元綫性方程	69
11.3	解聯立二元綫性方程	70
11.4	用聯立二元綫性方程解決問題	80
	本章總結	84
	複習題十一	86
	綜合練習一	88



標記的章節，全屬「非剪裁部分」。



標記的章節，部分屬「非剪裁部分」。

12	方程與恆等式	
12.1	恆等式的含意	94
12.2	幾個重要的代數恆等式	97
	本章總結	102
	複習題十二	104
13	三角比的關係	
13.1	三角比之間的關係	108
13.2	特別角： 30° 、 45° 和 60°	111
 13.3	三角恆等式	114
 13.4	互餘角	119
 13.5	三角恆等式的證明	122
	本章總結	125
	複習題十三	126
14	頻數分佈及其圖示	
14.1	頻數分佈	130
14.2	直方圖、頻數多邊形和頻數曲綫	135
14.3	累積頻數多邊形和累積頻數曲綫	141
	本章總結	150
	複習題十四	152
	綜合練習二	155
	答案	159
	附錄	167
	索引	168

第8章

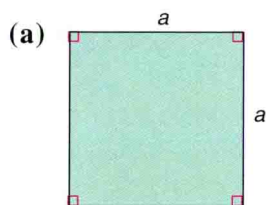


預習

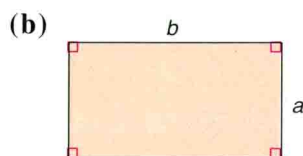
【以下是學習本章所需要的知識和技巧。】

A. 基本知識

1. 周界

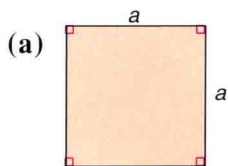


正方形的周界 $= 4a$

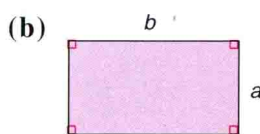


長方形的周界 $= 2(a + b)$

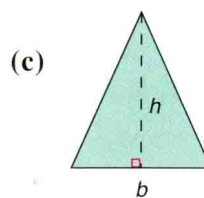
2. 面積



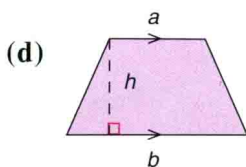
正方形的面積 $= a^2$



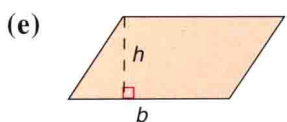
長方形的面積 $= a \times b$



三角形的面積 $= \frac{1}{2}bh$



梯形的面積
 $= \frac{1}{2}(a + b)h$

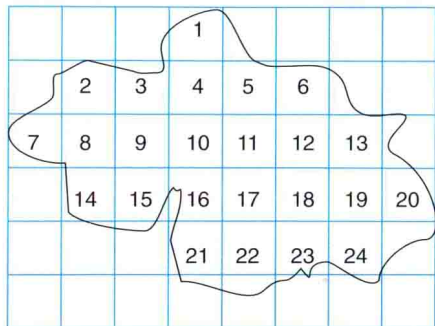


平行四邊形的面積
 $= bh$

B. 基本技巧

用方格紙估計不規則圖形的面積

例如：估計所示圖形的面積。若面積超過半格的算作一格，不夠半格的則不計。



每個方格 = 1 個平方單位
數得的面積 = 24 個平方單位



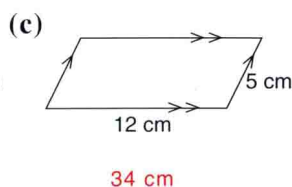
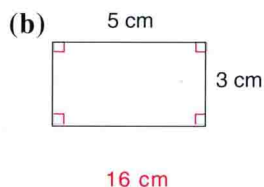
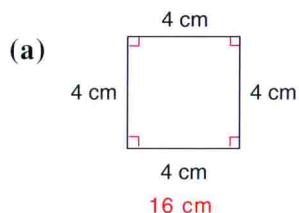
基礎測試

【本測驗主要測試你是否理解本章所需的基本概念。每條問題測試一個概念，如果在一條問題中答錯了一個以上的小題，則表示你仍需改進，你應該複習右列所示的相應章節。】

章節

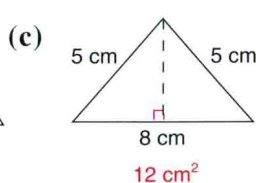
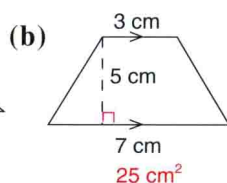
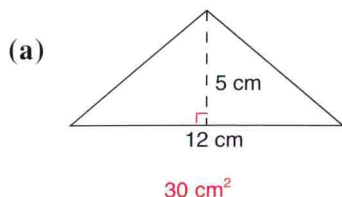
1. 求下列圖形的周界。

第一冊上 §6.2, 6.3



2. 求下列圖形的面積。

第一冊上 §6.4, 6.5



- 求直徑長度和圓周的關係。

8.1 圓周

用圓規畫一個圓的時候，我們把圓規針和鉛筆之間的距離稱為半徑。連接圓周*上任意兩點而穿過圓心的綫段稱為直徑*，故此直徑的長度是半徑的兩倍。當圓越大，圓周和半徑就越大。

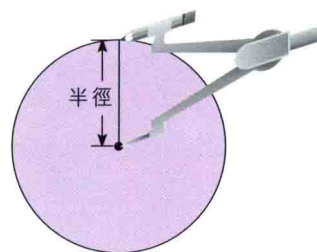


圖 8.1

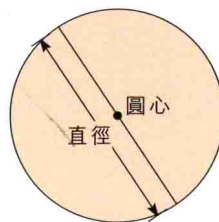


圖 8.2



課堂活動：圓的半徑和圓周的關係

- 所需材料：
- 五種不同的圓形物件，例如：汽水罐。
 - 一條繩子。

- (a) 用直尺量度五件大小不同的圓形物件的直徑，以 mm 為單位，並記錄在下表中。

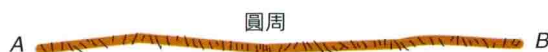
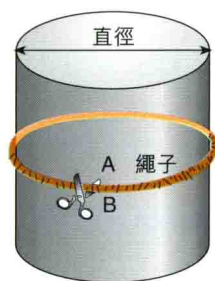


圖 8.3

✿ 教學技巧 ✿

- 鼓勵學生量度瓶、罐等不同圓形物件的直徑 d 和圓周 C (以 mm 為單位)，由此便可得知 $\frac{C}{d}$ 的比約等於 3.14。

- (b) 將繩子圍在那些圓形物件上，並量度其圓周，以 mm 為單位，並完成下表。

物件	直徑 (d) 以 mm 為單位	圓周 (C) 以 mm 為單位	$\frac{C}{d}$
P			
Q			
R			
S			
T			

- (c) 你發覺由不同大小圓形物件所求得的 $\frac{C}{d}$ 的值有甚麼特別之處？

大致相同

(課堂活動結束)



直徑 diameter

圓周 circumference

事實上所有圓的圓周與直徑的比都是相等的，這個比習慣上用希臘字母 π （讀作“pi”）表示，即

$$\frac{\text{圓周}}{\text{直徑}} = \pi$$

或

$$\text{圓周} = \pi \times \text{直徑}$$

用符號表示：

$$C = \pi d \quad \text{或} \quad C = 2\pi r$$

公式中， d 是圓的直徑， r 是圓的半徑。

π 是一個**非循環小數***，不能用一個分數來表示，用電腦雖然可以計算 $\pi = 3.141\,592\,653\dots$ 至數以百個小數位，但都不能得出準確數值。在實際數學運算中，我們可以根據所需要的準確度取 π 的**近似值**，例如 3.14、3.141 6 或 $\frac{22}{7}$ ($= 3.142\,8\dots$) 等。

例一 求半徑為 3.2 cm 的圓的圓周，將答案準確至小數點後一個位。

相關題 → 練習 8A #1, 6

解： 圓周 $= 2\pi r$
 $= 2 \times \pi \times 3.2 \text{ cm}$
 $= \underline{\underline{20.1 \text{ cm}}}$ （準確至小數點後一個位）

例二 求圓周等於 15.4 cm 的圓的半徑（取 $\pi = \frac{22}{7}$ ）。

解： $\therefore$ 圓周 $= 2\pi r$
 $\therefore 15.4 = 2 \times \frac{22}{7} \times r$
 $r = \frac{15.4 \times 7}{44}$
 $= 2.45$
 $\therefore$ 圓的半徑是 2.45 cm。

✧ 教學要點 ✧

- 事實上，任何圓的圓周和直徑比都是一個常數，稱為 π 。

✧ 教學要點 ✧

- $\pi \neq \frac{22}{7}$ 、3.14 或 3.141 6。



2 (×) (π) (×) 3.2 (=)
 [20.106.....]

相關題 → 練習 8A #1, 8

✧ 附加例題 ✧

已知一條鐵綫剛好可繞成一半徑為 10 cm 的圓形。若把該鐵綫繞成半圓形狀，求該半圓形的半徑。

答案：12.2 cm

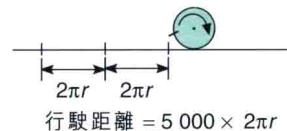
例三 車輪的半徑是 30 cm，轉了 5 000 圈後行駛了多遠？
(取 $\pi = 3.14$) **相關題** → 練習 8A #10-12

解： 車輪轉一圈所行駛的距離
= 車輪的圓周
= $2\pi r$
= $2 \times 3.14 \times 30$ cm
= 188.4 cm

$\therefore$ 車輪轉了 5 000 圈所行駛的距離
= $5\,000 \times 188.4$ cm
= 942 000 cm
= 9.42 km



繪畫圖像



練習 8A

【如有需要，取 $\pi = 3.14$ ，並將答案準確至 3 位有效數字。】

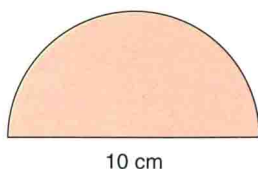
程度一

1. 完成下表。

	半徑	直徑	圓周
(a)	5 cm	10 cm	31.4 cm
(b)	2 cm	4 cm	12.6 cm
(c)	1 cm	2 cm	6.28 cm
(d)	3 cm	6 cm	18.8 cm
(e)	7.5 cm	15 cm	47.1 cm
(f)	4 cm	8 cm	25.1 cm

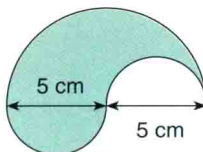
求下列由半圓和直綫所組成的圖形的周界，答案以 π 來表示。(2-5)

2.

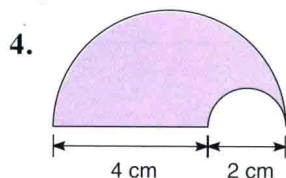
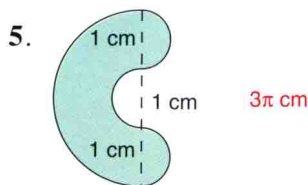


$(5\pi + 10)$ cm

3.



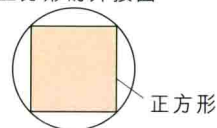
10π cm

 $(4\pi + 4)$ cm 3π cm

6. 要做一個半徑為 12 cm 的圓圈，需要多長的鐵綫？ 75.4 cm
7. 已知兩個圓的半徑分別為 4 cm 和 5 cm，問兩圓的圓周相差多少？ 6.28 cm
8. 時鐘分針的針尖一小時走了 94 cm，求分針的長度。 15.0 cm
9. 把繩子在圓形的樹幹上繞 10 圈，需要繩長 21.6 m，求樹幹的直徑。 0.688 m
10. 一輪子的直徑為 0.6 m，轉 10 圈後走了多遠？ 18.8 m
11. 一個硬幣沿著直綫滾動 16 圈後走了 125 cm，求硬幣的直徑。 2.49 cm
12. 一輪子的半徑為 0.4 m，那麼要轉多少圈才能走完 502 m？ 200 圈
13. 如果兩個圓的直徑的比為 3:4，問兩圓的圓周的比是多少？ $3:4$
14. 單車車輪的半徑為 0.35 m，如果每秒轉 2 圈，求單車的速度 (以 m/s 為單位)。 4.40 m/s
15. 單車前輪的直徑為 15 cm，後輪直徑為 20 cm。如果後輪轉了 24 圈，問前輪轉了多少圈？ 32 圈

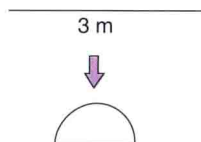
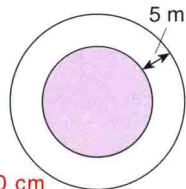
16. 已知一正方形的邊長為 10 cm，求該正方形的外接圓的圓周。 44.4 cm

正方形的外接圓



程度二

17. 兩個圓的半徑相差 3 cm，問它們的圓周相差多少？ 18.8 cm
18. 一條環形跑道闊 5 m，沿著外圍和內圍各走一圈，相差的距離是多少？ 31.4 m
19. 一個圓的圓周比另一個圓的圓周長 6.28 cm，問兩個圓的半徑相差多少？ 1.00 cm
20. 將一條 3 m 長的鐵綫彎成一個半圓弧及其直徑，求該半圓的半徑。 0.583 m



8.2 圓的面積



課堂活動：圓面積與半徑的關係

每一方格的面積是一個平方單位。

試記錄下圖中圓的半徑和估計每個圓的近似面積。

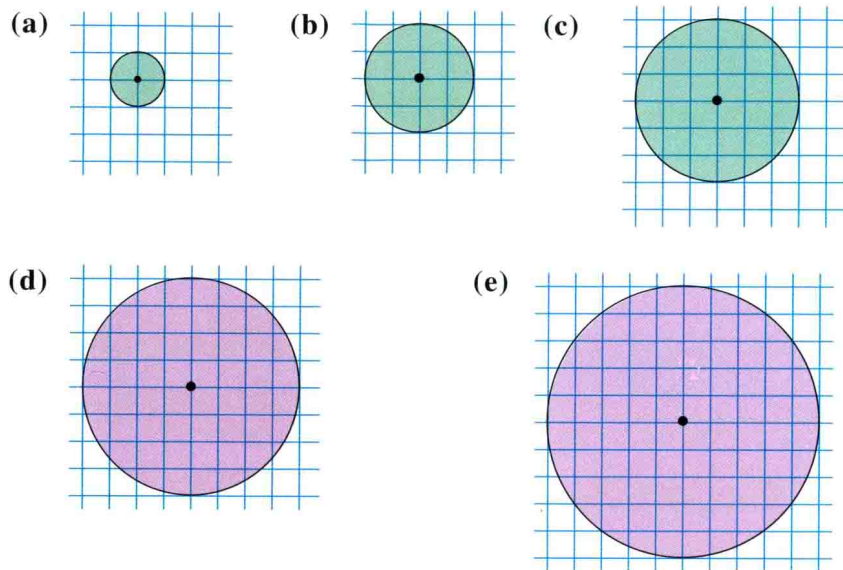


圖 8.4

備註：(i) 如果一個方格內圖形面積超過整個方格的一半，則作一個方格計算。

(ii) 如果一個方格內圖形面積不足整個方格的一半，則捨去。

圓	半徑 (r)	面積 (A)	r^2	$\frac{A}{r^2}$
(a)	1	4	1	4
(b)	2	12	4	3
(c)	3	32	9	3.5
(d)	4	52	16	3.25
(e)	5	80	25	3.2

你發覺由不同大小的圓形所求得的 $\frac{A}{r^2}$ 的值有甚麼特別之處？

$\frac{A}{r^2}$ 約等於 3。

(課堂活動結束)



本節主旨

- 求圓的面積。

✿ 教學技巧 ✿

- 學生可透過估計大小不同圓的面積，觀察到任何圓的面積與半徑的平方之比約等於 3。

✿ 教學要點 ✿

- 雖然從課堂練習中得出 $\frac{A}{r^2}$ 的值與圓周率 π 並不太相近，但學生仍可憑這個簡單的比較得知 $\frac{A}{r^2}$ 的值是大概等於 3 的。



課堂討論：圓面積與圓半徑的關係

在圖 8.5 中，一個圓被分成 24 個相等的扇形，並如圖所示重新排列。

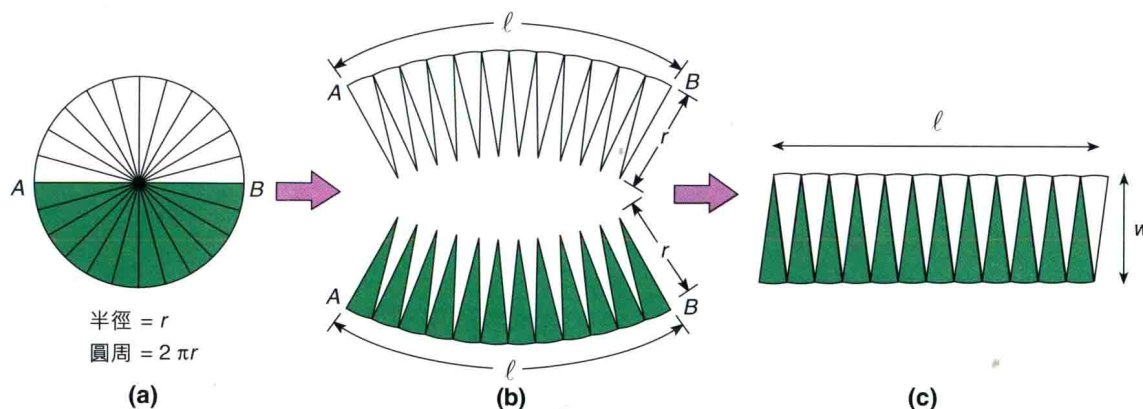


圖 8.5

比較圖 8.5 (a) 和圖 8.5 (c) ，

(a) ℓ 的近似長度是多少？ πr

(b) w 的近似長度是多少？ r

(c) 你覺得圓的面積和圖 8.5 (c) 的圖形面積有甚麼關係？

面積相等

✿ 教學技巧 ✿

- 將圓分成 24 個扇形，重新排列成一長約為 πr ，高約為 r 的長方形，由此方法探討出圓的面積為 πr^2 。

$$\begin{aligned}
 \text{在以上的討論中，圖 8.5 (c) 中圖形的面積} &\approx \frac{\ell}{\pi r} \times \frac{w}{r} \\
 &\approx \frac{\pi r}{\pi r} \times \frac{r}{r} \\
 &= \pi r^2
 \end{aligned}$$

(課堂討論結束)



從上面的討論中，我們看出圓的面積 A 等於 πr^2 ，這裏 r 是圓的半徑。

$$A = \pi r^2$$

例四 已知圓的面積等於 78.5 cm^2 ，求圓的直徑。(取 $\pi = 3.14$) **相關題** → 練習 8B #1

解： 設圓的半徑為 $r \text{ cm}$ 。

$$\pi r^2 = 78.5$$

$$\begin{aligned}
 r^2 &= \frac{78.5}{3.14} \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

$$\therefore r = 5$$

$$\therefore \text{直徑} = 2r \text{ cm} = \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$$