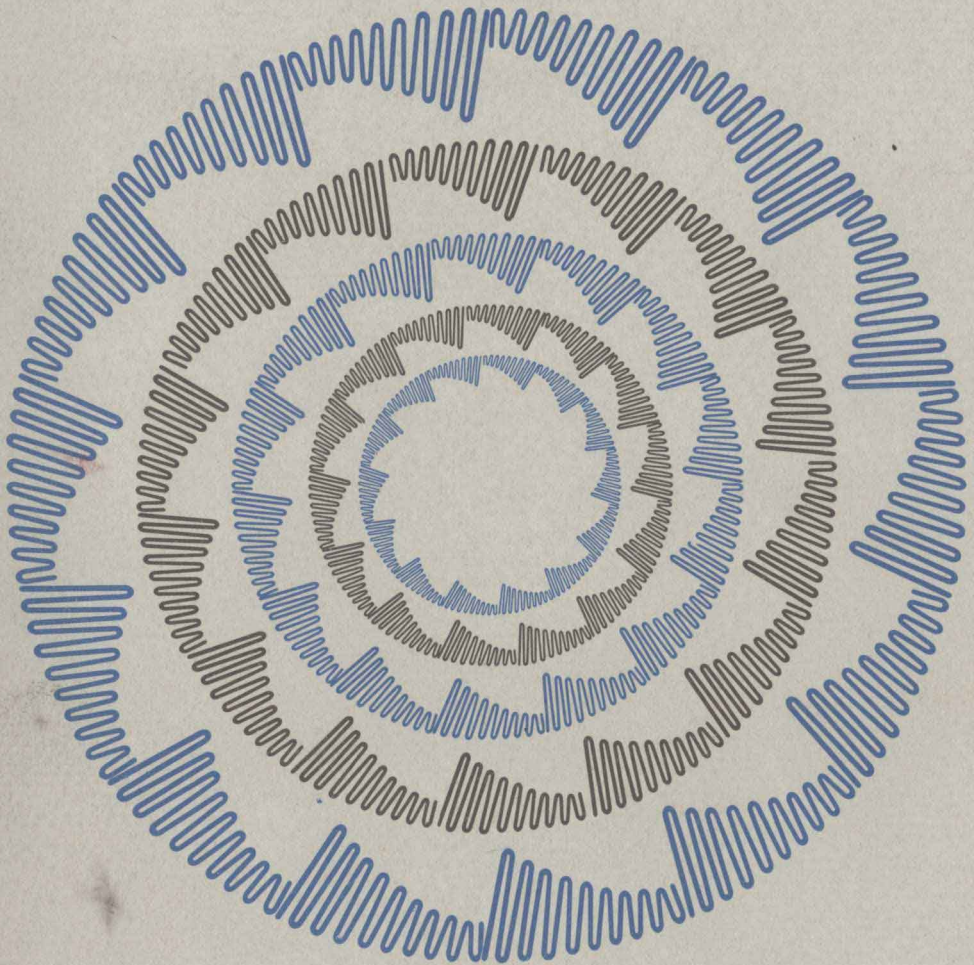


企業効果のための管理技法シリーズ 3

# 品質管理のための累積和法

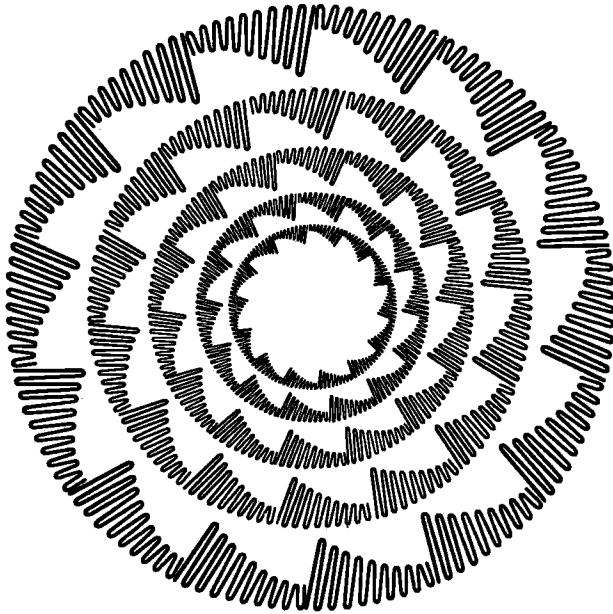
I.C.I. MONOGRAPH 3 / 清水 徹 訳



企業効果のための管理技法シリーズ 3

# 品質管理のための累積和法

I.C.I. MONOGRAPH 3 / 清水 徹 訳



このシリーズは、もともと社内配布用に I. C. I. レポートとして書かれたもので、現代の数理的手法、およびそれらの実際問題への適用についての簡単な解説書に対する要望を満たすものである。このシリーズはいずれも I. C. I. 社のスタッフが発展に貢献し、企業にとって有益であることが明確となった特別な手法を取り扱っている。これらの手法についての興味が広まっているのでこのシリーズを一般の利用に供することにした。

R. H. Woodward

P. L. Goldsmith

Mathematical and Statistical Techniques  
for Industry

I. C. I. MONOGRAPH No. 3

CUMULATIVE SUM TECHNIQUES

Original English language edition published on behalf of  
I. C. I. Limited by Oliver & Boyd Division of Longman  
Group Ltd., Edinburgh, Scotland  
Copyright © 1964, Imperial Chemical Industries Limited.

## 序 文

この本は、I. C. I. 社の統計手法委員会に用意されたシリーズの中の一つである。本委員会は、企業活動のあらゆる部門に発生する諸問題を処理するのに有効である数理統計的手法を検討し、広める目的で設置されたものである。そのような手法の応用に関して、今後さらに、このシリーズの出版を続けることになっている。

累積和法は、ごく最近開発されたものであり、これに関する二、三の論文はあるが、著者たちの知るかぎりでは、本書以外に、この手法の開発と適用について数カ年間協同研究で得た成果を具体化した抱括的な説明が残念ながらなされていない。

この手法は、もともと簡単なものであることと、ある分野にこれが適用されていて、決定や推定に非常に役立っていることからみても、かならずや興味を引き、応用性を発揮することになるであろう。一連の事象から得た数値を検討する際に、この方法はとくに有効である。また、生産分野では、一般に扱われている従来の“管理図”より、ある特性については、その変化をより迅速に発見できる手法であることが立証されている。

## 謝 辞

図 1, 7 a, 7 b と表 1, 2, 3 の本書への転載に対し, W. D. Ewan 氏, K. W. Kemp 博士および Biometrika Trust の許可をいただき, お礼を申し上げる。

本シリーズの情報は, 出版者 (I.C.I. 社) と著者にとって役立つ問題について最新の助言を示すものである。収録されている各種の情報, およびその中の図表の数値が絶対的に正確であり, これのみで十分であるということに関する責任は, 出版者も著者も負いかねるという了解のうえで, 本シリーズは出版された。

## コンピュータ・プログラム

本書に照合した完全なプログラムはどれも Algol, または Mercury Auto-code の形で入手可能である。値段も含めて詳細はつぎのところに尋ねられたい。

The Information Officer  
Mathematics and Computer Department  
Imperial Chemical Industries Limited  
Harefield House  
Fulshaw Hall  
Wilmslow  
Cheshire  
ENGLAND

この本で論じたプログラムは内容が改訂されたり, プログラミング技法が改善されているかもしれない。

## 訳者序文

本書は “I. C. I. Monograph No. 3, *Cumulative Sum Techniques*, R. H. Woodward, P. L. Goldsmith” の全訳である。累積和法 (cumulative sum technique) の著書としては洋書に二、三あるが多分この原著がはじめてのものであろう。この手法は、もとはといえば品質管理の開発と発展に起因しているので書名を『品質管理のための累積和法』とした。もちろんこの手法は品質管理の分野のみならず他の分野に対しても応用範囲が広く、たとえば会計学、経済学にまで及ぼうとしている。

管理図はもともと製品の品質をテストするために考案されたものである。この管理法は 1931 年以降、徐々に発展してきた。その発展も累積和法に基づいたテストの研究によって 40 年代の終わりごろから急速に促進されてきた。目標値からの偏差の累積和に基づいたテストは、従来のどのテストより一般に鋭敏であることが立証された。I. C. I. 社のスタッフが、この累積和法の開発とその適用についての協同研究で得た成果と経験を具体化し、抱括的に解明したのが本書である。

したがって、その内容に関しては、高度の数学的・統計的理論はさげ、もっぱら、累積和法の基礎概念と、その実戦的な取り扱いの紹介を中心に、その広範な応用を予想される各方面への手掛りを見つけ出しうるように配慮されていて、この手法の全貌が手際よく解説されている。

本書が広く諸賢の目にふれて、新たな興味と関心をよせ、これを手掛り

として、さらに進んだ理論と応用に役立つならば、訳者の喜びこれにすぐるものはない。

訳出に当たっては、いろいろの人びとが読者となることを考えて、できるだけ表現を平易にし、読者にとって理解しやすいように努めた。しかし、訳者何分にも浅学非才であるため、その責を果たさなかつたばかりか大きな誤りをおかしているかもしれない。大方の御叱正を願う次第である。

最後に、本シリーズの発行のために御尽力いただいた早稲田大学の春日井博教授に、また、本書の発行に当たって、終始ひと方ならずお世話いただいた培風館の野原剛氏、生田目幸久氏、浜みつひさんに心から感謝の意を表する。

昭和 48 年 7 月

清 水 徹

## 目 次

<b>1</b>	<b>はじめに</b>	<b>1</b>
1.1	累積和の用途	1
1.2	歴史的展望	2
1.3	本書のあらすじ	3
<b>2</b>	<b>累積プロット</b>	<b>5</b>
2.1	累積和の計算	5
2.2	累積和図の特性	6
2.3	累積和図の例	9
2.3.1	化合物中の油の含有量	9
2.3.2	エステル交換のバッチサイクルタイム	12
<b>3</b>	<b>品質管理 - 意志決定の手法</b>	<b>14</b>
3.1	品質管理図法の概観	14
3.2	累積和図による管理法	16
3.3	V-マスクを使用しての意志決定	18
3.3.1	連の長さの平均	22



3.4	決定区間法	24
3.4.1	決定区間法の連の長さの平均	27
3.4.2	V-マスク法との比較	30
3.4.3	累積和関の選択	30
3.5	他の型の管理	31
3.5.1	工程変化の管理	31
3.5.2	小比率ならびに事故数の管理	32
3.5.3	範囲化	35
4	品質管理 - 補正処置	36
4.1	一般的な問題	36
4.2	カーサーによる現状工程平均の推定	37
4.2.1	放物線型カーサー	37
4.2.2	カーサーの選択	40
4.2.3	目盛りのある V-マスク	40
4.3	決定区間法による現状工程平均の推定	42
4.4	いくつかの実際的な考察	42
4.4.1	補正の大きさ	42
4.4.2	無視される結果(dead results)	43
4.4.3	ひとまとめのテスト結果の受取り方	44
4.4.4	気まぐれ(freak)な個々の結果	44
4.5	決定区間法の実例	45
4.6	コンピュータシミュレーションを用いた 決定区間の最適選択	48
5	事後調査	51
5.1	スパン法	52
5.2	決定区間法	56
5.3	コンピュータによる自動探索	59

目 次	vii
<b>6 他の適用例</b>	<b>62</b>
<b>6.1 品質良否の合格・不合格決定</b>	<b>62</b>
6.1.1 基礎手法	62
6.1.2 有効な決定を得るために	63
6.1.3 方法の選択	65
<b>6.2 マルチユニット生産</b>	<b>66</b>
<b>6.3 販売予測</b>	<b>67</b>
6.3.1 短期予測	67
6.3.2 予測値の管理	67
<b>6.4 職務評価</b>	<b>69</b>
<b>6.5 実験計画への適用</b>	<b>69</b>
6.5.1 繰り越し	69
6.5.2 遅発効果	70
<b>6.6 累積和法を組み込んだ自動制御</b>	<b>70</b>
付 録 1 合成繊維の最終組成を制御するための警戒メモ手順	73
付 録 2 “累積和コントロール” コンピュータ・プログラムの i/o 表	78
付 録 3 “Autocorners”プログラムの i/o 表	80
付 録 4 合成繊維と類似製品の合格・不合格決定操作指示	82
付 録 5 生産の流れを逐次調べるための操作指示	86
文 献	89
記号および略語の説明	91
索 引	93

# 1

## はじめに

### 1.1 累積和の用途

生起順にならべられた一連の数値を解析するための有効な手法が、ここ2, 3年の間に注目されてきている。その基本的な手順は、生起した数値から一定値(たとえば目標値, target value)を引き、その差を逐次加えるだけの簡単なものである。この差を累積した和の系列を原系列の“累積和(cumulative sum)”と言い、またこの累積和のグラフを“累積和図(cumulative sum chart)”とよぶ。

累積和に基づく手法によれば下記の事柄が可能となる。

- i) 一連の数値の平均水準の変化の発見
- ii) そのような変化の生起点の決定
- iii) 現状平均の信頼のおける推定値
- iv) 将来の平均水準の短期的な予測

一定の傾向を示したり規則的な変化を示すような系列について、この手法を適用することは適当ではない(一定の傾向を示すものについては、本シリーズの第1巻『需要予測と傾向曲線』を参照されたい。また規則的な変化を示すような系列についてはスペクトル解析が有効である)。

これまで、累積和法は主として工場における品質管理の分野に適用され

てきた。そこでは工程や製品に対して一定の時間間隔で計測を行ない、あらかじめ設定された水準と比較する。できるだけ早いうちに目標水準から離反する変化を発見することや、何らかの補正処置をとるにあたって変化の正確な値を把握することは重要なことである。累積和法は平均水準の変化を早く見出すという重要な利点があり、いまや累積和を基礎にした管理法が、観察値を直接プロットする管理図に取ってかわろうとしている。

しかしながら、累積和法の用途は品質管理の分野ばかりではない。完全な数値の系列が手もとにあれば、それを累積的にプロットしながら検討を加えることにより、平均水準にどのような変化が生じたか、またいつ変化が生じたかを解明することができる。累積和法は商業上のデータの研究にも有効である。たとえば、最近では販売予測値の管理にも適用されている。ほかに会計学と経済学へも応用でき、会計学では、原価の変化の確実に迅速な探知、また経済学では、企業活動の指数の調査が重要であり、これらにこの手法は有効に活用できる。一定の時間間隔で得た一連の数値を検討する研究者は皆、累積和法がきわめて有効であることに気づくであろう。

## 1.2 歴史的展望

累積和はさまざまな研究に多年にわたり使用されてきた。しかし、このようにして一連の数値が十分に利用できるよう開発されたのは比較的最近のことである。たとえば、Hurst の貯水量の研究では 1 年間の河川の水量のデータを収集して貯水池から失われる水量の累積和をプロットした(1950)。彼のその後の調査においては、累積和図が重要な役割を果たした(Davies, 1956, 第 3 章参照)。Armitage は風邪の 2 種類の治療の効果を比較するのに三つの限界線を有する累積和図を作製し、累積点がどの限界線を切るかによって判定を下した(1960)。

累積和が長い間無意識のうちに(または、最も簡単な形で)使用されてきた分野の一つは、ある年度における全販売量を整理するところである。

しかしながら、累積和法の開発の多くは工場における品質管理の要求から促進されてきた。この種の応用に関して最初に出版された報告書は

Page によるものである(1954)。彼は バッチ生産で満足すべき品目(合格品)と不完全な品目(不合格品)に点数を割り当て、不完全品目の割合を管理するために累積点数を用いた。多くの新しい考え方は、累積和図上に描いた V-マスクで数量変数をコントロールすることを提示した Barnard の研究に由来している(1959)。同時に Ewan と Kemp は Page の方法を拡張し、グラフ的なものというよりも数値的なものを基礎にした手法を開発した(1960)。それ以後の研究はこの手法に基づく、品質管理法の特性を評価し、数量変数の場合までそれを拡張した。

### 1.3 本書のあらすじ

本書は上記の著者たちの研究を要約し、累積和法の適用とその開発中に得られた実務的な経験を体系化するとともに、著者の知っている成功したいくつかの応用例を示す。

2章では、累積和について定義し、累積和図の描き方を述べる。この図の特性については実際的な有用性を示す例とともに述べる。図上の操作には複雑なものがあるが、強調したいのは累積和図のもつ効用である。

つぎの二つの章は、主として工場での品質管理に使用するために発展してきた手法に関するものである。3章では、いつ品質が悪化したかを決定する方法について論議する。望ましい連の長さの平均に基づいた品質管理法の設定を十分に行なった。4章では、管理外の警告が記録されたとき、補正の大きさを推定するために累積和をどのように使用するかを述べ、さらに新たな段階まで進むことになる。これらの概要を説明するために合成繊維製造工場の例を用いた。

5章では、計数系列の平均水準に生じた有意な変化を発見するための、過去のデータについての追跡調査を扱っている。

その他の累積和の応用については、6章にすべて集めてある。これらは、販売予測ならびに実験計画に、また広い問題領域の中のより限定された実例に累積和を適用したものである。

本書は、広範囲に应用可能な累積和の手法をまとめることを意図して編

集されている。

# 2

## 累積プロット

### 2.1 累積和の計算

ここに1組の結果(値)があり,その結果(値)は等時間間隔で ある順序に従って生じたものである。これを  $x_1, x_2, \dots$  で表わす。第1番目の結果(値)からある一定量  $k$  ( $0$ でもよい)を引いた差  $(x_1 - k)$ を第1結果の“スコア”とよぶことがある。この簡単な計算は,“参照値”(reference value)  $k$ に測定の原点を変換するものである。しばしば  $k$ は  $x$ が接近すると推定される目標水準である。つぎに第2番目の結果との差  $(x_2 - k)$ を計算し,これをはじめの差に加える。つぎつぎに計算した差はこれまでに累積した和に加えてつぎのような系列を作る。

$$S_1 = (x_1 - k)$$

$$S_2 = (x_1 - k) + (x_2 - k) = S_1 + (x_2 - k)$$

$$S_3 = S_2 + (x_3 - k)$$

.....

$$S_r = S_{r-1} + (x_r - k) = x_1 + x_2 + \dots + x_r - rk$$

.....

この簡単な観察結果の関数は“累積和”(しばしば“cusums”と略記される)として知られている。また,  $S_r$ はこの系列の第  $r$ 部分和という。

下の表に示すようなバッチ生産型の化学工場で観測されたサイクルタイムについてこの計算の例を示す。ここでは参照値  $k=2$  hr と選定されている。

観測されたサイクルタイム		$k$ との差	累積和
[hrs]	[min]	[min]	[min]
2	15	+15	+15
2	10	+10	+25
1	55	-5	+20
2	05	+5	+25
2	30	+30	+55
2	15	+15	+70

累積和は一般に時系列としてプロットされ、その結果としてのグラフは“累積和図”として知られている。このような簡単な計算はコンピュータで行なうことができ、とくに非常に長い系列を処理する場合コンピュータが必要となる。

## 2.2 累積和図の特性

$x$  の平均が参照値に接近しているならばその差は正であることもあり、負であることもある。そのときには累積和図は水平となる。しかしながら、工程の平均値が新しい一定の水準に上昇すれば大部分の差は正となり、その平均線は上向きの直線となる。同様に工程の平均が参照値より低い水準に低下すれば、図の勾配は下向きになる。

このことは図 1a および図 1b で示されている。図 1a の点は平均が 0 で標準偏差が 1 である正規分布から任意に抜き取ったもので、系列の途中からは平均値が 0.2 に増加したものである。図 1a からは平均値のこのような変化はほとんど見出すことができない。そして中間以後の値には 97.5% の管理限界を越えるものはない。しかし、累積和図(図 1b, ここでは 0 の参照値が用いられている)を描くと、グラフの勾配は急激な変化を表わし、もとの系列の二つの局面を明らかに示している。



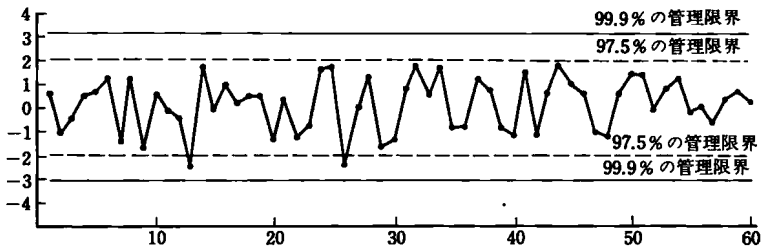


図 1a スタANDARDな管理図(はじめの 30 個の結果の平均=0.00, つぎの 30 個の結果の平均=0.20)

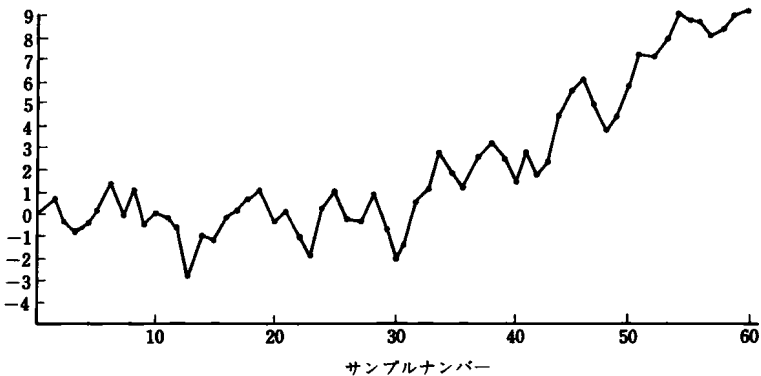


図 1b 図 1a と同じデータについての累積和図

図 1 STANDARDな管理図と累積和図の比較

このように累積和図はグラフに表わされた線の平均の勾配のみで説明される。横軸から線までの距離は興味を引くものではない。図上の位置に関係なく、グラフの横軸に平行な部分はその期間中工程の平均値が参照値と同じであることを示す。さらに、現在の平均工程水準が参照値よりカイ離すればするほど累積和図の勾配は急になる。実際、図上の第  $m$  番目の点と第  $n$  番目の点を結ぶ直線の勾配は  $x_{m+1}$  から  $x_n$  ( $n > m$ ) までのすべての結果と参照値との差の平均を示している。累積和図のどの一部分をとってもそのうえでの平均水準 ( $\bar{x}$ ) は