

J. Max

et collaborateurs

**Méthodes et
techniques de
traitement du signal
et applications
aux mesures
physiques**

3^e édition

2

MASSON 

TN911.76

M2
T.2
E.3

TN911.7

M2
E.3
T.2

8261482

MÉTHODES ET TECHNIQUES DE

TRAITEMENT DU SIGNAL

ET APPLICATIONS AUX MESURES PHYSIQUES

TOME II

APPAREILLAGES ; EXEMPLES D'APPLICATIONS ;
MÉTHODES NOUVELLES

par

J. MAX

Licencié ès Sciences
Ingénieur E.S.E.

avec la collaboration de

L. AUDAIRE, D. BERTHIER, R. BIGRET
J.-C. CARRÉ, H. CHEVALIER, B. ESCUDIÉ
A. HELLION, J.-L. LECOUVE, M. MARTIN,
R. MIQUEL, B. PEYTIÉ, M. TROTTOT, R. VERGNE



TROISIÈME ÉDITION



E8261482

MASSON

Paris New York Barcelone Milan Mexico Rio de Janeiro
1981

ONT COLLABORÉ A CET OUVRAGE

Jacques MAX

Adjoint Scientifique au Laboratoire d'Electronique et de Technologie de l'Informatique
— Commissariat à l'Énergie Atomique — Centre d'Études Nucléaires de GRENOBLE.

Luc AUDAIRE,	Ingénieur au C.E.A. — C.E.N.G. — L.E.T.I.
Daniel BERTHIER,	Ingénieur à la société HEWLETT — PACKARD.
Roland BIGRET,	Ingénieur à la société ALSTHOM — ATLANTIQUE.
Jean-Claude CARRÉ,	Ingénieur au C.E.A. CEN/Saclay — D.E.M.T.
Henri CHEVALIER,	Ingénieur au C.E.A. — C.E.N.G. — L.E.T.I.
Bernard ESCUDIÉ,	Professeur à l'Institut de Chimie et de Physique Industrielles de Lyon.
Alain HELLION,	Ingénieur à la société METRAVIB.
Jean-Louis LACOUME,	Professeur à l'Université de Grenoble.
Michel MARTIN,	Ingénieur au C.E.A. — C.E.N.G. — L.E.T.I.
Robert MIQUEL,	Ingénieur à la société TEKELEC.
Philippe PELTIÉ,	Ingénieur au C.E.A. — C.E.N.G. — L.E.T.I.
Michel TROTTOT,	Technicien principal au C.E.A. — C.E.N.G. — L.E.T.I.
Robert VERGNE,	Maître de recherche au C.N.R.S.

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays.

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1^{er} de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code pénal.

© Masson, Paris, 1981

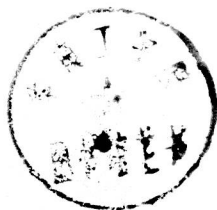
ISBN : 2-225-65660-6

MASSON S.A.
MASSON PUBLISHING U.S.A. Inc.
TORAY-MASSON S.A.
MASSON ITALIA EDITORI S.p.A.
MASSON EDITORES
EDITORIA MASSON DO BRASIL L.T.D.A.

120, bd Saint-Germain, 75280 Paris Cedex 06
14 East 60th Street, New York, N.Y. 10022
Balme 151, Barcelona 8
Via Giovanni Pascoli 55, 20133 Milano
Dakota 383 Colonia Napoles, Mexico 18DF
Rua da Quitanda, 20/S. 301, Rio de Janeiro, R.J.

MÉTHODES ET TECHNIQUES DE
TRAITEMENT DU SIGNAL
ET APPLICATIONS AUX MESURES PHYSIQUES

TOME II



CHEZ LE MÊME ÉDITEUR

Dans la Collection Technique et Scientifique des Télécommunications :

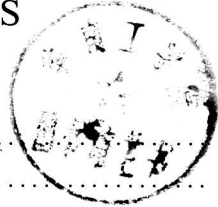
- FONCTIONS ALÉATOIRES, par A. BLANC-LAPIERRE et B. PICINBONO. 1980, 444 pages, 10 figures.
- TRAITEMENT NUMÉRIQUE DU SIGNAL. Théorie et pratique, par M. BELLANGER. 1980, 304 pages, 197 figures.
- LES FILTRES NUMÉRIQUES. Analyse et synthèse des filtres unidimensionnels, par R. BOITE et H. LEICH. 1980, 432 pages, nombreuses figures.
- DÉCISIONS EN TRAITEMENT DU SIGNAL, par P.-Y. ARQUES. 1979, 272 pages, 73 figures.

Autres ouvrages :

- LES MÉTHODES RAPIDES DE TRANSFORMATION DU SIGNAL : Fourier, Walsh, Hadamard, Haar, par J. LIFERMANN. 1979, 2^e édition de l'ouvrage « *Théorie et applications de la transformation de Fourier rapide* », 208 pages, 73 figures.
- SYSTÈMES LINÉAIRES. Variables d'état, par J. LIFERMANN. *Collection de mathématiques pour physiciens et ingénieurs : méthodes et applications*. 1972, 228 pages, 183 figures.
- INTRODUCTION A LA THÉORIE DE LA COMMUNICATION, par E. ROUBINE. *Monographies d'électronique*.
- Tome I. — *Signaux non aléatoires*. 1979, 2^e édition, 238 pages, 63 figures.
- Tome II. — *Signaux aléatoires*. 1979, 2^e édition, 160 pages, 31 figures.
- Tome III. — *Théorie de l'information*. 1970, 160 pages, 33 figures.
- THÉORIE ET TECHNIQUE DE LA TRANSMISSION DES DONNÉES, par J. CLAVIER, M. NIQUIL, G. COFFINET, F. BARRAT. *Collection de l'ENSTA*.
- Tome 1. — *Notions fondamentales*. 1979, 2^e édition revue (2^e tirage), 320 pages, 76 figures.
- Tome 2. — *Systèmes de communication informatique*. 1979, 2^e édition revue (2^e tirage), 216 pages, 168 figures.
- THÉORIE DE LA TRANSMISSION DE L'INFORMATION, par AL. SPATARU.
- Volume 1. — *Signaux et bruits*. Traduit du roumain par G. Battail. 1970, 686 pages, 416 figures, 9 tableaux.
- Volume 2. — *Codes et décisions statistiques*. Traduit du roumain par F. Juster. 1973, 564 pages, 198 figures, 39 tableaux.
- CALCULATRICES DE POCHE ET INFORMATIQUE. Fonctionnement et application, par P. VITRANT. 1980, 240 pages, nomb. figures.
- LES SYSTÈMES A MICROPROCESSEUR, par M. AUMIAUX. 1980, 256 pages, 113 figures.
- OPTOÉLECTRONIQUE, par G. BROUSSAUD. *Monographies d'électronique, sous la dir. du Pr P. Grivet*. 1974, 360 pages, 242 figures.
- LES LASERS ET LEURS APPLICATIONS, par A. ORSZAG et G. HEPNER. *Monographies d'électronique, sous les auspices du Groupe Thomson*. 1980, 320 pages, illustré.

TABLE DES MATIÈRES

Contents : see p. VIII



CHAPITRE XV. — Détection synchrone	1
XV.1. — Introduction	1
XV.2. — Principe	2
XV.3. — Analyse de la détection synchrone	2
XV.4. — Détection synchrone utilisée en lock-in	8
XV.5. — Exemples d'applications	10
XV.6. — Évolution du détecteur synchrone	13
CHAPITRE XVI. — Application des analyseurs multicanaux au traitement statistique des mesures	17
XVI.1. — Introduction	17
XVI.2. — Rappel sur les analyseurs multicanaux	18
XVI.3. — Description du système de traitement	20
XVI.4. — Exemples d'utilisation	21
CHAPITRE XVII. — Filtrage adapté	34
XVII.1. — Filtrage optimal	34
XVII.2. — Cas particulier du bruit blanc : filtre adapté	36
XVII.3. — Comparaison entre corrélation et filtrage adapté	38
XVII.4. — Réalisation de filtres adaptés par la méthode de « pondération »	39
XVII.5. — Filtrage adapté récursif	42
XVII.6. — Applications du filtrage adapté	42
CHAPITRE XVIII. — Les principaux corrélateurs électroniques	44
XVIII.1. — Généralités	44
XVIII.2. — Corrélateur point par point	45
XVIII.3. — Corrélateurs automatiques	46
XVIII.4. — Corrélateurs automatiques en ligne	47
XVIII.5. — Corrélateurs automatiques en temps réel (ou multicorrélateurs)	51
XVIII.6. — Corrélateurs en circuits intégrés L.S.I.	62
XVIII.7. — Corrélateur en temps réel pour signaux très hautes fréquences ..	63
XVIII.8. — Évolution des corrélateurs	65
XVIII.9. — Les dispositifs à transfert de charges	66
CHAPITRE XIX. — Les analyseurs électroniques de spectre	70
XIX.1. — Analyseurs de spectre à filtres	70
XIX.2. — Les analyseurs de spectres par transformation de Fourier directe ..	74
XIX.3. — Utilisation d'un analyseur FFT	83
CHAPITRE XX. — Analyse spectrale par voie optique	104
XX. 1. — Principe d'un analyseur de spectre optique	104
XX. 2. — Simplification due à l'abandon de la phase	105
XX. 3. — Effet de vignetage	105
XX. 4. — Analyse bidimensionnelle	106

XX. 5. — Source ponctuelle monochromatique	106
XX. 6. — Conversion électrique-optique du signal	107
XX. 7. — Imageurs à cristaux liquides	108
XX. 8. — Limitation des imageurs	108
XX. 9. — PROM (Pockel read out modulator)	109
XX. 10. — Tubes Titus et phototitus	110
XX. 11. — Autres cristaux électrooptiques	111
XX. 12. — Analyse spectrale en optique intégrée	111
XX. 13. — Interspectres	112
 CHAPITRE XXI. — Quelques applications pratiques du traitement du signal	114
XXI. 1. — Applications à l'étude des réacteurs nucléaires	114
XXI. 2. — Étude des milieux nucléaires	120
XXI. 3. — Applications à la résonance magnétique nucléaire à excitation aléatoire	122
XXI. 4. — Identification de processus ; mesure de réponses impulsionnelles, de fonctions de transfert	123
XXI. 5. — Analyse spectrale des vibrations propres d'une dalle en béton ...	128
XXI. 6. — Étude de la fluctuation de la puissance active d'un réseau électrique au moyen de l'analyse spectrale	130
XXI. 7. — Étude de turbulences	132
XXI. 8. — Applications dans le domaine de la géophysique	138
XXI. 9. — Applications à l'astrophysique	139
XXI. 10. — Applications en astronomie, radioastronomie	139
XXI. 11. — Applications dans les sciences biologiques	139
XXI. 12. — Applications à l'étude des phénomènes acoustiques	142
XXI. 13. — Applications à l'étude des processus d'aimantation des corps ferromagnétiques	143
XXI. 14. — Applications de nouvelles méthodes de traitement du signal ...	151
XXI. 15. — Conclusion	153
 CHAPITRE XXII. — Exemples d'applications du traitement du signal à l'analyse des vibrations mécaniques des machines tournantes	156
XXII. 1. — Généralités	156
XXII. 2. — Analyse du comportement des ensembles machine tournante-structure	157
XXII. 3. — Analyse du comportement vibratoire des disques ailetés des turbomachines en exploitation	160
XXII. 4. — Équilibrage des machines tournantes	168
 CHAPITRE XXIII. — Fonctions d'ambiguïté	175
XXIII. 1. — Introduction	175
XXIII. 2. — Corrélation temporelle, décalage temporel	175
XXIII. 3. — Corrélation fréquentielle, décalage fréquentiel	177
XXIII. 4. — Décalage temporel et fréquentiel, fonction d'ambiguïté	179
XXIII. 5. — Fonction d'ambiguïté de Woodward	179
XXIII. 6. — Fonction d'interambiguïté	181
XXIII. 7. — Quelques propriétés des fonctions d'ambiguïté	181
XXIII. 8. — Représentation des fonctions d'ambiguïté	183
XXIII. 9. — Exemples de fonctions d'ambiguïté	183
XXIII. 10. — Application des fonctions d'ambiguïté	185
XXIII. 11. — Application des fonctions d'ambiguïté à la caractérisation des systèmes linéaires non homogènes dans le temps. Extension de la fonction de transfert : fonction de diffusion (scattering function)	186
XXIII. 12. — Génération du signal test	190
XXIII. 13. — Conception d'un ambiguïmètre en temps réel	190

CHAPITRE XXIV. — Notion de spectre instantané ou de représentation temps-fréquence dans l'analyse et la synthèse des signaux	192
XXIV.1. — Introduction	192
XXIV.2. — Quelques exemples d'analyse spectrale des signaux modulés ou non	192
XXIV.3. — Relation « temps-fréquence », relation d'incertitude et représentation « temps-fréquence » de D. Gabor	194
XXIV.4. — Représentation $[t, \nu]$ au sens de G. Bonnet ; spectre instantané de puissance au sens de J. Ville ; fonction d'ambiguïté	196
XXIV.5. — Autres définitions de la représentation $[t, \nu]$	198
XXIV.6. — Mesure des spectres instantanés ou des représentations $[t, \nu]$..	202
XXIV.7. — Extension de la notion de spectre instantané de puissance aux signaux aléatoires localement stationnaires ; fonction de structure ; fonction de diffusion	207
XXIV.8. — Synthèse d'un signal $x(t)$ à partir de $\rho(t, \nu)$ ou de $\chi(\tau, \varphi)$	209
XXIV.9. — Conclusion	209
CHAPITRE XXV. — Nouvelles méthodes d'analyse spectrale	211
XXV.1. — Introduction	211
XXV.2. — Problèmes posés par l'échantillonnage de la fonction de corrélation	212
XXV.3. — Position du problème de la recherche de la fonction spectrale à partir d'une série finie de valeurs de la fonction d'autocorrélation	213
XXV.4. — Méthode classique par transformation de Fourier de la fonction de corrélation	214
XXV.5. — Méthode du maximum d'entropie ou méthode du modèle autorégressif	214
XXV.6. — Méthode de Pisarenko	216
XXV.7. — Méthodes hybrides	219
XXV.8. — Conclusion	221
Index alphabétique des matières	223

CONTENTS

CHAPTER XV. — Synchronous detection	1
CHAPTER XVI. — Statistical analysis of measurements by mean of multichannel analysers	17
CHAPTER XVII. — Matched filtering	34
CHAPTER XVIII. — Electronic correlators	44
CHAPTER XIX. — Electronic spectrum analysers	70
CHAPTER XX. — Optical spectrum analysers	104
CHAPTER XXI. — Some practical applications of signal processing.....	114
CHAPTER XXII. — Some applications of signal processing to vibrating analysis of rotor-bearing systems	156
CHAPTER XXIII. — Ambiguity functions.....	175
CHAPTER XXIV. — Instantaneous spectra	192
CHAPTER XXV. — New methods for spectral analysis	211
INDEX	223

CHAPITRE XV

DÉTECTION SYNCHRONE *

« Quand viendra le soir
Porte ouverte,
Je l'attendrai celui
Qui, dans mes rêves,
A promis de venir. »

OTOMO NO YAKAMOCHI

XV.1. — Introduction

La détection synchrone est un procédé utilisé lorsque le signal utile, issu du processus physique étudié, est faible et noyé dans du bruit qui peut être soit du bruit aléatoire (ou non cohérent), par exemple le bruit thermique qui prend naissance dans les détecteurs et les amplificateurs, soit du bruit périodique (ou cohérent) tel que les inductions parasites dues au réseau électrique (certains auteurs disent aussi bruit corrélé).

N.B. — Le bruit thermique est caractérisé à l'entrée des appareillages électroniques par la résistance équivalente de bruit R . La puissance du bruit délivré par cette résistance à la résistance adaptée (de même valeur R) est donnée par :

$$\dot{W}_B = kT \Delta\nu.$$

k = Cte de Boltzmann ($k = 1,37 \cdot 10^{-23}$ W/Hz) ;

T = température absolue ;

$\Delta\nu$ = bande passante de l'appareillage.

On remarquera que $\dot{W}_B/\Delta\nu = kT = \text{Cte}$; c'est ce qu'on appelle le bruit blanc, d'énergie constante pour une même bande de fréquences. Pour réduire le bruit, on voit qu'il est intéressant de réduire la bande passante.

La démodulation synchrone sera dès lors envisagée comme un procédé qui permet de réaliser un filtre de largeur aussi étroite que l'on désire, dans certaines limites, bien sûr (§§ VI.5 et VI.6).

Le signal $s(t)$ est supposé occuper une bande spectrale très étroite autour de la fréquence zéro ($-\Delta B$, $+\Delta B$). C'est donc un signal très basse fréquence. De plus ce signal est noyé dans du bruit à plus large bande.

On examinera deux grands types d'applications :

a) la mesure d'une grandeur fixe — par exemple détection de zéro — qui correspond toujours à un régime établi ;

b) l'analyse d'un phénomène physique par balayage ; c'est le procédé désigné en américain sous le terme de « lock-in ».

(*) Chapitre rédigé par M. Michel MARTIN.

XV.2. — Principe

Dans le cas d'une mesure de grandeur fixe nous nous référons à la figure XV.1.

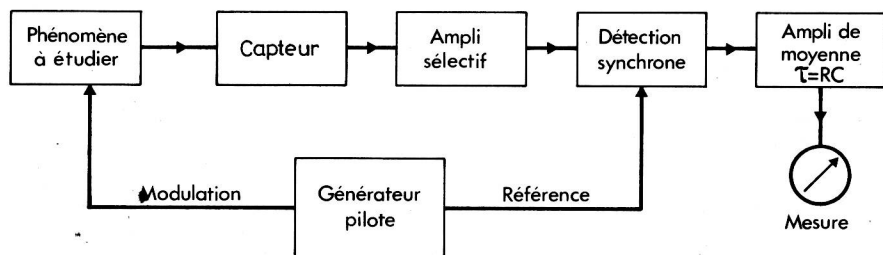


FIG. XV.1.

Nous trouvons un générateur pilote-sinusoïdal à la fréquence ν_s qui détermine — par l'intermédiaire du phénomène à étudier (à la suite d'un capteur le cas échéant) — la mesure à la fréquence ν_s à l'entrée d'un amplificateur sélectif — qui amplifie ν_s — le signal est ensuite adressé à une détection synchrone et filtré par un amplificateur moyennneur de constante de temps RC .

A l'entrée de la détection synchrone, se présente un signal à la fréquence ν_s . Nous allons tout d'abord étudier le comportement de la détection synchrone.

XV.3. — Analyse de la détection synchrone

XV.3.1. Modulation. Démodulation synchrone. — Soit $s(t)$ le signal qui occupe une étendue spectrale $\pm \Delta B$ autour de la fréquence zéro ; ΔB est, en général, petit, $s(t)$ est un signal basse fréquence (*) et ce signal est noyé dans du bruit à plus large bande, c'est-à-dire que le spectre du signal $s(t)$ est à l'intérieur du spectre du bruit $b(t)$, on ne peut donc pas les séparer par simple filtrage.

Soit $x(t) = s(t) + b(t)$, le signal composite. On module (multiplie) $x(t)$ par une porteuse sinusoïdale à la fréquence ν_0 , de ce fait, le signal $s(t)$ occupe, après modulation, une étendue spectrale $\nu_0 - \Delta B$, $\nu_0 + \Delta B$ et, bien sûr, la bande symétrique pour les fréquences négatives. Mais par la suite, nous ne considérerons que les fréquences positives car, si $x(t)$ est réel, sa transformée de Fourier a un module pair et une phase impaire (symétrie hermitique).

Après modulation $s(t)$ est devenu $s(t) \cos 2\pi\nu_0 t$.

ν_0 est très grand devant ΔB (50 à 100 fois au moins). De ce fait, $s(t) \cos 2\pi\nu_0 t$ peut être considéré comme une sinusoïde pure, c'est-à-dire que $s(t)$ est, en première approximation, considéré comme constant.

Si donc, on sait extraire du signal $x(t) \cos 2\pi\nu_0 t$ le signal sinusoïdal $s(t) \cos 2\pi\nu_0 t$, le problème sera résolu.

Cela, on sait le faire en intercorrélant $x(t) \cos 2\pi\nu_0 t$ avec un signal sinusoïdal à fréquence ν_0 . Mais ce qui nous intéresse n'est pas de retrouver $s(t) \cos 2\pi\nu_0 t$, mais $s(t)$.

Pour cela, il suffit de démoduler $x(t) \cos 2\pi\nu_0 t$, c'est-à-dire de multiplier

(*) Ce terme basse fréquence ne peut être précisé davantage car il est tout relatif ; disons que, en général ΔB ne dépasse pas quelques hertz ou quelques dizaines de hertz.

$x(t) \cos 2 \pi \nu_0 t$ par un signal à même fréquence ν_0 et de calculer la valeur moyenne de ce produit ; cette valeur moyenne est

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cos 2 \pi \nu_0 t \cos (2 \pi \nu_0 t - \varphi) dt \quad (*)$$

cela s'écrit

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \cos 2 \pi \nu_0 t \cos (2 \pi \nu_0 t - \varphi) dt + \\ + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T b(t) \cos 2 \pi \nu_0 t \cos (2 \pi \nu_0 t - \varphi) dt \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T s(t) [\cos \varphi + \cos (4 \pi \nu_0 t - \varphi)] dt + \\ + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T b(t) \cos 2 \pi \nu_0 t \cos (2 \pi \nu_0 t - \varphi) dt \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2T} \int_0^T s(t) \cos \varphi dt + \frac{1}{2T} \int_0^T s(t) \cos (4 \pi \nu_0 t - \varphi) dt + \right. \\ \left. + \frac{1}{2T} \int_0^T b(t) \cos \varphi dt + \frac{1}{2T} \int_0^T b(t) \cos (4 \pi \nu_0 t - \varphi) dt \right]. \end{aligned}$$

La première intégrale est égale à $\frac{1}{2} \overline{s(t)} \cos \varphi$ (on voit que l'on obtient non pas $s(t)$ mais sa valeur moyenne $\overline{s(t)}$).

Les trois autres intégrales tendent vers zéro lorsque $T \rightarrow \infty$.

Si donc on règle le dispositif pour que $\varphi = 0$, on obtient de cette manière $\overline{s(t)}$, à condition que T soit suffisamment grand (voir chap. XII.1.3).

Si $s(t)$ est constant, on obtient alors bien $s(t)$.

XV.3.2. Détection synchrone. — a) Principe. — C'est une simplification technologique de la démodulation synchrone. Au lieu de multiplier $x(t) \cos 2 \pi \nu_0 t$ par $\cos 2 \pi \nu_0 t$ on multiplie par un signal rectangulaire de fréquence de récurrence ν_0 , représenté sur la figure XV.2 et que nous désignons par $\text{coré } \nu_0 t$.

La simplification de l'appareillage est considérable puisque, au lieu de multiplier par $\cos 2 \pi \nu_0 t$, on multiplie par une fonction qui ne peut prendre que deux valeurs -1 ou $+1$, ce qui revient à additionner ou à soustraire.

Le détecteur synchrone se ramène donc à un « double inverseur » commandé par le générateur pilote à la fréquence ν_0 .

(*) N.B. — Nous avons écrit $\cos (2 \pi \nu_0 t - \varphi)$ pour nous mettre dans le cas général où il y a un déphasage entre le signal de modulation et le signal de démodulation.

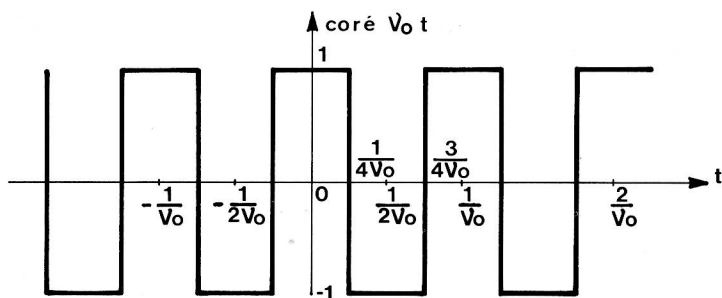


FIG. XV.2.

b) **Analyse de la détection synchrone.** — Considérons la multiplication par $\text{corré } v_0 t$, on sait que

$$\text{corré } v_0 t = \frac{4}{\pi} \left[\cos 2 \pi v_0 t - \frac{1}{3} \cos 6 \pi v_0 t + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos 2 \pi (2n+1) v_0 t + \dots \right].$$

Le détecteur synchrone se comporte donc comme une somme de démodulateurs synchrones de gain

$$\frac{4}{\pi} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

et de fréquences pilotes

$$(2n+1) v_0.$$

Supposons maintenant que $s(t)$ ne soit pas constant mais varie (lentement avec le temps); $s(t)$ a une étendue spectrale $2 \Delta B$ autour de l'origine des fréquences et après multiplications par $\cos 2 \pi v_0 t$ a une étendue spectrale $v_0 - \Delta B, v_0 + \Delta B$ (en ne considérant que les fréquences positives).

Le démodulateur synchrone correspondant à la fréquence fondamentale v_0 de $\text{corré } v_0 t$ va extraire du signal d'étendue $v_0 \pm \Delta B$ la composante relative à v_0 ; en fait, comme l'on n'intègre jamais sur une durée T infinie, le démodulateur extraira non seulement la fréquence v_0 , mais les fréquences contenues dans une bande $\pm \Delta v/2$, fonctions de la durée T d'intégration.

Le démodulateur correspondant à l'harmonique $3 v_0$ pourra extraire les fréquences $3 v_0 \pm \frac{\Delta v}{2}$; mais comme v_0 est supérieur à ΔB , $s(t)$ ne contient pas de

fréquences $3 v_0 \pm \frac{\Delta v}{2}$ et tout se passe comme si avec le détecteur, on avait démodulé. Toutefois, il est prudent de placer un filtre (ou amplificateur sélectif) autour de la fréquence v_0 . En effet, le fait de multiplier, lors de la modulation, le bruit $b(t)$ par $\cos 2 \pi v_0 t$ va réaliser une transposition du spectre de fréquence du bruit. Si le bruit est à bande B , on va voir pour le nouveau spectre du bruit $b_1(t)$

$$B_1 = v_0 \pm B.$$

Si B est suffisamment grand pour que $v_0 + B$ soit supérieur à $3 v_0$ le démodulateur à $3 v_0$ va agir sur le bruit et, bien que la théorie nous dit que

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{3} b(t) \cos 6 \pi v_0 t dt$$

est nulle, pour une durée d'intégration non infinie, cette intégrale pourra ne pas être nulle (erreur d'estimation) et introduire une erreur.

On placera devant le détecteur synchrone un filtre passe-bande (ou amplificateur sélectif tel que l'énergie du bruit ainsi filtré soit négligeable pour des fréquences égales ou supérieures à $3\nu_0$).

Ces résultats sont simples si on fait l'hypothèse que $T \rightarrow \infty$; si T a une durée limitée, il faut chiffrer le rapport signal sur bruit après détection synchrone.

c) Calcul du gain (ou de la sensibilité) en rapport signal sur bruit apporté par la détection synchrone. — Soit a l'amplitude du signal à étudier, supposé constant, et σ^2 la puissance du bruit, supposé de densité spectrale constante dans l'intervalle $-B, B$.

Le rapport signal sur bruit avant tout traitement est $R_e = a^2/\sigma^2$.

Soit ΔF la largeur de bande équivalente (*) de l'amplificateur sélectif, le rapport signal sur bruit en sortie de ce dernier, c'est-à-dire à l'entrée du détecteur synchrone est

$$R'_e = \frac{a^2}{\sigma^2 \frac{\Delta F}{B}}.$$

On a donc à traiter un signal de largeur de bande ΔF .

Soit T la durée d'intégration, d'après ce que l'on a vu au paragraphe 6, le rapport signal sur bruit en sortie du détecteur synchrone est

$$R_s = 2 \Delta F \cdot T \cdot R'_e = 2 \Delta F \cdot T \cdot \frac{a^2}{\frac{\Delta F}{B} \sigma^2} = 2 B T R_e.$$

On voit que le gain R_s/R_e est fonction de la largeur de bande du bruit qui noie le signal a ; de la durée d'intégration T , mais pas de la largeur du filtre sélectif.

Si, comme c'est plus souvent le cas, on utilise un filtre passe-bas de constante de temps τ au lieu d'un intégrateur, on aura un gain en puissance (voir chap. IX, 7) en rapport signal sur bruit $G = 4 B \tau$ puisque l'on remplace T par 2τ , soit un gain en valeur efficace.

$$g = \sqrt{4 B \tau}.$$

N.B. — Ne pas croire qu'il faille augmenter B pour améliorer ! Car si B augmente, G augmente, mais R_e diminue d'autant : notons que le rapport signal sur bruit en sortie est

$$R_s = 2 B T R_e = 2 B T \frac{a^2}{\sigma^2}.$$

Si le bruit est supposé à densité spectrale constante $\sigma^2 = PB$. P étant la densité de puissance du bruit, on écrit alors

$$R_s = 2 B T \frac{a^2}{PB} = 2 T \frac{a^2}{P}.$$

Ce rapport ne dépend pas de B , étendue spectrale du bruit, mais de la densité de puissance P .

Ceci montre que l'on ne peut espérer un gain aussi grand que l'on veut, car pour cela il faudrait augmenter T et il n'est plus certain que si T est très grand on puisse considérer $s(t)$ comme constant et égal à a sur toute la durée T .

(*) C'est la largeur de bande du filtre cardinal (rectangulaire) qui laisse passer la même énergie que le filtre sélectif.

d) **Influence de la durée d'intégration sur le signal de sortie.** — Supposons $s(t)$ à support limité T_0 ; c'est-à-dire que $s(t)$ n'existe que pour $0 < t < T_0$. Alors $s(t)$ peut se décomposer en série de Fourier

$$s(t) = a_0 + \sum_m A_m (\cos 2 \pi m \Delta v_0 t - \varphi_m)$$

avec

$$\Delta v_0 = \frac{1}{T_0}.$$

Par modulation, on aura

$$s(t) \cos 2 \pi v_0 t = a_0 \cos 2 \pi v_0 t + \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \cos (2 \pi m \Delta v_0 t - \varphi_m) \cos 2 \pi v_0 t$$

et par détection synchrone (assimilée à la démodulation synchrone)

$$\begin{aligned} \frac{4}{\pi} \frac{1}{T} \int_0^T a_0 \cos 2 \pi v_0 t \cos 2 \pi v_0 t dt + \\ + \frac{4}{\pi} \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \cos 2 \pi v_0 t \cos 2 \pi v_0 t \cos (2 \pi m \Delta v_0 t - \varphi_m) dt. \end{aligned}$$

La première intégrale s'écrit

$$\frac{4}{\pi} \frac{1}{2T} \int_0^T a_0 (1 + \cos 4 \pi v_0 t) dt$$

ou, en intégrant

$$\frac{2}{\pi} a_0 \left(1 + \frac{\sin 4 \pi v_0 T}{4 \pi v_0 T} \right).$$

On voit que si $v_0 T$ est assez grand, le terme

$$\frac{\sin 4 \pi v_0 T}{4 \pi v_0 T} \text{ est négligeable devant } 1.$$

Si $T \geq 10^3/v_0$, l'erreur est inférieure à 10^{-3} .

La seconde intégrale s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{4}{2 \pi T} \left[\int_0^T \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \cos (2 \pi m \Delta v_0 t - \varphi_m) dt + \right. \\ \left. + \int_0^T A_m \cos (2 \pi m \Delta v_0 t - \varphi_m) \cos 4 \pi v_0 t dt \right]. \end{aligned}$$

La seconde de ces deux intégrales peut être négligée pour la même raison que ci-dessus. Il reste

$$\frac{4}{2 \pi T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \int_0^T \cos (2 \pi m \Delta v_0 t - \varphi_m) dt$$

qui est égale à

$$\frac{4}{2\pi T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \frac{1}{2\pi m \Delta\nu_0} [\sin(2\pi m \Delta\nu_0 T - \varphi_m) + \sin \varphi_m]$$

soit

$$\frac{2}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \left[\cos \varphi_m \frac{\sin 2\pi m \Delta\nu_0 T}{2\pi m \Delta\nu_0 T} + \sin \varphi_m \frac{1 - \cos 2\pi m \Delta\nu_0 T}{2\pi m \Delta\nu_0 T} \right].$$

En fait, puisque la largeur de bande du signal est limitée à $\pm \Delta B$, m ne varie que de $-\Delta B/\Delta\nu_0$ à $+\Delta B/\Delta\nu_0$, pour la fréquence extrême de $s(t)$; soit $\Delta B = l \Delta\nu_0$.

On a

$$\frac{2}{\pi} A_l \left[\cos \varphi_l \frac{\sin 2\pi \Delta B T}{2\pi \Delta B T} + \sin \varphi_l \frac{1 - \cos 2\pi \Delta B T}{2\pi \Delta B T} \right].$$

Pour simplifier supposons $\varphi_l = 0$.

Il vient

$$\frac{2}{\pi} A_l \frac{\sin 2\pi \Delta B T}{2\pi \Delta B T}.$$

Si l'on veut que $s(t)$ ne soit pas déformé et que la fréquence la plus élevée de $s(t)$ qui est ΔB ait son amplitude conservée avec une précision donnée, il faut que $2T\Delta B$ reste faible (dans le cas du filtre passe-bas de constante de temps $RC = \tau$ on remplacera T par 2τ). Pour une précision de 1 p. 100, il faudra

$$\frac{\sin 2\pi \Delta B T}{2\pi \Delta B T} \geq 1 - 0,01 = 0,99,$$

c'est-à-dire $2T\Delta B \leq 0,075 = \alpha_{10^{-2}}$.

Pour une précision de 5 p. 100 il faudra

Pour une précision de 10 p. 100 il faudra

Pour une précision de 20 p. 100 il faudra

Pour une précision de 30 p. 100 il faudra

$$2\Delta B T = \begin{cases} 0,175 = \alpha_{5 \cdot 10^{-2}} \\ 0,250 = \alpha_{10^{-1}} \\ 0,362 = \alpha_{2 \cdot 10^{-1}} \\ 0,473 = \alpha_{3 \cdot 10^{-1}} \end{cases}$$

e) **Compromis sensibilité-précision.** — Il y a donc deux exigences contradictoires :

— T doit être le plus grand possible, pour que soit grand le gain en rapport signal sur bruit

$$G = 2BT \quad (\text{ou } 4B\tau \text{ dans le cas du filtre passe-bas});$$

— T (ou τ) ne doit pas être trop grand, afin que $s(t)$ soit transmis sans déformation

$$2T \leq \frac{\alpha}{\Delta B}.$$

D'où finalement, une relation entre le gain en rapport signal sur bruit et la précision sur $s(t)$

$$G = \alpha \frac{B}{\Delta B}.$$

XV.4. — Détection synchrone utilisée en lock-in

XV.4.1. Principe. — Dans ce cas, le schéma général d'utilisation répond à la figure XV.3. Un phénomène physique, détermine à la sortie d'un capteur une grandeur électrique liée par une certaine loi, que l'on désire relever, à la polarisation. On dispose donc d'une source de balayage capable de faire évoluer

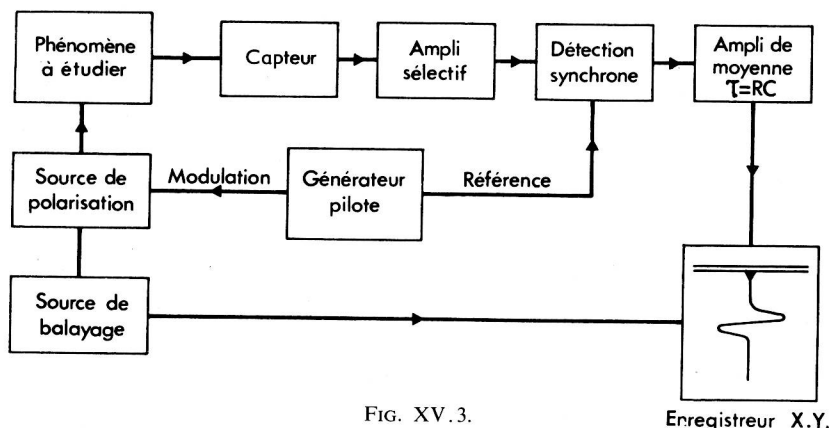


FIG. XV.3.

Enregistreur X.Y.

cette polarisation et on désire enregistrer la grandeur présentée au capteur en fonction de ce balayage (enregistreur XY). Ces mesures s'effectuent généralement à bas niveau et les capteurs introduisent un bruit prohibitif. Il est alors nécessaire de recourir à la détection synchrone. On modulera alors la source de polarisation. Le reste du schéma est celui que nous avons étudié jusqu'ici.

Lors de l'analyse d'un phénomène physique, le signal délivré par le capteur sera d'amplitude variable et de fréquence légèrement différente de ν_0 ceci à cause du balayage.

Soit à examiner un phénomène physique qui en fonction de la polarisation p , délivrerait au capteur un signal $\mu(p)$ (fig. XV.4).

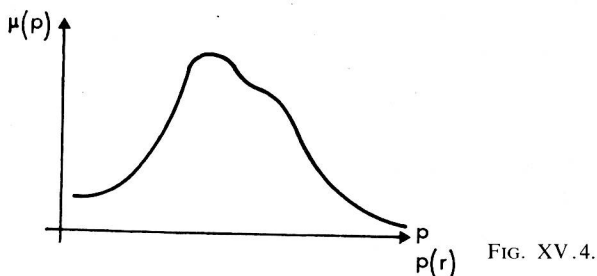


FIG. XV.4.

Pour simplifier l'analyse, on supposera que le balayage peut être récurrent, avec une période de répétition supérieure à la durée du phénomène (fig. XV.5).

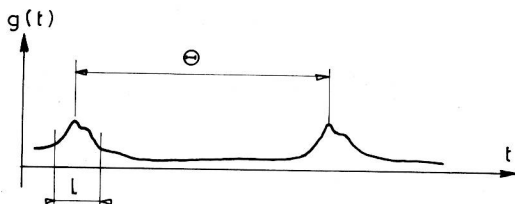


FIG. XV.5.