計量経済の手法とプログラム

山本英男
今泉　忠　著

産業図書

<著者略歴>

山本英男（やまもと てるお）

昭和33年　東京理科大学数学科卒
現　在　日立製作所コンピュータ事業部．
東京理科大，青山学院大の講師を
兼任

今泉　忠（いまいずみ ただし）

昭和37年　横浜国立大学経済学部卒
現　在　日立製作所コンピュータ事業部

計量経済の手法とプログラム　定価1200円

昭和45年9月30日　初　版

著　者　山本英男
今泉　忠

発行者　江面竹彦

発行所　産業図書株式会社
東京都千代田区外神田1-4-21
郵便番号　101-91
電話東京（253）7821（代）
振替口座東京27724番

東徳印刷・関口製本

序

計量経済学の方法の応用分野は，今後ますます拡大され，その効果が発揮されると思われる。

計量経済学の方法の適用にあたり問題となるのは，第１に目的意識を明確に規定することである．これはなにも計量経済学の方法におけるものだけではなく，一般に O. R. の方法を適用する場合と同じである．この目的意識を明確に規定しなければ，モデル・ビルディングは不可能である．ひとたび目的意識が明確に規定されれば，その目的にそったモデルを定式化できる．このとき，モデルの定式化は単に対象とする現象の諸変数間の関連を数式で表現するということではなく，明確な仮定のもとで行なう必要がある．このモデルの定式化は，対象とする現象に関して１つの理論を構成したことを意味するものである．この仮定に基づき演繹的に現象を推論する必要がある．

第２の問題は，オペレーショナルな問題として，資料面からの制約である．すなわち，モデルに規定した変数のデータがないこと，データはあってもそのデータの精度が保証されないこと，時系列として数が少ないことなどが現実に存在する．このことがモデルに質的影響を与え，極端な場合にはモデル・ビルディングは不可能となる．しかしながら，データに制約があるからといってただちにモデルを変更する態度はつつしまなければならない．

このように，計量経済学の方法を適用するに際して種々の問題はあるが，ここで，従来開発されたモデルの特徴的な面にふれてみよう．開発されたモデルは，主として官公庁のモデルである．この理由の１つには，私企業のモデルは一般に公開されないということもある．ここでは特に地域計量モデルという立場で取り上げよう．

地域計量モデルのモデルの目的意識は，地域経済発展のための政策手段の経済効果の測定を目的とするいわゆる政策モデルである．

つぎに，これらのモデルは，全国グローバル・モデルと地域別モデルとに大別される．前者は，全国をいくつかの地域に分割した全国的規模の地域モデルである．目的として国

民経済全体のなかで地域の構造的特徴を明らかにしようとするもので，全国的・地域的な経済行動を同時的に把握し，かつ地域間の関連をも把握しようとするものである．したがって，経済計画として国民経済全体を視野におき，資源の最適配分，公共投資の効率的配分などの政策的指標を与えようとするものである．

後者は，特定の地域経済に関するモデルで，財政支出の経済効果を測定する政策モデルが多い．さらに，都市計画への適用もすすめられている．

本書は，筆者達が計量経済分析用プログラム HEAP（Hitachi Econometric Analysis Program）を開発するにあたり，調査・研究ならびにプログラム開発の各段階で得た経験を主体にのべたものである．以下概要をのべよう．

計量経済学はつぎの４つの段階で構成される．

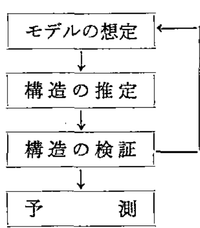
第１段階：モデルの想定（モデルのスペシフィケーション）

第２段階：構造の推定

第３段階：構造の検証

第４段階：予測

この４つの段階は，それぞれ独立に存在するものではなく，１種のフィードバック・システムとして有機的結合を有するものである．このことから，プログラムを開発するにあたり，この一連の流れにそったプログラムの構成が必要となる．



モデルの想定は，先にのべたごとく，問題設定に基礎を置く「帰無仮説」に過ぎない．したがって，この帰無仮説は，現象に対応さすと必ずしも採択される保証はない．このため各種の帰無仮説に対処すべくプログラムへの配慮が必要となる．

構造の推定は，帰無仮説に対して推定を行なうものであり，より仮定に即した推定法が必要となる．

構造の検証は，モデルはあくまでも現象の一側面からの抽象化に過ぎないものであるから，抽象化されたものと現象との対比を行なう．

また予測は，計画のためのものであり，モデルには，必ず政策手段としての制御可能な変数を含むものであるから，各種の代替案に対する結果を得るようにしなければならない.

以上の基本事項をプログラム開発の態度として考慮しなければならない.

つぎに，プログラム開発における技術的問題として推定法と数値計算が重要な課題となる．推定法には，最小２乗法と最尤法とがあり，理論上の問題のほかに，コンピュータを使用する上での経済性を考慮しなければならない.

筆者達の数多くの実験では，最小２乗法系の方が，時間的には有利であり，さらに，推定量としても好ましい性質を有している．最尤法が理論上すぐれていても，最尤法における非線型関数の極値問題は，経済的に有利ではない.

つぎに，数値計算として解の精度が問題となる．特に，最小２乗法における連立１次方程式の解，最尤法系における固有方程式の解がその対象となる．また，多重共線性の１つの処理方法として成分分析法の適用が有効であることも実証により明確である.

本書は，最小２乗法系についての理論と実験結果とを示しながら，プログラム作成の基本事項を説明したものである.

最後に，コンピュータ・サイエンス・シリーズを企画され，筆者達にその機会を与えて戴いた産業図書に謝意をあらわす次第である.

昭和45年９月

山本英男
今泉　忠

目　　次

1. 計量経済分析概説

1.1 計量経済学の目的

「計量経済学（Econometrics）とはなにか」．この素朴な質問に対する明解な解答を求めようとするならば，計量経済学に関する数多くの文献をひもといたとしても，おそらく，困難であろう．あるいは，質問に答えるための努力自体，無意味なことかもしれない．

しかし，これから計量経済学をこころざし，その応用を試みようとする人々に対して，ある程度の，計量経済学の取り扱う範囲，方法，あるいは，仮説・公準などに関して記述し，予備知識を提供することは無意味ではない．それは，のちに展開される計量経済学の方法が，数学および近代統計学を駆使した，あまりに優雅な方法であるために，統計的手法にのみ熱中したり，あるいは，使用される統計的手法が複雑かつ難解で，さらに，急速に発達したコンピュータおよびソフトウエアにより，誰でも簡単に利用できる経済分析用アプリケーション・プログラムが出現したため，統計学の基礎理論をおろそかにし，いたずらにモデルを大きくしたり複雑にする可能性を内在しているからである．

まず，数理経済学と計量経済学を対比させてみよう．このことは，計量経済学とはなにかという質問に完全な解答を与えないにせよ，ひとつの手がかりを提供する．

数理経済学は，元来，マクロ経済分析に対する数学の応用であり，広範な経済集計量間の因果関係を数学の手法を借りて説明するものである．すなわち，経済変量間の複雑な関係を簡単な数学的モデルで表現し，実際の経済の運動法則を分析する実証的経済学である．そして，そのモデルは，数学的に厳密に成立するものとして説明される決定論的モデルである．

一方，計量経済学は，近年においては，その対象をミクロ経済分析，すなわち，計画や最適化問題などを取り扱う規範的経済学の領域へ拡張される方向にあるが，もともと経済集計量間の関係を，数量的に把握することを目的としている．そして，数理経済学との大

きな差異は，数理経済学におけるモデルが，経済変量間の関係が厳密に成立する数学的関数関係として定式化されるのに対し，計量経済学では，必ずしも厳密に関数関係が成立するのではなくして，あるいは関数関係を数量化するための作業的仮説にすぎないかもしれぬが，経済変量が種々の不確実性のもとに把握されることを是認し，経済集計量間の関係にランダム機構を導入する，いわば確率論的モデルとして定式化される点に求められよう．

モデルを確率論的に取り扱うことは，古くから，需要関数，供給関数，生産関数，費用関数など，多方面に，回帰分析の名のもとに行なわれている．したがって，特に新しい試みではない．衆知のごとく，伝統的回帰分析においては，説明変数*は残差項（攪乱項）と統計的に独立であるとの前提のもとで正当化される．たとえば，ある商品の需要量は当該商品の相対価格に依存するという命題を定式化したとき，相対価格と需要量とは統計的に独立であるということが説明しうるならば，関数関係の数量化のために回帰分析手法の適用が理論的に正当化される．しかし，需要量と相対価格の関係をより広く，より精密にとらえようとするならば，その商品の供給面についても考慮せざるをえない．いま，供給量も相対価格に依存し，需要量と供給量とは事後的に等しいという命題に拡張してみよう．

そして，需要量，供給量および価格が同時に決定されるものとしよう．この命題を数式で表現すればつぎのようになる．

$$q_d = \gamma_{10} + \beta_{13}p + u_1 \tag{1.1}$$

$$q_s = \gamma_{20} + \beta_{23}p + u_2 \tag{1.2}$$

$$q_d = q_s \tag{1.3}$$

ここで，q_d はある商品の需要量を，q_s は供給量を，p は相対価格をあらわす．また，u_1，u_2 は残差項（攪乱項）であり，ギリシャ文字はパラメータをあらわし，添字は特に意味はない．

このとき，伝統的回帰分析手法の適用は不可能となる．なぜなら，このモデルが相対価格と攪乱項の統計的独立性を否定しているからである．よって，回帰分析手法を適用したとしても，ある商品の需要・供給のメカニズムを部分的に説明しうる可能性をもつのみで，それ以上のことはなにも結論しえない．

---

* 変数 $Y, X_1, X_2, \cdots\cdots$ の間に，$Y=f(X_1, X_2, \cdots\cdots; u)$ なる関数関係があるとき，$X_1, X_2, \cdots\cdots$ を説明変数（explaining variables）とよび，Y を被説明変数（explained variables）とよぶ。また，u を残差項，誤差項，攪乱項などとよぶ。

要するに，経済現象をより精密にモデル化し，数量化しようと試みるならば，モデルは必然的に連立方程式モデルとなり，単一方程式モデルの場合にのみ適用可能な回帰分析手法は，その適用の理論的根拠を失うことになり，連立方程式モデルのための同時推定法が必要となる．

計量経済学における確率論的モデルは，このように，確率論的連立方程式モデルであるという点に大きな特徴があり，また，そのモデルに対する数量化を目的としている．

以上のべたことを要約すればつぎのようになる．

複雑な経済現象を，伝統的に築きあげられてきた経済理論および数学を利用して，経済集計量間の確率論的関数関係として連立方程式で定式化し，近代統計学の手法を用いて数量化し，経済の運動法則を実証的に探究することを目的とする．

1.2 計量経済学と統計学

計量経済学のひとつの目的である経済現象の因果関係の数量化のためには，近代統計学の手法が駆使される．よって，計量経済学が統計学と同一のものであるような錯覚を覚えることがある．

たしかに，計量経済学の中心課題が統計的推定の問題であり，経済学，統計学および数学の境界領域を取り扱う，あるいは三位一体となった学問であるから，当然のなりゆきかもしれない．

しかし，計量経済分析においては，経済理論を背景として現象をモデル化し，統計学の問題領域へ橋わたしすることが，むしろ重要な問題であるように思われる．いわゆるモデルのスペシフィケーション（specification）の問題である．モデルのスペシフィケーションのいかんにより異なった統計的手法が必要であり，むずかしくもやさしくもなる．たとえば，単一方程式モデルあるいは逐次決定モデルならば最小２乗法が正当化されるが，同時決定の連立方程式モデルでは，通常の回帰分析的な最小２乗法は適用不可能であることはすでにのべた．さらに，線型モデルにするか非線型モデルにするか，定義式の有無，先験的零制約*のおき方，パラメータに関する一般的な制約の有無等々，数量化するための統計的手法に影響を与えるスペシフィケーションの問題は枚挙にいとまがない．したがっ

* たとえば，第1.3.3節を参照のこと．

て，モデルを数量化するための手段・道具として統計的手法を利用するだけで，問題の核心はモデルのスペシフィケーション，あるいは，統計学の領域への橋わたしにあるといえよう．

統計学の問題への変換については節をあらためて説明するが，ひとたび統計学の問題領域にはいり込めば，計量経済分析者は，推定の問題を純粋に統計学的に取り扱うことをためらわず，統計学としての基準，推定量の好ましさ，すなわち，不偏性，一致性あるいは有効性などの性質をもつ推定量を求める．そして，残差項の変動（分散）の小なることを望みながらも，仮りに大きな変動をもつとしても，攪乱項に関する理論的仮説（後述）を満足し，推定量が不偏性とか一致性とかの特性をもつならばそれで十分満足される．

一方，このような統計的仮説に関しては検定が可能であるが，スペシフィケーションにもとづく過誤については，モデル全体が帰無仮説としての性格はもつが，統計的検定もさることながら，経済学的意味づけによる判断が優先するために，統計学とははなれて考えるべき性質のものであろう．

たとえば，モデルを線型にした場合と非線型にした場合の差異を統計的検定のみに委ねることは無意味である．ただし，因果関係に取り入れたある変数が有意であるか否かなどに関する問題については，統計的検定が重要視されるであろう．

1.3 統計的問題へのおきかえ

1.3.1 攪乱項の導入

経済現象をモデル化した経済変量間の関数関係に，攪乱項（disturbance terms）とよばれる確率変数を導入した．その理由の1つを式（1.1）の需要関数について説明しよう．式（1.1）は，ある商品の需要量は当該商品の相対価格に依存するという命題を関数表現したものである．数理経済学におけるモデルでは，相対価格に‘のみ’依存するということを確定的，決定論的な仮説として定式化するが，計量経済では必ずしもそこまで強くは主張しない．むしろ，買手の所得にも，天候とか気温などの自然現象，あるいは個人的な趣好など，もろもろの要因に依存することを積極的に認める．

それら数多くの要因のうち，特に理論的に重要かつ測定可能な要因をとりあげ関数表現し，その他の要因を一括し攪乱項として定義する．もともと取り扱われる経済変量が集計量であり，攪乱項に関しても測定不可能ではあるが集計量としての性格をもつ．集計量は

個々の経済単位の和として把握され，それぞれの経済単位の変動は不確定要素が多く，確率変数としてとらえることに大きな疑問はない．しかも，それらの要因が非常に多いことからして，統計学における中心極限定理に訴え，測定不可能な集計量としての攪乱項を確率変数としてとらえ，さらに正規分布に従うと仮定しても正当化されうるであろう．要するに関数関係として表現しえない偶発的要因をまとめて表現したものが攪乱項である．ここで注意すべきことは，各変量に関するデータの測定誤差については攪乱項には含めないことである．データに測定誤差を認めた場合には，異なる，より困難な問題を生じるため，本書でも測定誤差はないという条件のもとで話が進められるであろう．

なお，連立方程式モデルの場合は，多次元正規分布に従うと仮定される．

また，攪乱項に関するその他の仮定については第 2.1 節にのべられる．

1.3.2 モデルと線型性

さて，攪乱項の分布に関する仮定が設定されたので，統計学の領域へ１歩はいり込んだことになる．しかし，攪乱項の仮定のみではいまだパラメータを推定するまでにはいたらない．パラメータとはなにか，モデルとはなにか，構造とはなにかなどについて明確化し，推定の対象を定めなければならない．

経済変数は，内生変数（endogenous variables）と外生変数（exogenous variables）とに大別される．前者がモデルによって説明される変数であるのに対し，後者はモデル内にあらわれるがモデル外から与えられる変数である．さらに変数に時間的要因を考慮すれば，時間のラグ（遅れ）のある場合とない場合とに分類できる．時間のラグのない内生変数は同時従属変数（jointly dependent variables）とよばれ，同様に時間のラグのある内生変数および外生変数は先決変数（predetermined variables）とよばれる．

いま，従属変数を y，先決変数を z，攪乱項を u であらわし，経済現象をつぎの G 個の連立１次方程式で表現したとしよう．

$$\left.\begin{array}{l}
\beta_{11}y_1+\beta_{12}y_2+\cdots\cdots+\beta_{1G}y_G+\gamma_{11}z_1+\gamma_{12}z_2+\cdots\cdots+\gamma_{1K}z_K=u_1\\
\beta_{21}y_1+\beta_{22}y_2+\cdots\cdots+\beta_{2G}y_G+\gamma_{21}z_1+\gamma_{22}z_2+\cdots\cdots+\gamma_{2K}z_K=u_2\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\beta_{G1}y_1+\beta_{G2}y_2+\cdots\cdots+\beta_{GG}y_G+\gamma_{G1}z_1+\gamma_{G2}z_2+\cdots\cdots+\gamma_{GK}z_K=u_G
\end{array}\right\} \quad (1.4)$$

式（1.4）を行列記号を用いて書き換えればつぎのようになる．

$$\mathbf{B}\underset{\sim}{y}'+\boldsymbol{\Gamma}\underset{\sim}{z}'=\underset{\sim}{u}' \quad (1.5)$$

ただし，

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\beta_{11}\beta_{12}\cdots\cdots\beta_{1G}\\ \beta_{21}\beta_{22}\cdots\cdots\beta_{2G}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ \beta_{G1}\beta_{G2}\cdots\cdots\beta_{GG}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\Gamma}=\begin{bmatrix}\gamma_{11}\gamma_{12}\cdots\cdots\gamma_{1K}\\ \gamma_{21}\gamma_{22}\cdots\cdots\gamma_{2K}\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ \gamma_{G1}\gamma_{G2}\cdots\cdots\gamma_{GK}\end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{y}'=\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ \vdots\\ y_G\end{bmatrix}\quad \underset{\sim}{z}'=\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\\ \vdots\\ z_K\end{bmatrix},\quad \underset{\sim}{u}'=\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\\ \vdots\\ u_G\end{bmatrix}$$

“'” は転置をあらわし，“～” はベクトルをあらわす．

さて，モデルとは，式（1.5）における係数（**B**, $\boldsymbol{\Gamma}$）および攪乱項の分布パラメータ，すなわち，分散共分散行列（$\boldsymbol{\Sigma}$）よりなる未知パラメータの集合，[**B**, $\boldsymbol{\Gamma}$ | $\boldsymbol{\Sigma}$] のことをいい，構造とはこれらの未知パラメータに特定の値を代入したものをいう．

計量経済学の目的が経済変量間の関係の数量化であることはすでにのべた．すなわち，構造を推定することである．しかし，構造に関する上記の定義に従えば，1つのモデルに対して無数の構造が存在することになる．そこで計量経済学では，“真の構造” はただ1つしか存在しないという公準をおき，構造の推定を可能ならしめる．

また，統計学的にいえば，構造を推定するということは，経済変量の母集団における特性を推定するのではなく，パラメータ空間，[**B**, $\boldsymbol{\Gamma}$ | $\boldsymbol{\Sigma}$] における1つの点（真の構造）を推定することであり，このパラメータ空間，すなわち，モデルが線型空間であると仮定される．

モデルが非線型の場合についてはいまだ理論的に確立しておらず，今後の大きな研究課題であろう．

1.3.3 構造の識別

攪乱項の導入，分布の仮定，そしてモデルの線型性を仮定した．これで構造が推定されうるであろうか．以上のような仮定をおいても，モデルから1つの真の構造と考えられるものが一意的に識別される（identified）とはかぎらない．

式（1.1)～(1.3）で与えられた簡単な需要・供給モデルを考えよう．

需要と供給が等しいという式（1.3）の条件を，式（1.2）の供給関数に代入すればつぎ

の2本の方程式からなる連立方程式が得られる.

$$q_d = \gamma_{10} + \beta_{13}p + u_1 \tag{1.6}$$

$$q_d = \gamma_{20} + \beta_{23}p + u_2 \tag{1.7}$$

統計的手法および統計データを用いて,(1.6) 式の需要関数のパラメータ (γ_{10}, β_{13}) を推定したとしよう. その推定値が需要関数のパラメータの推定値であることを断言することができるであろうか. 需要関数のパラメータの推定値かもしれない. あるいは供給関数のそれかもしれない. おそらく, いずれのものでもないであろう. たとえば, 式 (1.6) を a 倍し, 式 (1.7) を b 倍し (a, b は 0 でない任意の定数), 両式を加えれば,

$$(a + b)q_d = (a\gamma_{10} + b\gamma_{20}) + (a\beta_{13} + b\beta_{23})p + (au_1 + bu_2) \tag{1.8}$$

となり, $a + b$ で両辺を割れば式 (1.9), あるいは, 式 (1.10) が得られる.

$$q_d = \frac{a\gamma_{10} + b\gamma_{20}}{a + b} + \frac{a\beta_{13} + b\beta_{23}}{a + b}p + \frac{au_1 + bu_2}{a + b} \tag{1.9}$$

また, $w_0 = (a\gamma_{10} + b\gamma_{20})/(a + b)$, $w_2 = (a\beta_{13} + b\beta_{23})/(a + b)$, $v = (au_1 + bu_2)/(a + b)$ とおけば,

$$q_d = w_0 + w_1p + v \tag{1.10}$$

すなわち, 式 (1.6) および式 (1.7) より, 無数の同形式の関数が合成され, 需要関数のパラメータを推定したつもりでも, なにが推定されたか判断することは不可能である. このような問題を構造の識別問題といい, この例のような場合, 需要関数および供給関数は, ともに識別不可能 (not identifiable) であるという.

式 (1.6) を a 倍し, 式 (1.7) を b 倍し両者を加える操作をより一般的にのべれば, 式 (1.5) の連立方程式において, 左から, G × G の正則行列 $\boldsymbol{\Upsilon}$ を掛けて,

$$\boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{B}\underset{\sim}{y}' + \boldsymbol{\Upsilon}\boldsymbol{\Gamma}\underset{\sim}{z}' = \boldsymbol{\Upsilon}\underset{\sim}{u}' \tag{1.11}$$

なる連立方程式に変換したことを意味する. そして, 式 (1.5) と式 (1.11) は, 統計的手法および統計データからみて, なんらの差異もなく, したがって, ある構造と同等な構造 (observationaly equivalent structures) が無数に存在することを示している. いいかえれば, 攪乱項あるいは従属変数の分布を仮定したとき, 同一の分布から2つ以上の構造が推定されることを示している.

ふたたび需要・供給モデルに戻ろう. いま, 需要を説明する要因として, 可処分所得 (Y) をとり入れたとしよう.

$$q_d = \gamma_{10} + \beta_{13}p + \gamma_{11}Y + u_1 \tag{1.12}$$

ここで，可処分所得は外生変数とし，攪乱項 u_1 とは統計的に独立であるとする．このとき需要関数，式（1.12）は，やはり識別不可能である．式（1.7）の任意の定数倍した式を式(1.12）に加えることにより，式（1.12）と同等な構造をもつ無数の方程式を考えることができるからである．しかし，供給関数は識別可能である．

需要関数に可処分所得 Y を追加したことは供給関数にも Y を追加したことを意味する．より正確にいえば，供給関数における可処分所得 Y の係数を先験的に零としたことを意味する．すなわち，

$$q_s=\gamma_{20}+\beta_{23}p+\gamma_{21}Y+u_2 \quad (\gamma_{21}=0) \tag{1.13}$$

よって，もし $\gamma_{21}=0$ とせず，未知の推定すべきパラメータとするならば識別不可能になることからして，つぎのことが結論される．

一般に，構造は識別不可能である．識別可能となるのは，モデルになんらかの先験的制約（通常，零制約の形をとる）がおかれた場合である．モデルになんらかの先験的制約がおかれ，式（1.11）における正則変換行列 $\varGamma$ が単位行列のみとなったとき，構造は識別可能となる．いいかえれば，パラメータ空間〔$\mathbf{B}$, $\varGamma$ | $\varSigma$〕のある部分空間を考えたときのみ，一意的に構造が推定されるということを意味している．詳細については第 2.2 節にのべられる．

1.4　構造の推定

前節で，経済変量間の関係を数量化するため，問題を統計学の領域へ一応引き継いだことになる．よって，第 1.2 節でのべた統計学としての基準，推定量の望ましさの尺度にもとづき，構造の推定が行なわれることになる．

まず，構造の推定ということを統計的問題として再整理しておこう．

「モデルが，

$$\mathbf{B}\underset{\sim}{y}'+\varGamma\underset{\sim}{z}'=\underset{\sim}{u}'$$

で与えられている．ここで，$\mathbf{B}$, $\varGamma$ の要素のうち，いくつかの要素は先験的に与えられている（既知）とし，各方程式はすべて識別可能であるとする．

攪乱項（$\underset{\sim}{u}$）は確率変数で期待値 $\underset{\sim}{0}$，分散共分散行列 $\varSigma$ をもつ多次元正規分布に従うが，観測不能である．先決変数 $\underset{\sim}{z}$ は攪乱項と統計的に独立であり，各変数につき T 個の点が与えられる．従属変数 $\underset{\sim}{y}$ は確率変数で，各変数につき，T 個の点が与えられてお

り，ランダム・サンプルであるとする．

このとき，未知のパラメータ，$\mathbf{B}$, $\boldsymbol{\Gamma}$ および攪乱項の分散共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ を推定せよ．」

この問題において，攪乱項の分布の正規性は仮定しなくても推定することが可能である．また，標本は経済時系列データであり，時間的要因を考慮して，時間的に独立であるとの仮定が設定される場合もある．

いずれにせよ，仮定が異なれば異なる推定法が適用されるし，また仮定が同じでもいろいろの推定法が考えられる．推定法としては，大別して，最小２乗法系と最尤法系とがあり，それぞれの応用による各種の推定法が開発されている．したがって，どの推定法を適用したらよいかを知るためには，各推定法による推定量の統計学的な望ましさの尺度により判断しなければならない．

推定量の特性としては，小標本特性と大標本特性とに区別される．

小標本特性は，標本数を固定して繰り返し異なる標本を抽出した場合の特性であり，不偏性（unbiasedness），有効性（efficiency）および最良不偏性（best unbiasendness）の３つがある．

不偏性は，推定量の期待値が真のパラメータに等しいという性質であり，有効性は，推定量のバラツキ（分散）が最小であることを意味する．また，最良不偏性は，不偏性と有効性の両特性をもつ推定量のことをいい，一般に最も好ましい特性である．

一方，大標本特性は，標本数をしだいに大きくしたときの特性であり，一致性（consistency），漸近的正規性（asymptotic normality）および漸近的有効性（asymptotic efficiency）があげられる．

一致性というのは，標本数をしだいに大きくしたとき，推定量が真のパラメータに確率収斂する場合であり，漸近的正規性は，同様に，推定量の分布がかぎりなく正規分布に近づく性質をいう．漸近的有効性は，一致性および漸近的正規性の特性をもち，かつ，推定量の分散が最小である場合をいう．

どの推定量が，いかなる仮定をおいたとき，どのような特性をもつかは第４章でのべる．

1.5 計量経済分析とコンピュータ

1.5.1 計量経済分析の普及

以上のべてきたような計量経済学の領域および方法論的基礎は，1940年代～1950年代に