
R.A.フィッシャー著

研究者のための統計的方法

防衛大学教授 遠藤健児 共訳
一橋大学教授 銅谷清治

森北出版株式会社

研究者のための統計的方法

版權獲得 1969

1970年2月15日 第1版第1刷発行
1979年8月20日 第1版第7刷発行

定価はケースに表示
してあります。

訳者との協議
により検印は
廃止します。

訳者	えん 遠	どう 藤	けん 健	じ 児
	なべ 鍋	や 谷	せい 清	じ 治
発行者	森	北		肇
印刷者	小	笠	原	秀雄

発行所 森北出版 株式
会社

東京都千代田区富士見 1-4-11
電話 東京 (265) 8341 (代表)
振替 東京 1-34757 郵便番号 102

日本書籍出版協会・自然科学書協会・工学書協会 会員

落丁・乱丁本はお取替えいたします

印刷 秀好堂印刷／製本 長山製本

3041-0908-8409

Printed in Japan

訳 者 の 序

本書は、1925 年に初版が出版された Sir Ronald Aylmer Fisher (1890～1962) の著書 *Statistical Methods for Research Workers* の第十三版 (1958, 1963) の全訳である。著者は、現代の統計学の開拓者として劃期的な数々の業績を打ち立てて、統計学史上に不滅の名を遺し、また農学、遺伝学などの分野でもその名は広く知られている。本書は、新しい考え方による統計学の書物としては最初のものであるが、ここ半世紀の間に示された統計学の著しい発展の端緒を与えた革新的な労作であって、統計学の原典として高く評価されている。今日では、本書が引用されていない統計学の教科書はほとんどないであろう。

本書はすでに仏、独、伊、西の各国語に翻訳されており、またわが国で訳書が出版されるのも、これが初めてではない。1952 年に第十一版に基づいて、今回と同じ訳者による訳本が荘文社から出版された。今回の翻訳にあたって、この訳本を土台にしている。原著の第十三版では、第十一版と比べて十数か所の加筆が行なわれているが、そのほとんどは、J. Neyman らとの対立点について、著者の主張を一そう明確に表現したものといえよう。

旧訳のときには、著者の意図を正確にしかも平易に訳出することに最も意を用いた。今回は、表現や用語についてさらに改めるべき点を改めて、一そう読みよくわかりやすくすることを心掛けた。

旧訳当時は洋書の入手も困難であったし、国内でも現在のように統計学の書物が普及してはいなかったので、かなり多数の項目について補注をつけ加えた。しかし今回は、ふつうの統計学の教科書に述べてあるような入門的な項目はなるべく割愛して、補注をつけるのは、主として本書に特有な事項に限定することにした。補注をつけた箇所は、本文の中で [注 12] のように小活字で示してある。

なお式の記法とか、記号の用法などの点については、一般の慣用と異なるところもあるが、これらは原則として、原著の形態をそのまま残すことにした。

Fisher は本書のほかに、統計学に関して *The Design of Experiments* (初版 1935) および *Statistical Methods and Scientific Inference* (初版 1956) という 2 書を著わして、本書とあわせて統計学における Fisher の 3 部作として知られている。この 3 冊の書物は内容的にも深い関連をもっていて、本書のなかでもこの 2 書がしばしば引用されている。*The Design of Experiments* については、1953 年に出版された訳書の改訳を、同じ方針で行なう予定である。最後の著書については、別の訳者による訳書^{*)}が出版されている。Fisher の伝記とか、論敵 J. Neyman らとの対立点などについては、同書における訳者の解説を読んでいただきたい。

今回の出版にあたって、森北出版と秀好堂の諸氏には、組版上の厄介な注文をきいていただくなど、多大のお世話になった。また旧訳のときにいろいろと教えて下さった方々にも、重ねて感謝の意を表わしたい。

1969 年 12 月 訳 者

^{*)} 渋谷政昭・竹内啓訳、フィッシャー 統計的方法と科学的推論, 1962, 岩波書店。

編集者の序

生物学の研究がますます専門化するにつれて、ある1人の著者だけで最近の学問の進歩を適切に論ずることはできなくなった。研究生にとって、自分が関心をもつ問題に関して、学問の現状について正確な概念を得ることは非常に困難な実状である。このような状況に対処するために、研究双書が教科書の補足をなしている。

この双書の目的は、生物学の広汎な研究分野のなかのある部門において、既になされた仕事に関する権威のある説明を与えることであり、それと同時に、特殊な研究分野の発展にとくに貢献した人たちに対して、学術雑誌のなかに散在している彼等の研究成果を、さらに拡張した形で紹介し、既に成し遂げられたことや未解決の問題との関連を示す機会を提供することにある。

現在の世代は、“動物生理学がまだ形態学から分離していなかった古い時代における慣習への復帰”を示している。一般生理学や実験生物学の分野において、また経済学上の問題に対する生物学上の原理の応用のなかで、いまでは著しい進歩がみられる。ときには統計的方法による膨大なデータの分析が必要となり、生物学研究者はたえず新しい統計的な問題に直面するけれども、その問題に対する適切な解法は、現存の統計学の教科書には示されていない。これらの要求を満たすために本書が用意されたのであるが、第二版以降に対する需要がはやばやとあったことは、この企画に対する著者の成功を示している。

F. A. E. C.

D. W. C.

第十三版の序

本書を著わす前の数年間、私は Rothamsted における幾つかの生物学研究室とかなり緊密な協力のもとで仕事をしていた。本書は確かにその環境の成果であった。研究者の直面する統計的な問題に日々接することから、新しい統計的方法の基礎になる純数学的な研究に対する刺激が与えられた。生物統計学派から教え込まれてきた伝統的な手段が、実際的な研究からの要求に対して全く不適当なものであることは明らかであった。数多くの相関の測度を求めるために無益な労力を費やし、標本論の問題を小標本のゆえに蔑視してその難点を避けてきたことが、明らかにその權威を損なう端緒となったのである。生物統計学派の方法は目標を誤っていたばかりでなく、その努力のわりには十分正確なものではなかった。私の見解によれば、小標本論の意義を認め、これを研究して初めて實際上のデータに対する正確な検定ができるように思われた。本書の初版は、同僚の激励と、故 W. S. Gosset (“Student”) 氏とその助手 E. Somerfield 氏ならびに W. A. Mackenzie 嬢の貴重な助力とによって出版され、そういう革新的な試みには避け難い厳しい批判を経てきたのである。

現在では正確な有意性検定のために弁解をする必要はなくなっている。もともとはごく少数の人たちのために企てられた本書に対する要求が、長い間に次第に増加してきたことは、その計画の中で初めは疑問視されていたに違いない新しい考えのうち、少なくとも幾つかは正しかったことを示している。(自由度の認識、有意性検定に使う関数の表を作る際に定まった確率水準を用いること、分散分析法、実験を計画する際の無作為化の必要性など。) 私は最近における数学の多大の進歩がもたらした実際的な意義に深い感銘を受けた。しかしそのような進歩も、ある人たちには学者の先端的な研究としか考えられなかった。私はまた統計的方法に関する数学的理論には立ち入らないで、現実に現われるデータに適した実際上の手続きを示すという形で最近の結果を紹介した書物を、研究に経験のある人たちが高く評価することを確信している。一般論における定理を実際に応用するのは、数学的な証明によ

って定理を確立することとは別の技術である。応用に際しては、定理の意味をよく理解することが必要であって、数学的な証明を必要としない人たちにでも、定理の応用が役に立つ場合は少なくない。この計画を実現するためには、版を改めるごとに新しい題材を追加して、拡張や進歩を説明しなければならなかった。これらの価値はその間に経験によって確立されてきたのである。

大抵の場合、新しい方法を使うとデータの取扱いが実際に簡単になる。ある大学では、初等統計学の講義において不必要な近似計算や不適当な慣習をいまだに固執して、そのために多くの学生が正確な方法を使うことを妨げている。本書を読む際には、伝統から離脱していったのは気まぐれによるのではなく、それが確かに役に立つことが認められたからであったことに留意すべきである。

内容の配列については本書は特に初版の形態をそのまま残してある。最近の書物では、教師の立場からは当然であるが、分散分析法をもっと早く導入して、そのためにページ数も余計に与えてある。したがって私に比べると、以前には相関係数に含まれていた分野から、一そう直接的な取扱いのできる問題をさらに多く取り出す方法をとっている。内容の配列を根本的に改めるという困難な仕事を行なわなかった弁解として、私は次の理由をあげておきたい。それは、以前の著者たちが論じた問題を理解して、それをもっと簡単に、あるいはさらに包括的に取り扱う思想体系の中に翻訳できることは、非常に価値のあることだからである。そこで私は、初めに24節と24.1節とに現われたいくつかの例が、分散分析の手続きによっても取り扱えることを指摘するだけにとどめた。

本書全体を理解できるクラスには、相関論に関する30節から40節までを、分散分析法の応用について経験を重ねたあとにまわすべきであると今では考えている。しかし相関論や偏相関論は数量生物学に非常に大きな影響を及ぼしているので、その方面の文献を理解するためには、相関と偏相関の概念について後に時間をさかなければならない。

統計的推定の原理に関する詳細的確な説明は大切なので、第二版ではこれを加えてIX章とした。推定の問題は初版では概括的に取り扱っているだけ

であったので、実際に重要なことであるにもかかわらず、不幸にして今なお学生たちに教えられている、明らかに誤った手続きを実用から追放するために、教師たちから十分な注意をひくには至らなかった。新しい章を加えたので初版の6節と例1は省かれた。第三版ではIX章に2つの新しい節(57.1と57.2)を設けて、最尤法ならびに情報量の算出に関する応用例を追加した。のちに出版された K. Mather の名著 *The Measurement of Linkage in Heredity* では、遺伝に関するさらに広範囲の例題について適切な手続きが説明されている。

第三版では27節において直交多項式を作る一般的な方法を追加した。それは、ある種の重要なデータについて6次以上の多項式を使う必要にこたえたものである。28節と28.1節で述べた方法についての簡単でしかも直接的な代数的証明は、F. E. Allan 嬢によって発表された。

第四版ではIII章の付録における積率の記号を一新することにした。この理由は、その記号をそれまでに使いなれているという利点よりも、その不便さのほうが強く感じられたからである。この版ではおもな新事項として、次第に使われるようになってきた共分散分析に関する49.1節を付け加えた。回帰公式からの偏差の有意性検定について、適当な方法を求めかねている著者もあるので、第五版では49.1節をさらに拡張した。

このほかに第五版において付け加えた節として、F. Yates によって最近導入された、連続性のための修正を述べた21.01節と、 2×2 分割表の正確な有意性検定に関する21.02節とがある。多数の変量に関する回帰方程式を扱っている研究者は、29.1節に興味をもつであろう。29.1節では、幾つかの変量を取り除いたほうが都合のよいことが、終わりの段階でわかったときに用いられる、比較的簡単な補正法を述べてある。面倒な再計算を行わずにその補正ができるので、過去において適当と考えられていたものより、さらに多数の独立変量を取り上げるのにためらわなくてすむはずである。

これまで5節は有意性検定に使う数値表の説明にあてられていたが、統計的推理の発展に貢献したおもな人びとに関する歴史的注釈を述べることにした。

第六版では22節の例15.1において、段階的に細分したデータの均一性に

関する新しい検定を述べることにした。さらに、回帰による推定値の抽出誤差に関する Working と Hotelling の公式と、29.2 節における多項式のあてはめの際の逐次和の使用法の拡張とについても注意を促した。

z の表を有意水準 0.1 % にまで拡張したのは W. E. Deming 博士によるのである。用いようとする検定が、前もって選ぶう幾つかの検定の中で最も好都合なものであるためには、こういう高い有意水準が特に有用である。

第七版で行なった 2 つの改訂を述べておく。27 節を拡張して、多くの実地研究者に理解しやすいように、観測値の間の直交比較を使って直交多項式論に関する一そう完全な序説とした。またこの方法によれば、計算の仕組みがもっと簡単になって、しかも非常に複雑な代数式を使わずに、もとの処理法の一般性を保つことができる。ふつうに使われる範囲の 5 次までの直交多項式の値については、今では *Statistical Tables* 中の数表が利用できる。

49.2 節は、多重測定を用いて最良の判別関数を作るという重要な新しい問題の概要を述べるために付け加えた。この方法に対する有意性検定は近似的であって今後の研究に値する。この方法で解ける問題が種々あることは大いに注目すべきである。

第九版における新たな節は、推定に用いる証拠の均一性の検定に関するものである。これは前の例題で説明した独立な証拠を結合する方法の当然な論理的補足である。第十版では、平均や回帰係数の比の信頼限界を求めるための t -検定の拡張を述べてある (26.2 節)。

実験の原理に関して、VIII 章のいくつかの節だけでは、純粹の統計学には属さない問題について正しい見方をするにはつねに不十分であったので、この方面の事項は別の著書 *The Design of Experiments* (Oliver and Boyd, 1935, 1937, 1942, 1947, 1949, 1951, 1953) で述べることにした。本書の数表を初めとして、種々の統計学上の目的のために計算した幾つかの数表は、その用例とともに *Statistical Tables* (Oliver and Boyd, 1938, 1943, 1948, 1953, 1957) に収めてある。これらの本はとともに、1 つの学習課程としては有用性を損なう虞れのある方向へ本書を拡充する要求に答えたものである。熱心な読者は、これらの書物も役に立つことがわかるであろう。

今世紀の半ばから、統計的方法に関するおびただしい数の文献が公けにさ

れてきた。その著者の大部分は数学教育の部門に属していて、かれらの先駆者のある人たちよりは、数学者としてよく訓練されている。しかしながら、かれらの経験は自然科学の教育や知的訓練にまで及んではないことも多く、このため瑣末で無用な論議に多くの紙面がさかれている。競合の結果として、伝導者のような熱心さをもって、いろいろな方法が発表されることになった。本書と *Design of Experiments* の中で述べた方法は広く用いられてきたが、基礎にある論理はしばしば誤解されて、間違った数表が公けにされてきた。そこで 1957 年に、帰納法に関する論理を内容とした *Statistical Methods and Scientific Inference* という表題の書物を発表して前の 2 書を補足した。この中では、信頼確率のような論理的概念について詳細でしかも明確な論証が与えられているが、もちろんこれらの概念は、決定関数や逆確率などのような接近法とは全く別なものと認められている。

節、表、例の番号は新しい題材を加えても変えなかったのもので、ページ数は違ってきても、節、表、例の引用はどの版についても当てはまる。

1958 年 Cambridge 大学遺伝学部

目 次

訳 者 の 序	i
編 集 者 の 序	iii
第十三版の序	iv
I. 序 説	1
1. 統計学の範囲	1
2. 一般的方法, 統計量の算出	5
3. よい統計量の条件	8
4. 本書の内容	11
5. 歴史的注釈	14
II. 図 表	18
7.	18
8. 時間図表, 成長率, 相対成長率	18
9. 相 関 図 表	22
10. 頻度分布図	25
10.1 頻度の変換	28
III. 分 布	32
11.	32
12. 正 規 分 布	33
13. 正規分布のあてはめ	35
14. 正規性からの隔たりの検定	40
15. 不連続な分布	42
16. Poisson 系列の小標本	45
17. 標本の中の有機体の有無	48
18. 二 項 分 布	50
19. 二項系列の小標本	54
付録 記号と公式	56

IV. 適合度，独立性ならびに均一性の検定	62
20. χ^2 分布	62
21. 独立性の検定，分割表	67
21.01 連続性のための Yates の補正	73
21.02 2×2 表の正確な処理法	75
21.03 χ^2 分布に基づく正確な検定	77
21.1 有意性検定における確率の結合	78
22. χ^2 の成分への分割	79
V. 平均，平均の差および回帰係数に関する有意性検定	90
23. 平均の標準誤差	90
24. 標本平均の有意性	93
24.1 2つの平均の比較	96
25. 回 帰 係 数	101
26. 回帰係数の抽出誤差	103
26.1 回帰係数の比較	110
26.2 平均の比と回帰係数の比	111
27. 回帰曲線のあてはめ	115
28. あてはめのための計算法	119
28.1 多項式の値の計算	121
29. いくつかの独立変量に対する回帰	123
29.1 独立変量の省略	129
29.2 頻度が等しくない場合の多項式のあてはめ	131
VI. 相 関 係 数	138
30.	138
31. 相関係数の統計的推定	144
32. 偏 相 関	147
33. 相関係数の精度	151
34. 観測上の相関係数の有意性	152
35. 相関係数の変換	155
36. 系統的誤差	161
37. 系列の間の相関	162

VII. 級内相関と分散分析	167
38.	167
39. 級内相関係数の抽出誤差	170
40. 分散分析の1例としての級内相関	175
41. 分散の差に関する有意性検定	178
42. 3個以上の成分への分散分析	184
VIII. 分散分析の応用	198
43.	198
44. 回帰式の適合度	198
45. “相関比” η	203
46. Blakeman の判定法	204
47. 重相関係数の有意性	205
48. 農事試験の技術	207
49. ラテン方格	211
49.1 共分散分析	214
49.2 多重測定による群の判別, 適当な点数	223
49.3 推定した点数の精度	231
IX. 統計的推定の原理	235
50.	235
51. 連関の証拠の有意性	235
52. 連関因子をもつ子孫から成る母集団の規定	236
53. 一致統計量の多様性	238
54. 適合度検定による統計量の比較	240
55. 統計量の抽出分散	241
56. 有効統計量の比較	247
57. 食違いの測度 χ^2 の解釈	249
57.1 不完全なデータ	252
57.2 情報量, 計画と精度	255
57.3 推定に利用する証拠の均一性の検定	259
58. 原理の要約	262

補 注	264
データと方法に関する引用文献	306
著者の論文目録	310
索引	320

付 表

第 I 表	標準偏差で測った正規分布の偏差 x の表	61
第 II 表	P の小さな値に対する x の表	61
第 III 表	χ^2 の 表	88
第 IV 表	t の 表	137
第 V.A 表	種々の有意水準に対する相関係数の限界値	165
第 V.B 表	0 から 3 までの z の値に対する r の表	166
第 VI 表	z の 表	192

I. 序 説

1. 統計学の範圍

統計学は本来応用数学の1分科であつて、観測に基づくデータを対象とする数学とみなすことができる。統計学では数学の他の分野と同じように、同一の公式が非常に多方面の問題に対して適用されている。その結果、これら多方面の応用を統一することは一般に見過されてきたが、それは基礎になる数学的理論が非常に軽視されていたことからみればむしろ当然である。そこで我々は、統計学上の論題を3つの異なった方面から考察して、同じ型の問題がどの場合にも起こるということを、さらに数学的な言葉でいい表わして見よう。統計学とは(i)集団の研究、(ii)変動の研究、(iii)データの簡約方法に関する研究、であるとみなすことができる。

“Statistics”という言葉の語源の意味からすると、統計学とはある国家に住む人間の集団に関する学問であつたと思われる。しかし、そこで繰り上げられていく方法は、その集団が1つの国家に属することとは何の関係もないし、また、人間、すなわち社会を構成する生物の集団に限られたものでもない。事実、観測に基づくいかなる記録によつても、人間を完全に規定することはできないのであつて、研究の対象となる集団はつねにある程度抽象的なものである。もしも10,000人の新兵の身長記録が得られたものとする、そこで研究の対象となっているのは、新兵の集団というよりはむしろその身長の集団である。ともかく正しい意味においては、統計学は個々のものに関する学問ではなくて、個体の集まり、すなわち集団についての学問である。たとえば、気体運動論、自然淘汰論または化学における質量作用の理論のようなものは、必ずしも個体自身の性質ではなく、個体の大集団の性質に関する理論であり、これらは本来統計的な理論であつて、その統計的性格が見失われると誤解をひき起こすことになる。波動力学ではこの事実は今日では明らかに認識されている。社会科学においても統計的方法は本質的に大切であつて、社会科学が科学の域に達したのは主として統計的方法の賜である。統

計的方法に対する社会科学のこの特殊な依存関係によって、統計学は経済学の1部門とみなすべきであるという不幸な誤解が生じたのであるが、実は経済学上のデータの処理に適した方法は、今までのところでは、大抵は生物学その他の科学の研究においてのみ発達してきたのである。

集団という概念は生物学的あるいは物質的なものだけに限られてはいない。直接測定のようなある観測を限りなく繰り返すものとすれば、その結果の集まりは測定値の集団である。このような集団は誤差論という研究分野に属するものであって、統計学の中では最も古くかつ最も多くの成果をもつ部門の1つである。1つの観測が1つの個体であって、観測を繰り返せば集団が生ずると考えられるが、これと同じく、ある広汎な実験のすべての結果は、そういう実験から生じうる、ある集団の一員に過ぎないとみなすことができる。我々は重要な実験を繰り返したり、基礎になる観測を反復して行なったりするが、そういう大事な習慣があるのは、次の事実を暗黙のうちに認識しているからである。つまり研究の対象は個々の実験結果ではなく、起こりうべき実験結果の集団であって、我々の実験ができる限りその集団を代表するように努力するのである。平均や標準誤差を計算するのは、その集団について何かを知ろうとして考えた1つの試みである。

統計学を変動の研究と考えるのは、問題を集団の研究とみることから生ずる当然の結果である。なぜなら、あらゆる点に関して同一の個体から成る集団は、どれか1つの個体に関する記述と、その集団に含まれる個体の数とによって完全に叙述されるからである。統計的研究の対象となる集団は、ふつうは幾つかの点に関して変動を示している。統計学は変動の学問であるということはまた、現代の統計学者の目的と昔の統計学者の目的との間の差異を強調することにもなる。というのは、比較的最近に至るまで、大多数の統計学者の目的は、総数または平均を知ることだけであつたように思われるからである。そして変動それ自体は研究の目的ではなくて、むしろ平均の価値を減らす厄介な事柄と考えられていた。正規標本の平均の誤差曲線は、既に1世紀前からよく知られていたが、標準偏差の誤差曲線は1915年に至るまでなお研究の対象となっていた。しかし新しい観点からすれば、小麦の収量から人の知性に至るまで、およそ変化する現象について変動の原因を研究する